

DK 539.4.014.1:539.211:539.219.2:666.11

Bruchmechanische Analyse von Schadensfällen an Gläsern¹⁾

Von Frank Kerkhof, Freiburg

(Mitteilung aus dem Institut für Festkörpermechanik der Fraunhofer-Gesellschaft, Freiburg i. Br.)

(Eingegangen am 25. März 1975)

Nach einem kurzen Überblick über die für das Thema wesentlichen Grundlagen der linearelastischen Bruchmechanik wird die Abhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Risses vom Spannungsfaktor K_I im gesamten meßbaren Bereich 10^{-9} bis 10^3 m/s erörtert. Dann wird aufgezeigt, wie sich die Belastung nach Richtung und Größe auf den K_I -Faktor und damit auf die Rißgeschwindigkeit sowie auf die Morphologie der entstehenden Glasbruchflächen (z. B. Halte-

linien, Wallner-Linien, Bruchparabeln, Lanzettbrüche, Bruchrauhigkeit, Bruchverzweigungen) auswirkt. Das Prinzip der bruchmechanischen Analyse von Schadensfällen an Gläsern liegt darin, von diesen morphologischen Bruchflächenstrukturen auf die zugehörigen lokalen K_I -Werte und mit deren Hilfe auf die Bruchlasten zu schließen. Abschließend wird die Methode der bruchmechanischen Analyse auf drei Beispiele aus der Praxis angewandt.

Fracture mechanics analysis of damage to glass ware

After a brief review of basic ideas of linear elastic fracture mechanics, the dependence of velocity of propagation of a crack on the stress factor K_I over the whole measurable range of 10^{-9} to 10^3 m/s is considered. It is then shown how loading in direction and magnitude affects K_I and thus the fracture velocity and the morphology of fracture (e. g. arrest lines,

Wallner lines, fracture parabolas, rib marks, hackle, branching). The principles of applying analysis of damage to glass by fracture mechanics depend on these morphological features and their associated local K_I values which indicate the loading during fracture. The method is applied to three examples taken from practice.

Analyse basée sur la mécanique des fractures de cas de détériorations de verres

Après un bref aperçu des bases de la mécanique de fracture élastique linéaire dont l'importance est essentielle pour le thème traité, on discute la relation qui existe entre la vitesse de propagation d'une fissure et le facteur de contrainte K_I dans l'ensemble du domaine mesurable compris entre 10^{-9} et 10^3 m/s. On montre comment la charge, selon sa direction et son importance, agit sur le facteur K_I et, par conséquent, sur la vitesse de fissuration, de même que sur la morphologie des surfaces de fracture de verres ainsi formées (p. ex. lignes

d'arrêt, lignes de Wallner, paraboles de fracture, fractures en lancettes, rugosité et ramification des fractures). Le principe de l'analyse des cas de détériorations de verres sur base de la mécanique des fractures consiste à tirer de la morphologie de ces surfaces de fractures des conclusions sur les valeurs locales correspondantes du facteur K_I et d'obtenir ainsi des renseignements sur les charges de rupture. La méthode est ensuite appliquée à trois exemples tirés de la pratique.

Daß man aus Form und Größe von Glassplittern und insbesondere aus dem Bild der Bruchflächen wesentliche Rückschlüsse auf die Art und Stärke der brucherzeugenden Spannung ziehen kann, ist in der Praxis bekannt. Die sich bei Untersuchungen von Schadensfällen an Gläsern ergebenden empirischen Gesetzmäßigkeiten haben auch in zahlreichen Veröffentlichungen ihren Niederschlag gefunden: Hier sei nur an einige ältere Arbeiten erinnert: Bauernfeind [1 und 2]; Borchard [3]; Smekal [4 und 5]; Jeben-Marwedel [6]. Die quantitative Erhärtung der früheren, empirischen Regeln ist aber erst durch eine neue Disziplin der Festigkeitslehre, durch die sogenannte „Bruchmechanik“, möglich geworden (vgl. Irwin [7]; Kerkhof [8 und 9]; Kerkhof und Sommer [10]; Blauel, Kalthoff und Sommer [11]; Paris und Sih [12] sowie die historischen Arbeiten [13 bis 15]). Nun erst konnten die gesammelten Erfahrungen unter einem neuartigen Aspekt gesehen und geordnet werden. Über den gegenwärtigen Stand dieser bruchmechanischen Betrachtungs- und Deutungsweise von Schadensfällen an

Gläsern soll im folgenden zusammenfassend berichtet werden.

Dabei ist der leitende Gedanke, daß Ausbreitungsrichtung und -geschwindigkeit eines Risses ursächlich bestimmt sind durch Richtung und Größe der jeweils in der Umgebung des Risses herrschenden Spannung und der bis dahin erreichten Rißlänge.

Über die wichtigsten Gesetzmäßigkeiten der linearelastischen Bruchmechanik, denen die Ausbreitung von Rissen in sprödbrechenden Werkstoffen, wie sie die Gläser darstellen, unterliegt, sei vorweg ein kurzer — im wesentlichen erinnernder — Überblick gegeben.

1. Bruchmechanische Grundlagen

1.1. Spannungsverteilung an einer Rißspitze

Das Grundkonzept der Bruchmechanik, die sogenannte „linearelastische Bruchmechanik“, geht von der Analyse des mechanischen Verhaltens eines Einzelrisses in einem linearelastischen, homogenen und isotropen Kontinuum aus.

Ein Riß in einem realen Werkstück unterliegt in der Praxis meistens recht komplizierten Spannungsfeldern, die sich aber durch die Überlagerung von drei einfachen charakteristischen Beanspruchungsarten (Modi) darstellen lassen. Diese sind die „einfache Rißöffnung“ (Modus I), die „Längsscherung“ (Modus II) und die „Querscherrung“ (Modus III). In Bild 1 sind diese drei Beanspruchungsarten für einen Randschritt in einer Scheibe

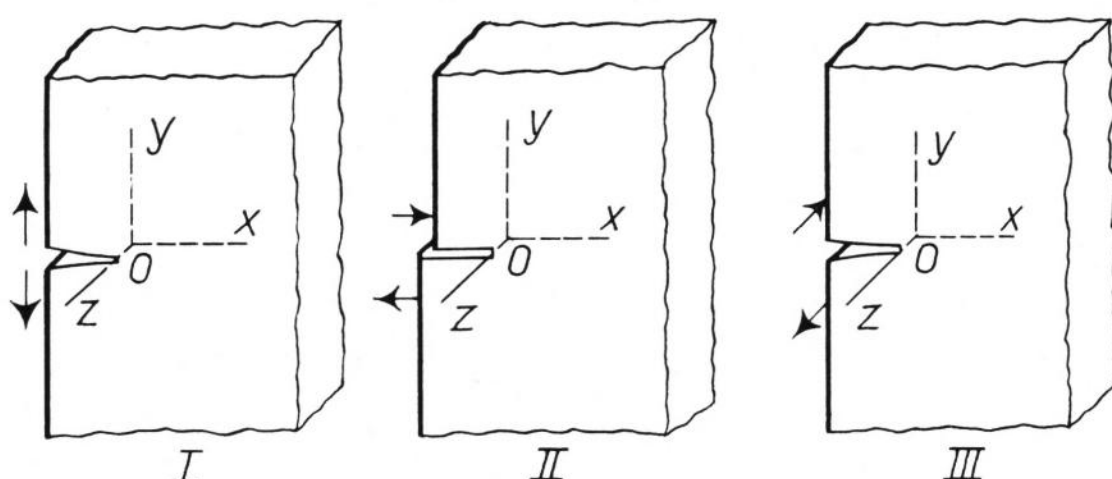


Bild 1. Die drei Beanspruchungsmöglichkeiten Modus I bis III eines Randschlisses in einer Scheibe.

¹⁾ Veränderte und ergänzte Fassung eines Vortrages auf der 48. Glastechnischen Tagung am 14. Mai 1974 in Bad Neuenahr.

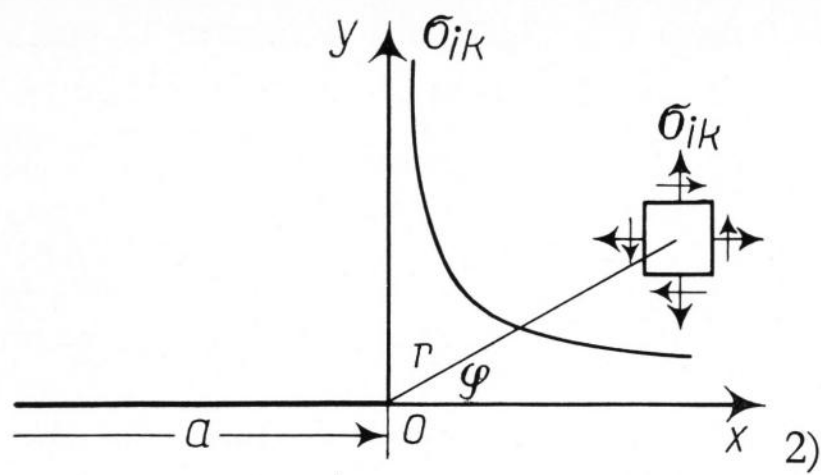


Bild 2. Spannungsverteilung vor der Spitze eines Randschlisses von der Länge a (schematisch).

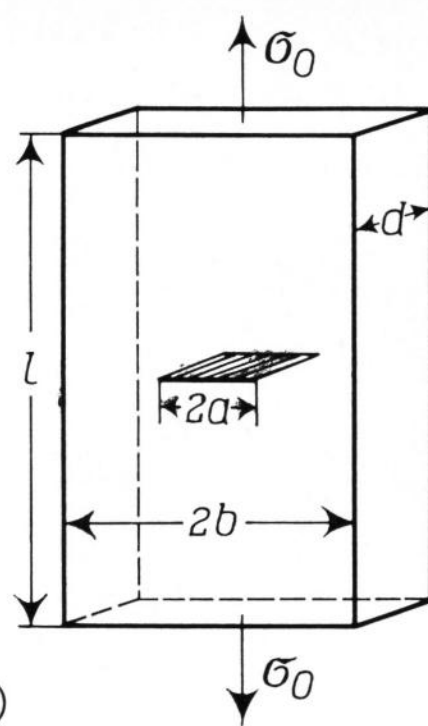


Bild 3. Zentraler Riß der Länge 2a in einer Platte unter der äußeren Zugspannung σ_0 .

schematisch dargestellt. Die für die Rißausbreitung in Gläsern wesentlichste ist die einfache Rißöffnung I, die z. B. bei einer Beanspruchung eines Risses durch eine Zugspannung senkrecht zu der Rißfläche auftritt.

Die elastizitätstheoretische Behandlung ist in allen Fällen ähnlich. Für die Spannungen in einem Punkt in der Nähe der Rißspitze ergibt sich stets eine charakteristische $1/\sqrt{r}$ -Singularität der Form

$$\sigma_{ik} = \frac{K_n}{\sqrt{2\pi r}} f_{ik}^n(\varphi), \quad (1)$$

wobei r, φ die in Bild 2 angedeuteten ebenen Polarkoordinaten bedeuten und:

$$i, k = x, y, z; n = I, II, III.$$

Die Gleichung (1) sind Näherungsgleichungen, die nur unter der Voraussetzung gelten: $r_k \ll r \ll a$, wobei r_k der Krümmungsradius an der Rißspitze ist.

Für die Beanspruchungsart I lauten die Gleichungen (1) für den ebenen Spannungszustand in ausführlicher Schreibweise:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3}{2} \varphi \right), \quad (2a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3}{2} \varphi \right), \quad (2b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3}{2} \varphi. \quad (2c)$$

Für den Fall der ebenen Verformung tritt nach Maßgabe der Poissonzahl ν noch eine Normalspannung σ_z senkrecht zu der in Bild 2 skizzierten x-y-Ebene auf:

$$\sigma_z = \nu (\sigma_x + \sigma_y). \quad (2d)$$

Die besondere Bedeutung der Gleichungen (2a bis d) liegt in der Proportionalität zu dem sogenannten „Spannungsfaktor“ oder „Spannungsintensitätsfaktor“ K_I , der seinerseits von der Nennspannung σ_0 und von den geometrischen Dimensionen der Probe in einer Weise abhängig ist, die sowohl theoretisch als auch experimentell ermittelt werden kann.

Für den einfachen Fall (Bild 3), in dem ein Riß der Länge 2a in der Mitte einer Scheibe der Breite 2b durch die äußere Zugspannung beansprucht wird, ergibt die elastizitätstheoretische Rechnung:

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{a} f \left(\frac{a}{b} \right). \quad (3)$$

Darin ist $f(a/b)$ ein Korrekturfaktor, der für relativ kleine Rißlängen ($a \ll b$) gleich $\sqrt{\pi}$ ist.

Für andere Riß- und Probengeometrien gelten andere — von verschiedenen Parametern abhängig — Korrek-

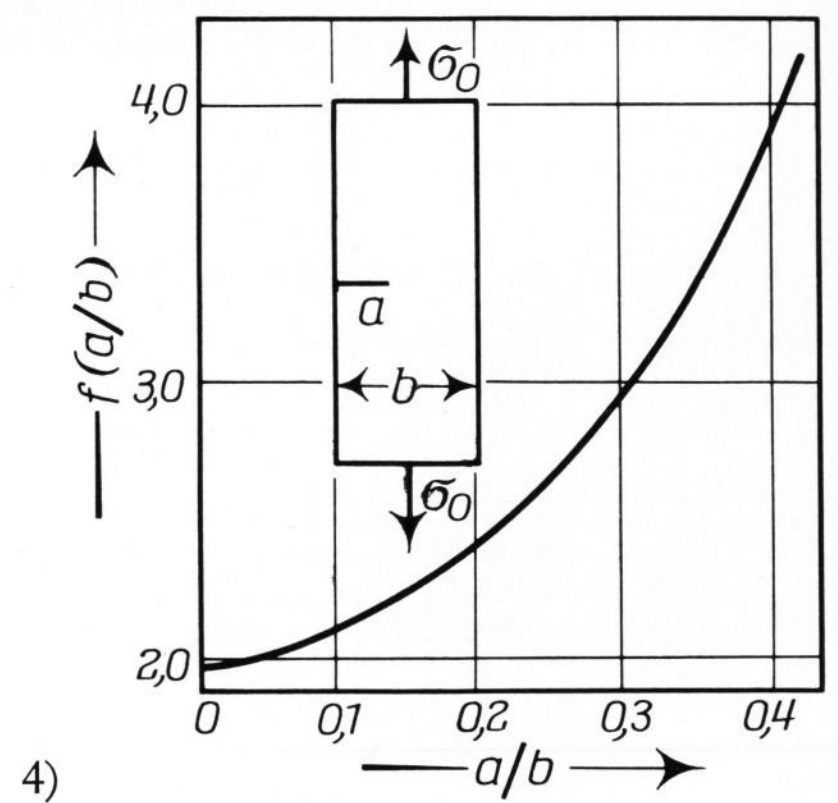


Bild 4. Korrekturfaktor $f(a/b)$ für Einzelrandriß (nach Gross, Srawley und Brown [16]).

turfaktoren f. Von besonderer praktischer Bedeutung sind die im folgenden behandelten Fälle:

a) Der Spannungsfaktor K für den geraden Randriß an einer Scheibe wird durch den nach Gross, Srawley und Brown [16] berechneten und in Bild 4 grafisch dargestellten Korrekturfaktor $f(a/b)$ beeinflusst; die Genauigkeit von $f(a/b)$ beträgt in dem angegebenen Bereich wenige Prozent (siehe auch [12]).

b) Der Spannungsfaktor K für elliptische Risse ist für verschiedene Spezialfälle in der Form von analytischen Näherungsausdrücken in Tabelle 1 angegeben (nach [12 und 17], siehe auch [18]). Dabei ist stets ein flaches Ellipsoid vorausgesetzt, dessen beide größere Achsen (a und c) in der Zeichenebene liegen, während die dazu senkrecht stehende dritte Ellipsenachse als verschwindend klein im Vergleich zu a und c angenommen wird. Die für die angegebenen Spannungskorrekturfaktoren maßgebliche Zugspannung σ_0 wirkt senkrecht zur Rißfläche, d. i. zur Zeichenebene.

Der die Nähe der Oberfläche berücksichtigende Korrekturfaktor $f_0(a/d) = (d/\pi a \cdot \tan \pi a/d)^{1/2}$ hat die in Tabelle 2 angegebenen Werte. Er stellt im allgemeinen eine zu kleine Abschätzung dar, wie man aus der folgenden Überlegung erkennt: Der Korrekturfaktor für den teilweise durchgehenden Riß (s. Tabelle 1) nimmt für den Fall $a \ll c$ die Form an:

$$f(a/d) = 1,99 \left(\frac{d}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{d} \right)^{1/2}$$

und sollte dann gleich dem in Bild 4 dargestellten Faktor $f(a/b)$ sein, wenn $d = b$ gesetzt wird. Schon bei $a/d = 0,2$ liegt dieser Tangenskorrekturfaktor um 12% unter dem entsprechenden Wert von $f(a/b)$ in Bild 4; bei $a/d = 0,4$ beträgt die Abweichung 17%.

Im Bereich $0,1 \leq \frac{a}{c} \leq 1$ und $0 \leq \frac{a}{d} \leq 0,25$ wird die

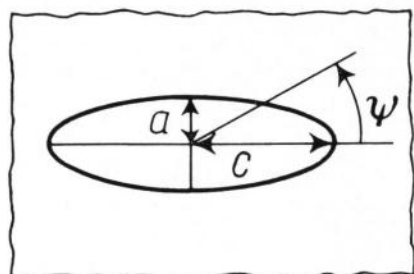
Genauigkeit des Korrekturfaktors $f(a, c, d)$ für den teilweise durchgehenden Riß mit $\pm 5\%$ angegeben [12].

1.2. Spannungsfaktor K und spezifische Energiefreisetzung G

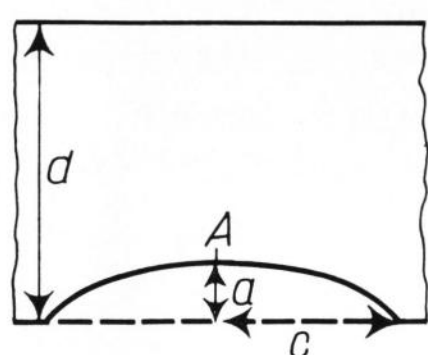
Zur Charakterisierung der Gefährlichkeit eines Risses wird außer der Spannungskonzentration an der Rißspitze und der Rißöffnung auch die Konzentration an elastischer Energie nahe der Rißspitze angegeben, die zu einer Rißverlängerung bereitsteht und tatsächlich beiträgt, falls der Widerstand des Materials gegen eine solche überwunden werden kann. Diejenige Energie, die

Tabelle 1. Einige Korrekturfaktoren f für den Spannungsfaktor K_I bei einachsiger Zugbelastung senkrecht zur Reißfläche

Rißart	$f = K_I/\sigma_0 \sqrt{a}$
allgemeiner elliptischer randferner Innenriß	$a \neq c:$ $f(\psi, a/c) = \frac{\sqrt{\pi}}{\Phi_0} \left(\sin^2 \psi + \frac{a^2}{c^2} \cos^2 \psi \right)^{1/4}$ mit $\Phi_0 = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \left(1 - \frac{a^2}{c^2} \right) \sin^2 \Theta \right]^{1/2} d\Theta$ $a = c$ (kreisförmiger Innenriß): $f(\psi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1,13$ (= const.)



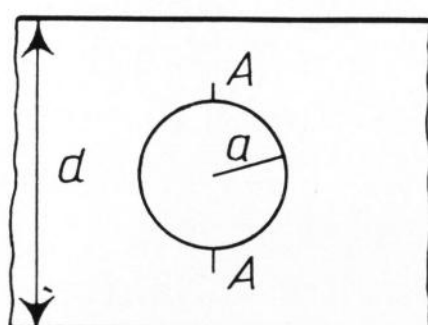
teilweise durchgehender Riß bei A:



$$f(a, c, d) = \frac{\sqrt{\pi}}{\Phi_0} \left[1 + 0,12 \left(1 - \frac{a}{c} \right) \right] \cdot \left(\frac{d}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{d} \right)^{1/2}$$

$c \gg a, d \gg a:$
 $f(a, c, d) = 1,12 \sqrt{\pi} = 1,99$

kreisförm. Innenriß nahe der Oberfläche bei A:



$$f(a, d) = 1,13 \left(\frac{d}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{d} \right)^{1/2}$$

Tabelle 2. Zahlenwerte des Faktors $f_0(a/d) = \left(\frac{d}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{d} \right)^{1/2}$

a/d	$f_0(a/d)$	$1,99 \cdot f_0(a/d)$
0,0	1,00	1,99
0,1	1,01	2,01
0,2	1,08	2,15
0,3	1,21	2,40
0,4	1,57	3,12

aus dem inneren elastischen Energievorrat des gespannten Materials zur Rißverlängerung um eine Einheit der Reißfläche F zugeliefert werden kann, bezeichnet man als spezifische Bruchenergie oder spezifische (mechanische) Energiefreisetzung G (strain energy release rate). G hat die gleiche Dimension wie die spezifische Oberflächenenergie oder Oberflächenspannung und wird zahlenmäßig angegeben in den Einheiten erg/cm² bzw. dyn/cm bzw. kp/cm bzw. N/m.

Als ursprüngliche Definition der spezifischen Energiefreisetzung ist formelmäßig also zu schreiben:

$$G = - \left(\frac{\partial U_{el}}{\partial F} \right)_1, \quad (4a)$$

d. h. als negativer partieller Differentialquotient nach der Reißfläche F bei konstant gehaltener Probenlänge; in diesem Fall leistet also die Probe bei Rißfortschritt keine äußere Arbeit.

Praktisch bezieht man die elastische Energie U_{el} auf eine Dickeneinheit (z. B. 1 cm) einer Platte und schreibt dementsprechend für Gleichung (4a)

$$G = - \left(\frac{\partial U_{el}}{\partial a} \right)_1. \quad (4b)$$

Eine genaue analytische Diskussion zeigt, daß die Größe der spezifischen Bruchenergie oder spezifischen Energiefreisetzung unabhängig davon ist, ob die Materialuntersuchung bei konstant gehaltener Probenlänge ($l = \text{const}$), bei konstanter äußerer Last ($P = \sigma_0 \cdot d \cdot 2b$) oder bei gemischten Zuständen (siehe z. B. [8 und 12]) durchgeführt wird.

Daher ist es auch möglich, generell gültige Zusammenhänge zwischen der spezifischen Energiefreisetzung und dem Spannungszustand an der Rißspitze, d. h. zwischen G und K , anzugeben. Bei Beschränkung auf rein elastisches Materialverhalten lauten diese unter den Beanspruchungen I und II für den Fall ebener Spannung:

$$G_{I,II} = \frac{K_{I,II}^2}{E}, \quad (5a)$$

für den der ebenen Verformung:

$$G_{I,II} = \frac{K_{I,II}^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (5b)$$

und für die Beanspruchungsart III:

$$G_{III} = \frac{K_{III}^2}{E} (1 + \nu). \quad (5c)$$

Es ist unnötig zu erwähnen, daß die spezifische Energiefreisetzung selbst nicht unmittelbar der Messung zugänglich ist.

Für den speziellen Fall des zentralen Risses der Länge $2a$ (siehe Bild 3) in einer vergleichsweise sehr breiten Scheibe ($a \ll b$) nimmt die spezifische Energiefreisetzung unter Verwendung der Gleichungen (3), (5a) und (5b) die einfachen Formen an:

$$G_I = \frac{\pi a \sigma_0^2}{E} \quad (\text{bei ebener Spannung}), \quad (6a)$$

$$G_I = \frac{\pi a \sigma_0^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (\text{bei ebener Verformung}). \quad (6b)$$

2. Rißausbreitungsgeschwindigkeit

2.1. Abhängigkeit der Rißausbreitungsgeschwindigkeit vom Spannungsfaktor K_I

In der elementaren Bruchmechanik gibt man zur quantitativen Beschreibung der Gefährlichkeit eines Risses die kritische Größe K_{Ic} des Spannungsfaktors — oder die entsprechende kritische Größe G_{Ic} der spezifischen Energiefreisetzung — an, die eine instabile Rißausbreitung bewirkt. Da aber auch die vorangehende langsame, subkritische Rißerweiterung (mit Geschwindigkeiten ≤ 1 mm/s) von großer praktischer Bedeutung ist, erhält man eine weitergehende Aussage über das Rißverhalten, wenn man den gesamten Zusammenhang der Rißausbreitungsgeschwindigkeit — kurz „Bruchgeschwindigkeit“ v_b — mit dem Spannungsfaktor K_I bzw. mit der spezifischen Energiefreisetzung G_I , also die Funktion $v_b(K_I)$ bzw. $v_b(G_I)$, betrachtet.

Das wesentliche Ergebnis der bisher durchgeführten experimentellen Zugbruchuntersuchungen an Scheiben ist in Bild 5 zusammenfassend schematisch dargestellt. Die durchgezogenen Kurven beschreiben das Verhalten

der Bruchgeschwindigkeit als Funktion des Spannungsfaktors K_I bzw. der spezifischen Energiefreisetzung G_I für Spiegelglas bei Raumtemperatur und 20; 40 bzw. 75% relativer Luftfeuchtigkeit nach Messungen von Richter [19] und — im oberen Bereich — von Döll [20]; die gestrichelten Kurventeile sind in Anlehnung an die Messungen von Schönert, Umhauer und Klemm [21] und Wiederhorn [22 und 23] eingezeichnet (vergl. auch die zusammenfassende Darstellung in [8]). Der mit T bezeichnete Pfeil deutet die Richtung an, in die sich die — von der Luftfeuchtigkeit abhängigen — Kurven außerdem noch mit der Temperatur verschieben.

Um den gesamten Meßbereich übersichtlich darstellen zu können, wurde die Abszissenachse für K_I oberhalb von $30 \text{ N/mm}^{3/2}$ unterbrochen und ihr Maßstab um den Faktor $1/2$ verkleinert. Dementsprechend ist auch die Lage der zugehörigen G_I -Werte auf der Abszissenachse verändert; die G_I -Werte wurden nach der für den ebenen Verformungszustand gültigen Gleichung (5b) unter Verwendung der Zahlenwerte $E = 7,38 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ und $\nu = 0,23$ berechnet.

Bei der experimentellen Ermittlung der K_I - (und G_I -)Werte wurden im übrigen stets die für den sich quasistatisch verhaltenden, also sich langsam ausbreitenden Bruch gültigen Formeln (siehe Abschnitt 1.) zugrunde gelegt. Denn ihre wahren, gegebenenfalls bei schneller Ausbreitung für den dynamischen Fall korrigierten Werte interessieren nicht hinsichtlich der hier gestellten Aufgabe, die darin besteht, möglichst eindeutig von einem bestimmten abgeschätzten K_I -Wert auf die zugehörige Vergleichsspannung σ_0 zu schließen (siehe Abschnitt 4.).

Im energetischen Bild bedeutet dieser experimentelle Befund, daß zur Rißausbreitung im Vakuum eine elastomechanische Energie von etwa $7,5 \text{ J/m}^2$, bezogen auf die erzeugte Rißfläche, freigesetzt werden muß und daß dabei der Riß sehr rasch instabil wird. Hingegen kann ein Riß unter Mitwirkung von Feuchtigkeit und Wärmeenergie schon bei wesentlich geringeren spezifischen Energiefreisetzen anlaufen — wenn auch sehr langsam und quasistabil. Von einer Bruchgeschwindigkeit von etwa 1 m/s ab laufen alle, bei verschiedenen Luftfeuchtigkeiten und Temperaturen gemessenen Kurven in die gleiche Grenzkurve; dies ist erklärlich, da dann die Wassermolekel der laufenden Rißspitze nicht mehr so rasch folgen können, um den elementaren Bruchvorgang an der Rißspitze zu beeinflussen.

Die Buchstaben Ü, W, R, V charakterisieren bestimmte Phänomene bei der Rißausbreitung, die sich morphologisch auf das Bild der Bruchfläche auswirken und bei der Interpretation des abgelaufenen Bruchvorganges hinsichtlich der Analyse einer Bruchschadensursache eine wesentliche Rolle spielen können (siehe Abschnitt 3.).

2.2. Rißausbreitung bei sich ändernden Beanspruchungsarten

Der Betrag der Rißausbreitungs- oder Bruchgeschwindigkeit hängt (bei konstant gehaltenen Parametern Luftfeuchtigkeit und Temperatur) im wesentlichen von der Größe des Spannungsfaktors K_I ab (siehe Abschnitt 2.1.). Bei gleichbleibender äußerer Beanspruchung nach dem Modus I ist die Richtung eines Risses in einem spröde brechenden Material wie Glas erwartungs-

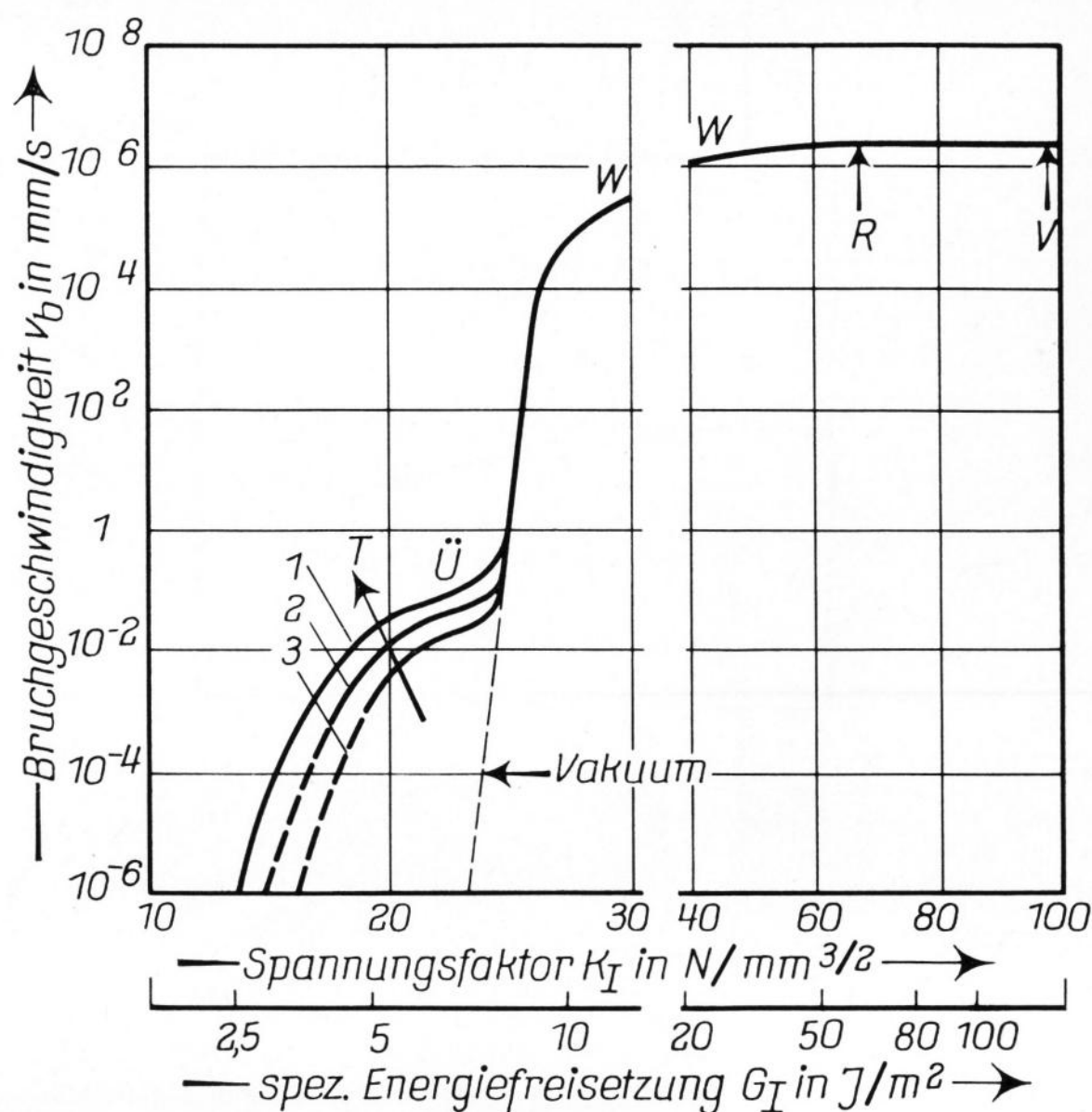


Bild 5. Bruchgeschwindigkeit ($\lg v_b$) in Abhängigkeit vom Spannungsfaktor K_I bzw. von der spezifischen Energiefreisetzung G_I .

Prinzipielles Verhalten von Zugbrüchen in Spiegelglas bei Raumtemperatur und bei einer relativen Luftfeuchtigkeit (in %) von: 1 $\hat{=}$ 75; 2 $\hat{=}$ 40; 3 $\hat{=}$ 20.

Bruchflächenstrukturen bei

- Ü: Übergangslinien,
- W: Wallner-Linien,
- R: beginnende Rauigkeit (Bruchspiegelrand),
- V: Rißverzweigung.

und erfahrungsgemäß dann senkrecht zur äußeren maximalen Hauptzugspannung σ_0 , die zugleich (nach Abschnitt 1.) die Größe des zugehörigen K_I -Faktors bedingt, solange die Bruchgeschwindigkeitskurve noch nicht den Bereich RV (siehe Bild 5 und Abschnitt 3.) erreicht hat. Daß die sich bildende Rißfläche stets senkrecht zur maximalen Hauptspannung orientiert ist — dies ist das sogenannte „Normalspannungsgesetz der Bruchausbreitung“ — wird vielfach geradezu als definitorisch für den spröden Bruchvorgang angesehen.

Erfolgt aber während der Rißausbreitung ein Wechsel der Beanspruchungsart von I zu einer gemischten Beanspruchung II/I bzw. III/I, so ändert sich die Rißausbreitungsrichtung bzw. die Orientierung der neuentstehenden Rißflächen.

2.2.1. Rißausbreitungsrichtung beim Wechsel der Beanspruchungsart von I zu II/I

Wenn während der Rißausbreitung die Rißbeanspruchung vom Modus I in eine gemischte Beanspruchungsart II/I übergeht, bedeutet dies, daß die Richtung der den Rißfortschritt bestimmenden (äußeren) maximalen Hauptzugspannung σ_0 innerhalb der zur Rißfront senkrecht liegenden Ebene in eine neue Richtung (σ_1) gedreht wird (in Bild 6 um den Winkel ϑ). Die bis heute vorliegenden theoretischen Untersuchungen sind für kleine Winkel ϑ zu dem übereinstimmenden Ergebnis gekommen, daß nach Drehung der Hauptspannungsrichtung um den Winkel ϑ die Rißausbreitungsrichtung anfänglich um den Winkel

$$\gamma = -2 \frac{K_{II}}{K_I} \tag{7}$$

gedreht wird.

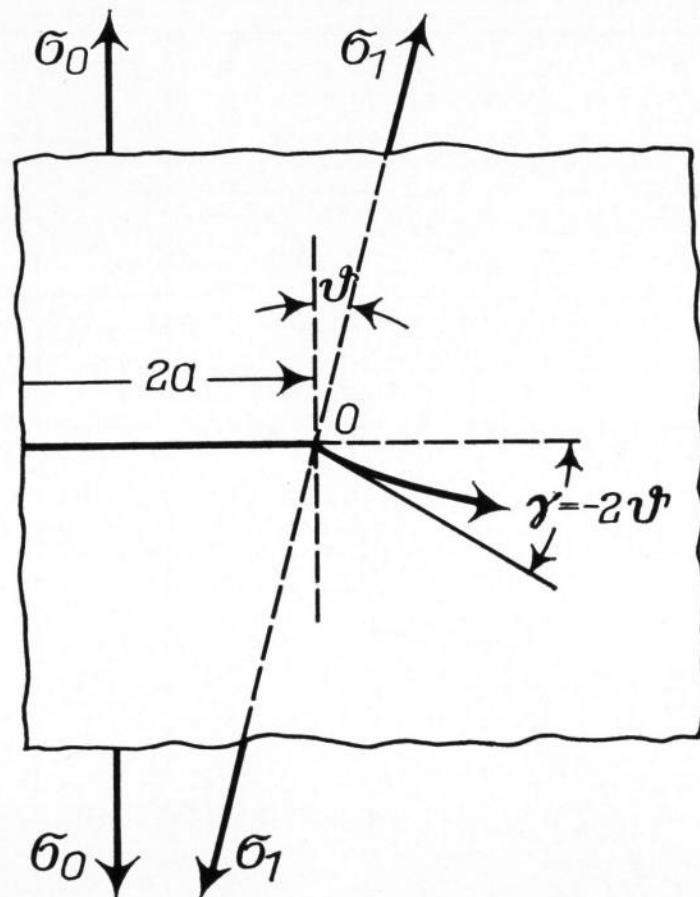


Bild 6. Rißablenkung γ bei Änderung der Richtung der äußeren Zugspannung σ_0 um den Winkel ϑ nach σ_1 (innerhalb der Ebene senkrecht zur Rißrichtung).

Unter der idealisierenden Annahme eines Innenrisses der Länge $2a$ (wie in Bild 6) in einer relativ zu diesem großen Platte sind:

$$K_I = \sigma_1 \cos^2 \vartheta \sqrt{\pi a}, \quad K_{II} = \sigma_1 \sin \vartheta \cos \vartheta \sqrt{\pi a},$$

und der Winkel γ wird dann:

$$\gamma = -2 \tan \vartheta \approx -2 \vartheta \quad (\text{für kleine } \vartheta). \quad (8)$$

Der Winkel, um den ein laufender Riß durch Richtungsänderung der äußeren belastenden Hauptzugspannung abgelenkt wird, ist also anfänglich etwa doppelt so groß wie jener, der sich nach dem erwähnten Normalspannungsgesetz der Rißausbreitung ergäbe. Erst später stellt sich die Rißfläche allmählich senkrecht zur neuen (gedrehten) Hauptzugspannung.

Eine kurze Impulswelle, die während der Rißausbreitung die Rißfront kreuzt, wird daher auch eine „besser“ sichtbare Spur (z. B. eine „Wallner-Linie“ oder eine „Bruchschwinge“, siehe Abschnitt 3.2.) in die Bruchfläche einprägen, als nach dem Normalspannungsgesetz zu erwarten wäre.

Die Frage der Rißablenkung durch Änderung der Belastungsrichtung ist in zahlreichen theoretischen und experimentellen Untersuchungen behandelt worden. Kerkhof [24 und 25] und später McClintock [27] gingen dabei von der Diskussion der Randspannungen an einer schmalen elliptischen Kerbe aus; Erdogan und Sih [26] erhielten zuerst unter Anwendung der eigentlichen linearelastischen Bruchmechanik das als Gleichung (7) angegebene Ergebnis. Einen Überblick über die Arbeiten zur Rißablenkung bis 1972 findet man bei Kerkhof [28] und über den neuesten Stand bei Knauss und Palaniswamy [29].

2.2.2. Rißausbreitung beim Wechsel der Beanspruchungsart von I zu III/I

Der Wechsel der Beanspruchung eines laufenden Risses vom Modus I zur gemischten Beanspruchung III/I bedeutet eine Drehung der maximalen Hauptzugspannung (σ_0) innerhalb einer zur Rißausbreitungsrichtung senkrecht liegenden Ebene (in Bild 7 oben die Papierebene) um den Winkel δ in eine neue Richtung (σ_1). Nach der schon von Smekal [30] gegebenen Erklärung ist auch in diesem Fall zu erwarten, daß die Rißfläche nach einem noch nicht vollständig geklärten Anfangsprozess

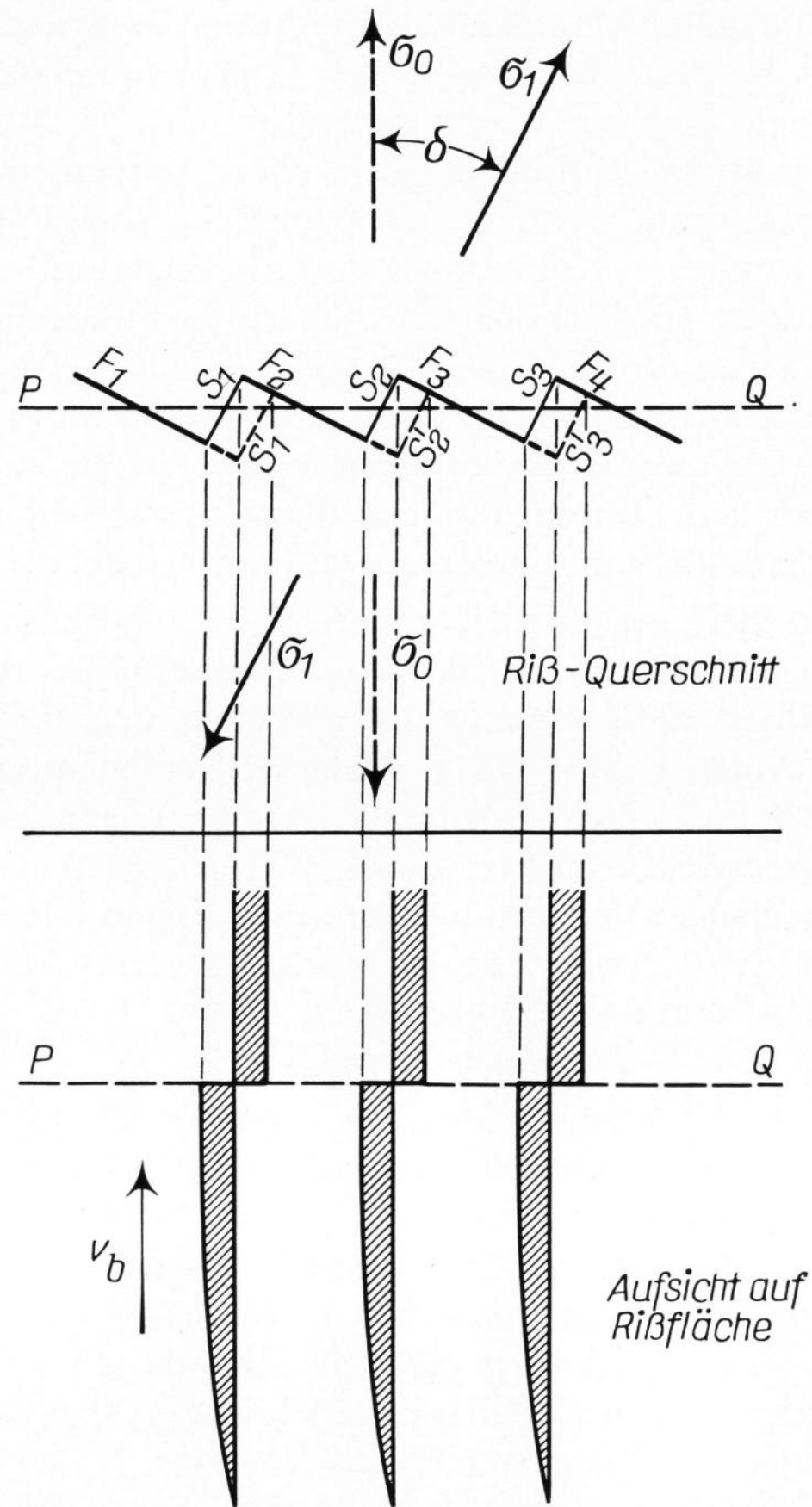


Bild 7. Zur Entstehung von „Lanzettbrüchen“ infolge Richtungsänderung der maximalen Hauptzugspannung ($\sigma_0 \rightarrow \sigma_1$) innerhalb der zur Bruchrichtung senkrechten Ebene.

infolge des oben erwähnten Normalspannungsgesetzes die Tendenz zeigen wird, sich senkrecht zur bruchbestimmenden maximalen Hauptzugspannung einzustellen. Dies ist aber in einem einmaligen geschlossenen Vorgang für die ganze primäre Rißfläche nicht möglich. Vielmehr wird die vorrückende Rißfront diese zu erwartende Schwenkung nur abschnittsweise vollziehen können, was zur Erzeugung der Teilrißflächen $F_1, F_2, F_3, F_4 \dots$ führen muß, die nun — jede für sich — senkrecht zu σ_1 orientiert sind. Die notwendige Folge ist, daß schmale sekundäre Rißflächen $S_1, S_2, S_3 \dots$ erzeugt werden, die ungefähr senkrecht zur ursprünglichen Rißebe stehen und mit ihren langen Seiten in die (primäre) Rißfortschrittsrichtung weisen. Da die Verbindung zwischen den Teilflächen F_1, F_2, F_3, F_4 auf verschiedene Weisen erfolgen kann, — eine zweite Möglichkeit ($S'_1, S'_2, S'_3 \dots$) ist jeweils in Bild 7 (oben) gestrichelt angedeutet — kommt es vor (in Bild 7, wenn die Linie PQ erreicht ist), daß die Sekundärrißbildung sprunghaft von einer Möglichkeit zur anderen übergeht. Dadurch sieht der einzelne Sekundärriß in Aufsicht einem Bajonett oder einer Lanzenspitze ähnlich, was zu dem Namen „Lanzettbruch“ führte. Die Einzelheiten der Lanzettbruchbildung sind insbesondere von Sommer [31 bis 33] (siehe auch die zusammenfassende Darstellung in [8]) untersucht werden.

Auch der Wechsel von der Beanspruchungsart I zur gemischten I/II/III ist möglich und in der Praxis der Bruchflächenanalyse von Bedeutung (siehe hierzu [8]).

3. Morphologie der natürlichen Glasbruchfläche

Die unter gleichmäßiger Modus-I-Beanspruchung in gleichbleibender Richtung — die z. B. beim einfachen einachsigen Zugversuch vorliegt — an einer homogenen, isotropen, störungsfreien Glasprobe entstehenden beiden Bruchuferflächen sind erfahrungsgemäß vollkommene, spiegelglatte Ebenen, die senkrecht zur äußeren maximalen Hauptzugspannung liegen; diese „Bruchspiegel“ sind frei von irgendwelchen linien- oder flächenhaften Strukturen, solange der wirksame Spannungsfaktor K_I unter einer gewissen Grenze bleibt, die bei Tafel- oder Spiegelglas und bei Gläsern ähnlicher chemischer Zusammensetzung bei $68 \text{ N/mm}^{3/2}$ liegt (siehe Bild 5).

Änderungen der Zerreißspannung während des Bruchvorganges oder auch kleine Spannungsimpulse, die den laufenden Riß überqueren, können jedoch feine — häufig erst bei geeigneter Beleuchtung und mikroskopischer Beobachtung sichtbare — linienhafte Bruchflächenstrukturen erzeugen, mit deren Hilfe später Aussagen über den abgelaufenen Bruchvorgang gewonnen werden können. Ein Überblick über derartige Markierungslinien, die beim „natürlichen“, nicht durch besondere experimentelle Eingriffe (z. B. durch Beschallung des laufenden Risses mit Ultraschallwellen [8]) beeinflussten Bruchvorgang entstehen, wird in den Abschnitten 3.1. bis 3.5. gegeben.

3.1. Halte- und Übergangslinien

Gelangt ein laufender Riß in einen Bereich abnehmender äußerer Hauptzugspannung, ohne daß sich deren Richtung ändert, so wird er praktisch stehen bleiben (oder nur noch mit kaum meßbaren Geschwindigkeiten fortschreiten), sobald ein bestimmter kritischer „Arrest“-Wert des Spannungsfaktors K_I unterschritten wird. Dieser Wert ist aus Bild 5 zu ersehen, sofern eine Reversibilität der darin angegebenen v_b - K_I -Kurven angenommen werden darf (die Prüfung dieser Annahme ist noch im Gange).

Sinkt nun die äußere, die Rißrichtung bis dahin bestimmende Zugspannung ab, so können kleine innere Eigenspannungen, die nicht notwendigerweise parallel zur äußeren Zugspannung orientiert sein müssen, zunehmend an Einfluß gewinnen und gemäß Gleichung (7) bzw. Gleichung (8) die Rißausbreitungsrichtung kurz vor dem Anhalten ein wenig verändern, wodurch häufig nur schwer erkennbare Markierungslinien in die Bruchufer eingeprägt werden: Eine solche „Haltelinie“ stellt nach dieser Deutung also die Rißfront im Augenblick des Anhaltens dar. In Bild 8 sind mehrere solcher Haltelinien H_0, H_1, H_2, H_3 zu sehen, die auf Spiegelglasbruchflächen durch gezieltes plötzliches Senken der Zerreißlast während eines Bruchvorganges erzeugt worden sind (Richter [19 und 34]).

Von diesen Haltelinien sind die sogenannten „Übergangslinien“ zu unterscheiden, die im Übergangsbereich \dot{U} der v_b - K_I -Kurven (siehe Bild 5) bei Bruchgeschwindigkeiten von etwa $0,01$ bis $0,1 \text{ mm/s}$ entstehen können. Diese Übergangslinien, die zuerst von Varner und Fréchette [35] beobachtet worden waren, wurden von Richter [19 und 34] eingehender untersucht und hinsichtlich ihrer Entstehungsweise gedeutet. Danach stellt eine Übergangslinie die Grenze des mit wachsender Rißgeschwindigkeit abnehmenden Einflußbereiches des von

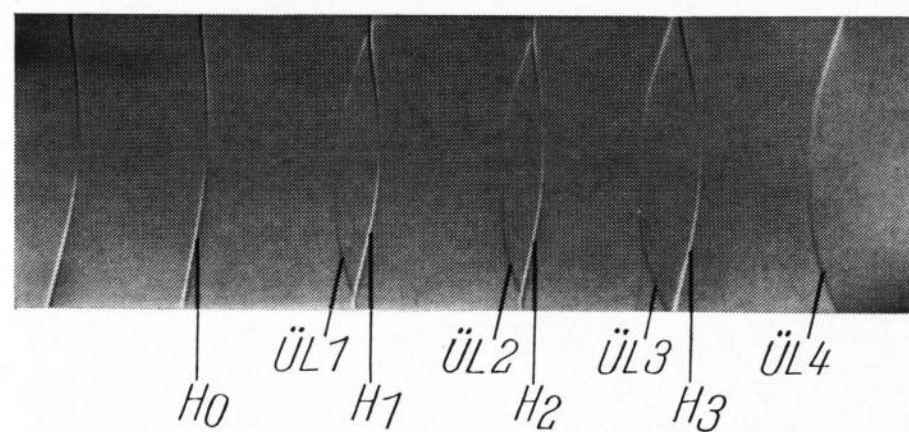


Bild 8. Bruchfläche einer Spiegelglasscheibe mit Haltelinien H_0 bis H_3 und teilweise bzw. vollständig ausgebildeten Übergangslinien $\dot{U}L 1$ bis $\dot{U}L 4$.

Relative Luftfeuchtigkeit: 75%, Bildhöhe $\hat{=}$ Scheibendicke = 4 mm (nach H. Richter [19 und 34]).

außen von den Seitenflächen der Glasscheibe zur Rißspitze einströmenden Wasserdampfes dar. Anders als bei den Haltelinien werden also die einzelnen Teile einer Übergangslinie nicht synchron, sondern zeitlich nacheinander von der Scheibenmitte nach außen fortschreitend erzeugt.

Bei dem zu Bild 8 gehörenden Versuch entstanden die teilweise ausgebildeten Übergangslinien $\dot{U}L 1$ und $\dot{U}L 2$ bei Bruchgeschwindigkeiten um $0,08 \text{ mm/s}$ und die vollständigen Übergangslinien $\dot{U}L 3$ und $\dot{U}L 4$ bei Bruchgeschwindigkeiten um $0,12 \text{ mm/s}$. Die Haltelinien $H 1$ bis $H 3$ wurden zeitlich jeweils nach den zugehörigen Übergangslinien durch Absenken der Zerreißlast erzeugt. Die Haltelinie H_0 entstand beim Lastsenken, nachdem eine anfängliche Bruchgeschwindigkeit von etwa $0,04 \text{ mm/s}$ erreicht worden war.

Auf Grund der in Bild 5 zusammengefaßten Meßergebnisse treten bei Tafel- und Spiegelglas Haltelinien für $K_I \leq 23 \text{ N/mm}^{3/2}$ und Übergangslinien im Bereich $15 \leq K_I \leq 25 \text{ N/mm}^{3/2}$ auf. — In beiden Fällen ist die Abhängigkeit von Temperatur und Luftfeuchte zu beachten.

3.2. Bruchschwingen und Wallner-Linien

Der in Abschnitt 3.1. angenommene idealisierte Zustand kann in der Praxis nur angenähert vorausgesetzt werden: Gewöhnlich ist ein Stück Glas nicht frei von Störstellen, wie kleinen Inhomogenitäten, Einschlüssen von Fremdstoffen, Kerbstellen und Rissen im Innern der Probe, Anrissen an den Oberflächen.

Im belasteten Zustand kann mit solchen Störstellen zugleich eine hohe lokale Konzentration von elastomechanischer Energie verbunden sein. Diese wird in jedem Augenblick zumindest teilweise frei, in dem eine Rißfront die Störstelle passiert; verschiedenartige Impulswellen werden sich in den brechenden Glaskörper hinein ausbreiten, wiederum die laufende Rißfront beeinflussen und damit ihre Spuren auf dem sich bildenden Bruchspiegel hinterlassen — zumal die Ausbreitungsgeschwindigkeit elastischer Wellen stets größer als die möglichen Bruchgeschwindigkeiten ist. Aus Symmetriegründen werden von den ausgelösten Impulsen nur die transversalen die Rißrichtung beeinflussen können, und zwar jeweils in dem Punkt, in dem eine solche Impulsquelle gerade die laufende Rißfront überholt. An dieser Stelle wird dann für die Zeit, die der Impuls zum Überstreichen der Rißfront benötigt, die Rißfront einem Übergang vom ursprünglichen Beanspruchungsmodus I in die gemischten Belastungsarten I/II/III ausgesetzt sein, der zu einer differentiellen Änderung der Rißausbreitungsrichtung führen muß. Bei schwächeren Impulsquellen werden auf diese Weise feine Linien (Bruch-

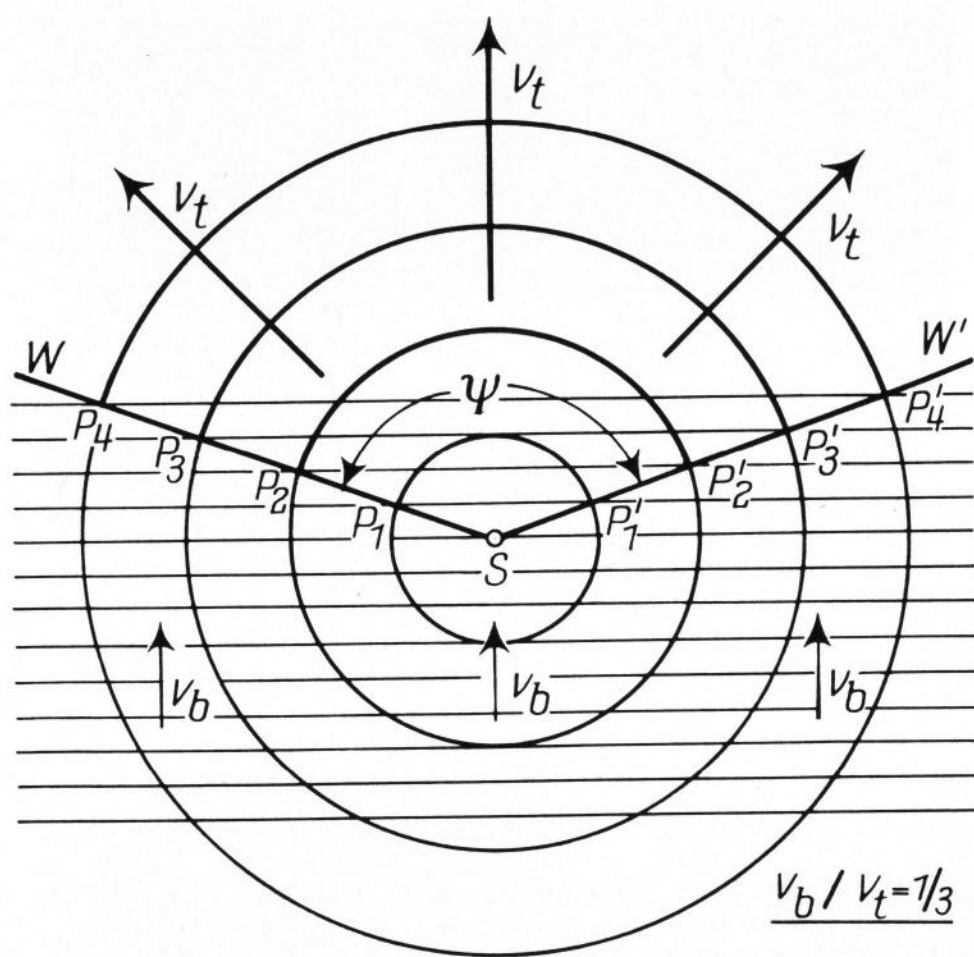


Bild 9. Entstehung einer „Bruchschwinde (W-W)“ durch Überlagerung von Rißausbreitung (mit \vec{v}_b) und der bei S ausgelösten Impulswelle (mit \vec{v}_t); $v_b/v_t = 1/3$.

schwungen und Wallner-Linien) gemäß einer einfachen II/I-Überlagerung (Abschnitt 2.2.1.) in die entstehenden Bruchuferflächen eingepreßt werden; aber auch Scharen von kurzen Lanzettbrüchen, wenn die Impulswellen eine hinreichend große zusätzliche Modus-III-Beanspruchung zur Folge haben.

Das Entstehen einer Bruchschwinde bzw. eines Paares von Wallner-Linien (W und W') an einer Störstelle S ist in Bild 9 für den einfachsten Fall einer geradlinigen Rißfront skizziert, deren Ausbreitung mit der Geschwindigkeit v_b sich die von der Störstelle S mit der Geschwindigkeit v_t ausgehende Impulswelle überlagert. Für diese Prinzipskizze wurde angenommen: $v_b/v_t = 1/3$, d. h. $v_b = 1150$ m/s für $v_t = 3460$ m/s bei Spiegelglas.

Speziell eingezeichnet sind die Schnittpunkte P_1, P_2, P_3, P_4 bzw. P'_1, P'_2, P'_3, P'_4 der in Bild 9 nach oben fortschreitenden Rißfront mit der Impulswelle für vier aufeinanderfolgende Augenblicke in jeweils gleichem Zeitabstand.

Aus Bild 9 ersieht man unmittelbar, daß zwischen dem Öffnungswinkel ψ von Bruchschwingen und v_b/v_t die einfache Beziehung besteht:

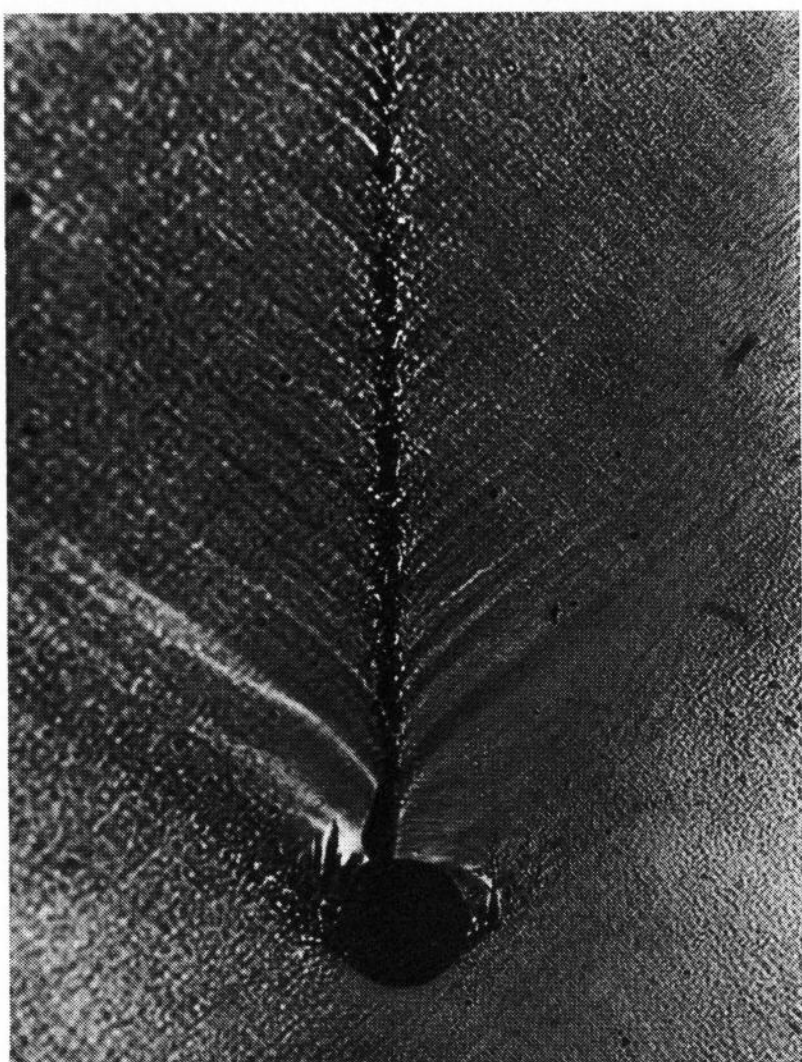
$$\cos \psi/2 = v_b/v_t, \quad (9)$$

und daß hieraus die Bruchgeschwindigkeit in sehr einfacher Weise bestimmt bzw. abgeschätzt werden kann, wenn die Transversalwellengeschwindigkeit des betreffenden Glases bekannt ist.

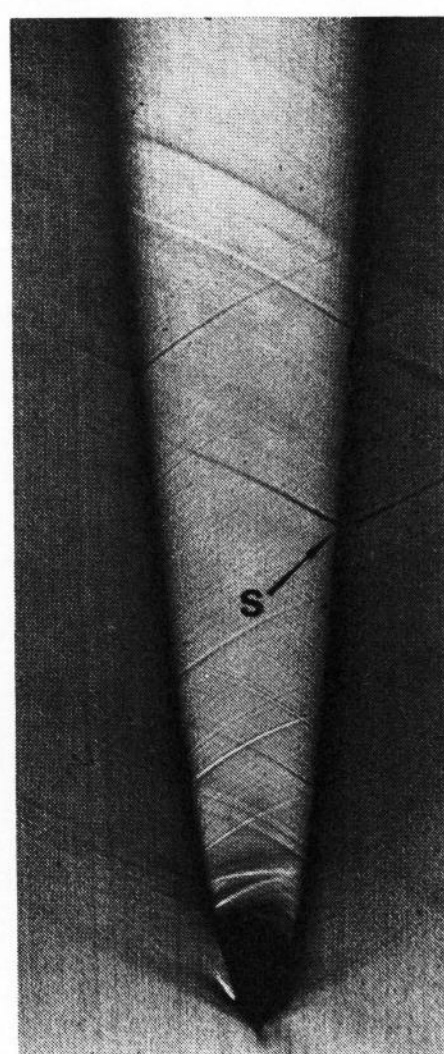
Die Ermittlung der Bruchgeschwindigkeit ist schwieriger und ungenauer, wenn die Rißfront gekrümmt ist, wenn sich die Bruchgeschwindigkeit in der Nachbarschaft der Störstelle merklich ändert, oder wenn die bruchzeichnende Impulswelle ausgelöst wird, bevor die Rißfront die Störstelle S erreicht hat (siehe hierzu [8]).

Beispiele von Bruchschwingen findet man in den Bildern 10, 11 und 12: Bei der Auswertung der Bruchschwinde bei S in Bild 11 ist nach Bild 13 zu berücksichtigen, daß die Rißfront an dieser Stelle geknickt und außerdem im Innenteil der Parabel gekrümmt ist. Verwertet man daher nur den rechten Teil der Bruchschwinde, so erhält man mit $\psi/2 = 67 \pm 1^\circ$ (nach Gleichung (9)) eine Bruchgeschwindigkeit von 1360 ± 50 m/s im primären Rißteil an dieser Stelle (mit $v_t = 3460$ m/s). Die fast geradlinig gestreckte Bruchschwinde an der Spitze des drittuntersten Lanzettbrüches am rechten Rand von Bild 12 ist ein Hinweis darauf, daß die Bruchgeschwindigkeit hier sehr klein war; schätzt man, daß hier $\psi/2 \leq 87^\circ$ ist, so ergibt sich für $v_b = v_t \cdot \cos \psi/2 \leq 20$ m/s.

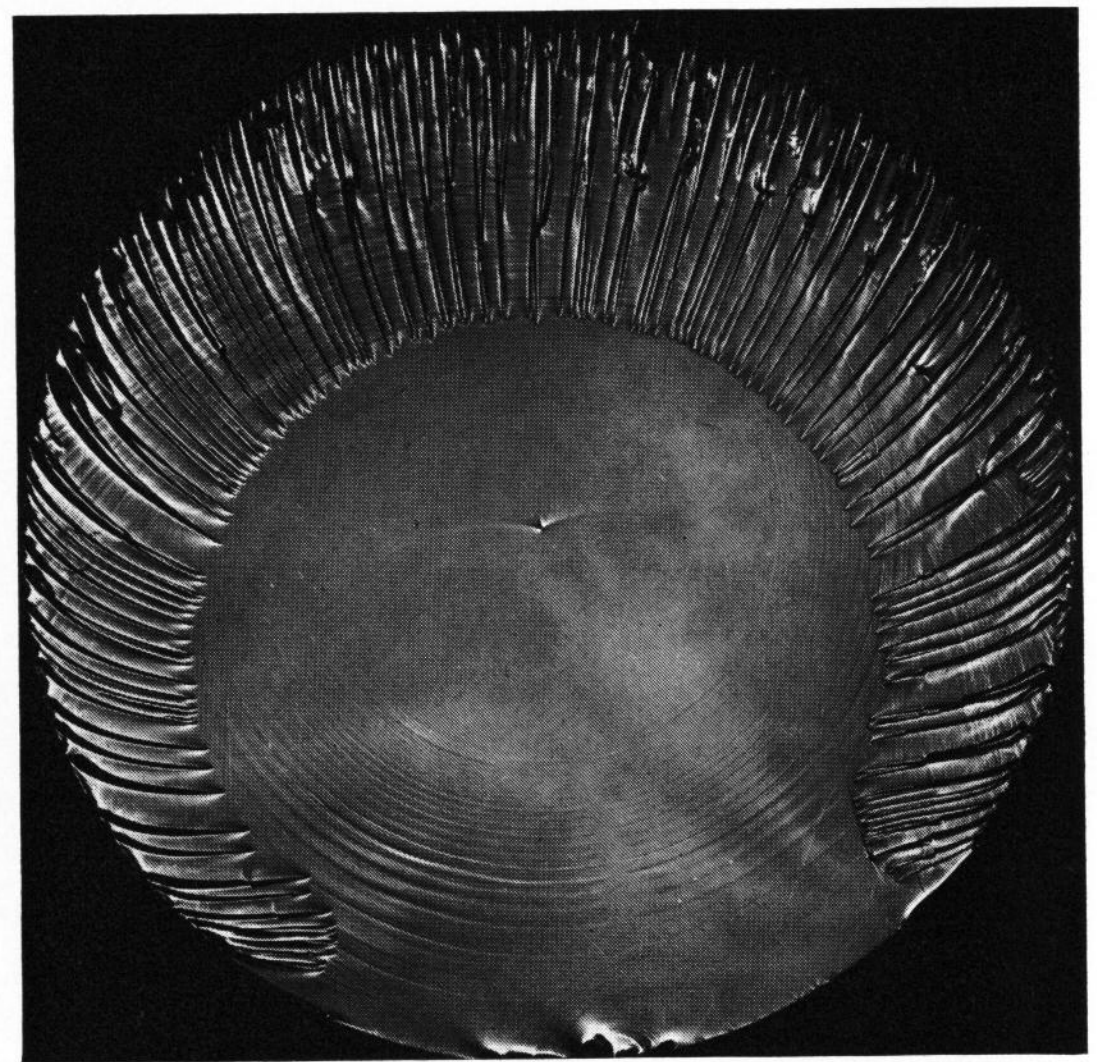
Anzumerken ist noch, daß die Modus-II-Beanspruchung der laufenden Rißfront durch die überholende



10)



11)



12)

Bild 10. Grenzlinie zwischen Teilbruchbereichen hinter einer Kapillare (Durchmesser ≈ 1 mm) mit Bündel von Wallner-Linien, Bruchrichtung von unten nach oben.

Bild 11. Durch einen Einschuß hervorgerufene Bruchparabel mit von dieser ausgehenden Bruchschwingen, z. B. bei S. Bruchrichtung von unten nach oben.

(Aufnahme: M. Schinker, IFKM, 1975.)

Bild 12. Bruchfläche eines Rundstabes (Durchmesser = 15 mm) mit Lanzettbrüchen, einer zentralen Bruchschwinde und schwachen Wallner-Linienscharen am Bruchursprung.

(Aufnahme: E. Sommer [31].)

Impulswelle relativ zur ursprünglichen, den primären Rißfortschritt bestimmenden Modus-I-Beanspruchung mit wachsendem Winkel ψ abnimmt; es ist nämlich $K_{II}/K_I \sim \cos^2 \psi/2$. Bruchschwingen sind also bei sonst gleichen Einflußgrößen für kleinere Bruchgeschwindigkeiten schwächer ausgeprägt und schlechter sichtbar.

Die relative Modus-III-Beanspruchung durch die Impulswelle wächst hingegen mit ψ und dementsprechend auch die Wahrscheinlichkeit, daß durch die Impulswelle (in Bruchrichtung weisende) Lanzettbruchgruppen ausgelöst werden, deren Anfangspunkte auf den Bruchschwingen bzw. Wallner-Linien liegen (die aber nicht senkrecht auf den Wallner-Linien stehen). Derartige Lanzettbruchbüschel entstehen vorzugsweise beim Auftreten von starken Störimpulswellen, wie sie beispielsweise bei Schlagbruchvorgängen ausgelöst werden (siehe hierzu Bild 7.14 in [8] und Bild 10 in [36]).

Sind die sich ausbreitenden Rißfronten gekrümmt, so bilden sich entsprechend gekrümmte Wallner-Linien. Unter Annahme des gleichen Entstehungsprinzips, das zur Konstruktion der Bruchschwinge in Bild 9 benutzt wurde, können auch die in den Bildern 14a bis c gezeichneten Wallner-Linien erklärt und die in den Bildern eingetragenen Auswertungsformeln für v_b/v_t abgeleitet werden (Näheres hierzu in [8]).

Werden die Oberflächen von Glasbruch-Proben durch Schmirgeln oder Rauhätzen systematisch mit vielen „Störstellen“ versehen, so gehen die durch einen Bruchvorgang auf dem Rißspiegel erzeugten Wallner-Linien vorzugsweise von den Rändern der Rißflächen aus, und man erhält jene charakteristischen Bilder sich kreuzender Wallner-Linienscharen, die bekanntlich schon 1939 von Wallner, einem Mitarbeiter von Smekal, und später von Smekal selbst ausführlich diskutiert worden sind (Literaturangaben hierzu z. B. in [8]).

Diese Betrachtungen zusammenfassend läßt sich feststellen, daß Bruchschwingen und Wallner-Linien auf Bruchflächen von Tafel- und Spiegelglas im Bereich von $10 \text{ m/s} \leq v_b \leq 1500 \text{ m/s}$, d. h. — unter Bezugnahme auf Bild 5 — im Bereich von $27 \text{ N/mm}^{3/2} \leq K_I \leq 68 \text{ N/mm}^{3/2}$ auftreten können.

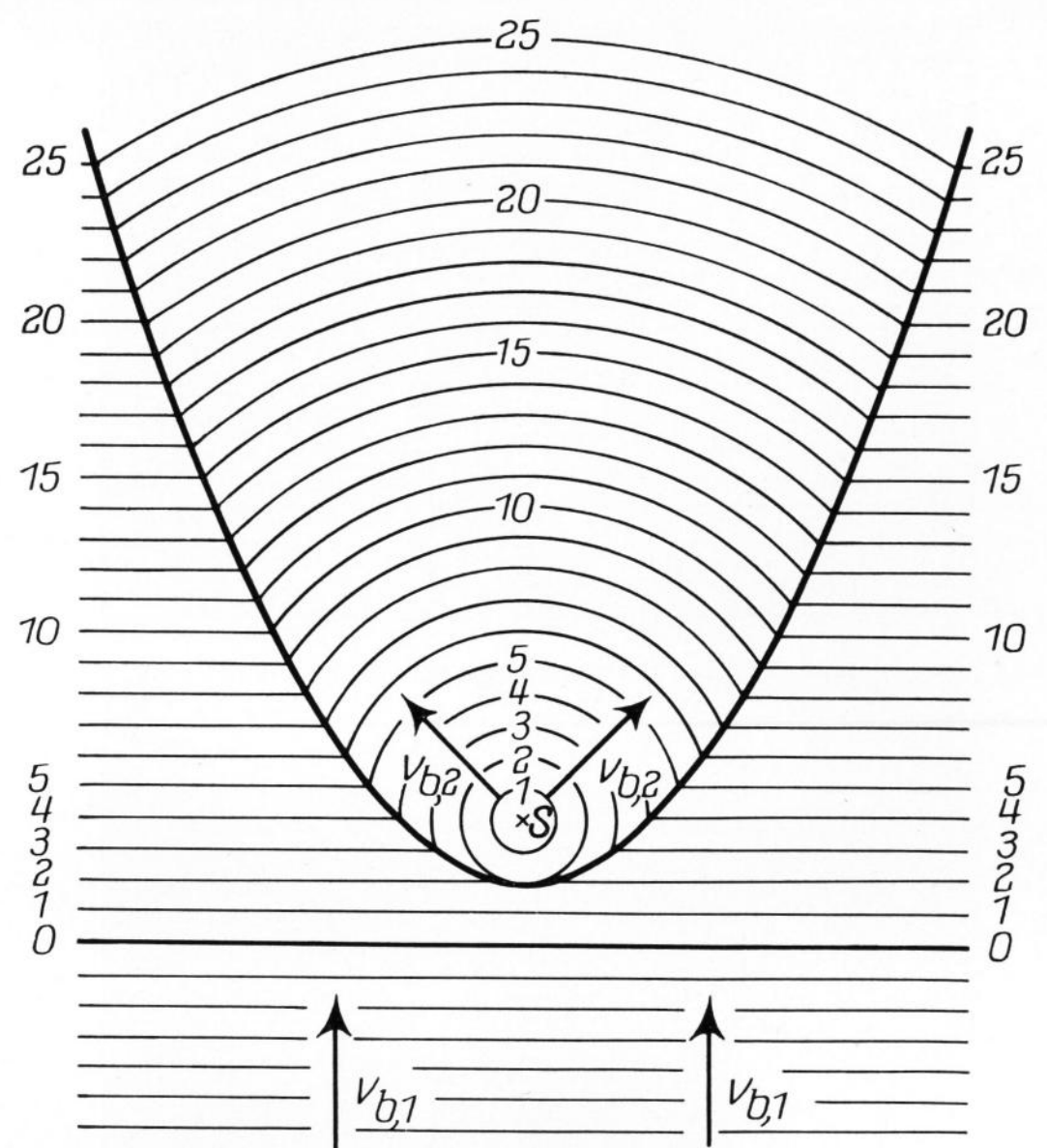
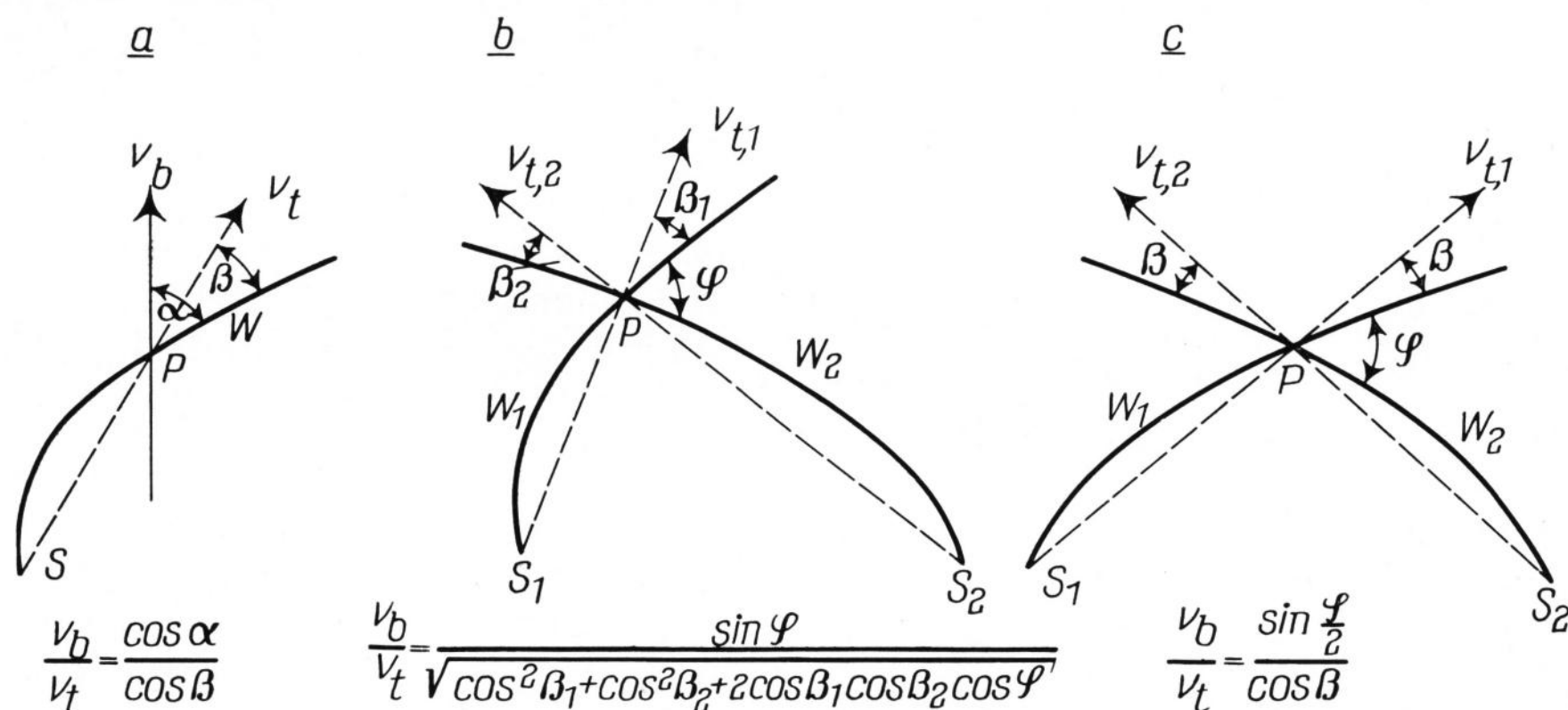


Bild 13. Prinzipische Skizze zur Entstehung von Bruchparabeln durch Überlagerung einer primären, geradlinigen Rißausbreitung (mit $\vec{v}_{b,1}$) mit einer sekundären bei S ausgelösten kreisförmigen Rißbildung (mit $\vec{v}_{b,2}$).

3.3. Grenzlinien zwischen Teilrißfronten — Bruchhyperbeln und Bruchparabeln

Die Bestimmung der jeweiligen Bruchrichtung aus Markierungslinien in einer Rißfläche ist nicht nur zur Konstruktion des Bruchursprungspunktes von Bedeutung, sondern auch für die Ermittlung der Bruchgeschwindigkeit aus Wallner-Linien, wie z. B. aus Bild 14a ersichtlich ist.

Die Bruchrichtung wird unmittelbar angezeigt durch die Grenzlinie zwischen zwei Teilrißfronten, die sich beim Rißfortschritt hinter einem Einschluß, z. B. einer kristallinen Ausscheidung, hinter einem kugelförmigen oder zylinderförmigen Hohlraum (Bläschen oder Kapillare), bildet. Ein Beispiel einer solchen Grenzlinie hinter einer Kapillare zeigt Bild 10.



Bilder 14a bis c. Zur Auswertung von Wallner-Linien: Bestimmung des Verhältnisses Bruchgeschwindigkeit v_b /Transversalwellengeschwindigkeit v_t ; aus:

- a) einer Wallner-Linie (W), Bruchrichtung (\vec{v}_b), Richtung der Impulswelle (\vec{SP} bzw. \vec{v}_t);
- b) zwei Wallner-Linien (W_1 und W_2),
Richtung der zugehörigen Impulswellen ($\vec{S}_1\vec{P}$ bzw. $\vec{S}_2\vec{P}$), allgemeiner Fall;
- c) wie b), symmetrischer Fall.

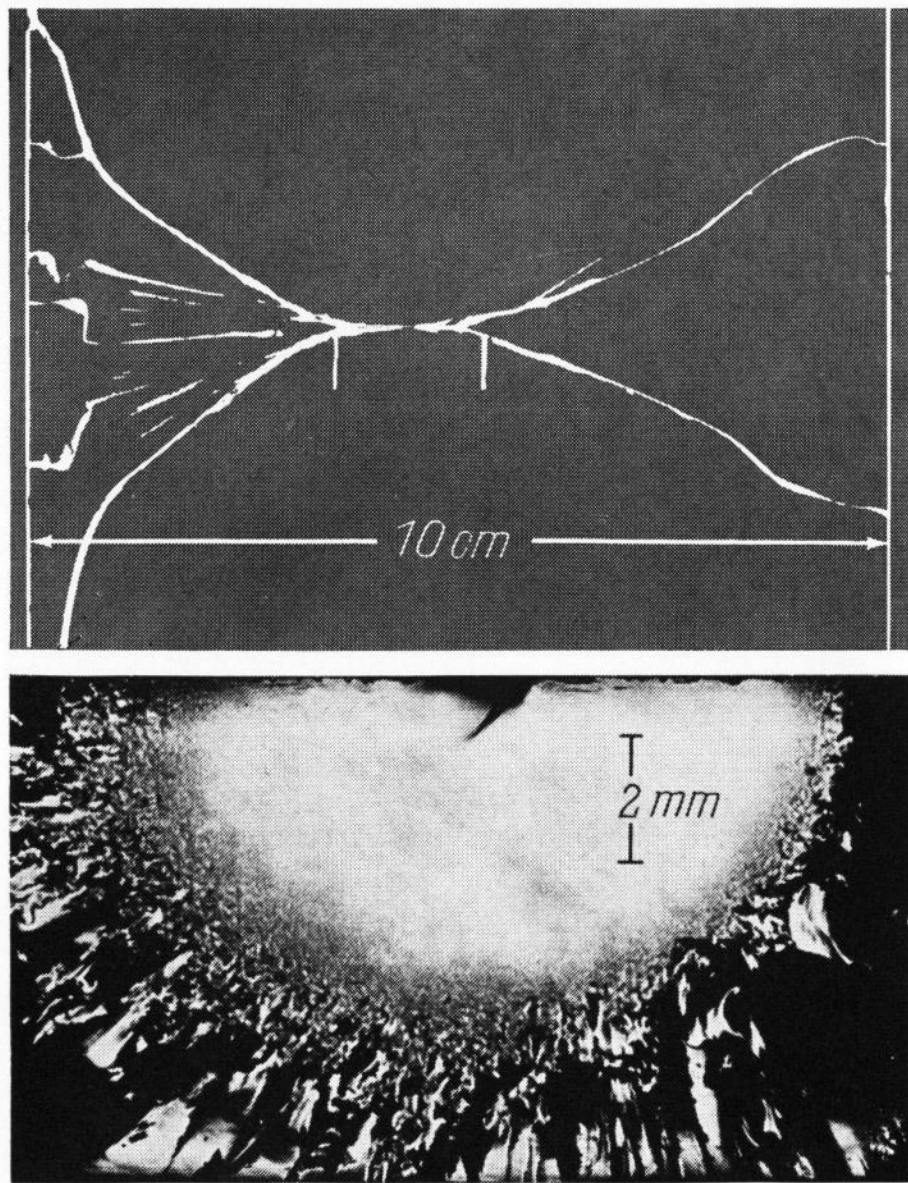


Bild 15. Fotogramm des Bruchverlaufs (oben) und Aufsichtsaufnahme des Bruchspiegels eines von einer Fehlstelle in einer Scheibenoberfläche ausgehenden Bruches infolge Erhitzung am linken Scheibenrand (nach [37]).

Grenzlinien zwischen zwei Teilbruchflächen, die allerdings nicht genau in Bruchrichtung weisen, sind auch die „Bruchhyperbeln“ oder „Bruchparabeln“, von denen Bild 11 ein Beispiel zeigt.

Die Entstehung einer solchen Bruchparabel läßt sich bekanntlich auf die in Bild 13 skizzierte Weise erklären: Wird im Spannungsvorfeld einer mit der Geschwindigkeit $v_{b,1}$ laufenden geradlinigen primären Rißfront an einer kleinen Störstelle S — sei sie ein eingeschlossenes Fremdteilchen oder ein kleiner Hohlraum — ein Sekundärriß ausgelöst, der sich mit dem gleichen Bruchgeschwindigkeitsbetrag $v_{b,2} = v_{b,1}$ kreisförmig ausbreitet, so zeichnen die Schnittpunkte beider Bruchprozesse eine parabelförmige Grenzlinie. Von den in Bild 13 gezeichneten äquidistanten Rißfronten — die wegen der angenommenen konstanten Bruchgeschwindigkeit auch gleichen Zeitabschnitten entsprechen — ist diejenige Rißfront 0-0 durch verstärkte Zeichnung hervorgehoben, die dem Moment entspricht, zu dem der Sekundärbruch bei S ausgelöst wird. Von den zeitlich folgenden Rißfronten sind die 5., 10., 15., 20., 25. jeweils an drei Stellen durch Zahlen markiert, so daß man die zeitliche Entwicklung der gesamten Rißausbreitung leichter übersehen kann.

Sind die primären Rißfronten keine Geraden, sondern konzentrische Kreise, deren Mittelpunkt der Bruchursprungspunkt ist, so ist — bei gleicher konstanter Primär- und Sekundärbruchgeschwindigkeit — die resultierende Grenzlinie zwischen der primären und der sekundären Rißfläche eine Hyperbel.

Bei unterschiedlichen Bruchgeschwindigkeiten können die verschiedensten Grenzlinien erzeugt werden. Im allgemeinen gibt aber die Symmetrieachse der entstandenen Grenzlinie zwischen Primär- und Sekundärrißfläche die Richtung der primären Bruchausbreitung an.

3.4. Lanzettbrüche

Mit dem Hinweis auf Bild 12 soll nochmals daran erinnert werden, daß die schon in Abschnitt 2.2.2. er-

klärten Lanzettbrüche ebenfalls Indikatoren für die Bruchrichtung darstellen. In diesem Bild 12 ist die Bruchfläche eines Rundstabes gezeigt, der gleichzeitig unter Bruchmodus I und durch eine Torsionsspannung beansprucht wurde. Der am unteren Bildrand liegende Bruchursprungspunkt ist von schwachen Wallner-Linien umgeben, deren fast kreisförmige Form (dies bedeutet in bezug auf Bild 14a, daß $\cos \alpha \approx 0$ ist) auf eine sehr geringe Bruchgeschwindigkeit schließen läßt, wie auch die nahezu geradlinig gestreckte „Bruchschwinge“ an der Spitze des 3. Lanzettbruches am Bildrand (siehe Abschnitt 3.2.) rechts unten. Der in Bild 12 gezeigte Bruch muß sich also sehr langsam vom unteren Rand her zum Zentrum der Bruchfläche hin und dann — nach Maßgabe der Richtung der Lanzettbrüche — mit fast konzentrischen Rißfronten nach außen ausgebreitet haben. (Die zur Stabachse konzentrischen Linien rühren von Schlieren im Glas her, die schon bei der Herstellung der Glasstäbe entstanden sind.)

3.5. Bruchrauhigkeit und Bruchverzweigung

Als besonders wichtige morphologische Bruchstrukturelemente sind noch die Bruchrauhigkeit und die Bruchverzweigung zu erwähnen. Als Beispiele für diese beiden Brucherscheinungen zeigen der obere Teil von Bild 15 das Fotogramm des Bruchverlaufs und der untere Teil die Aufsichtsaufnahme des Bruchspiegels mit angrenzendem Rauheitsgebiet von einem Bruch, der von einer Fehlstelle etwa in der Mitte einer Oberfläche einer rechteckigen (10 cm breiten) Spiegelglasscheibe ausgegangen ist. Dieser Bruch wurde durch eine — infolge Aufheizens des linken Scheibenrandes — thermisch induzierte einachsige Zugspannung ausgelöst (Einzelheiten hierzu siehe [37]).

Nach dem derzeitigen Stand des Wissens [8] sind die Bruchflächenphänomene dadurch bedingt, daß die Spannungen in bestimmten kritischen Abständen vor einer laufenden Rißspitze bestimmte kritische Werte überschreiten, daß dadurch vor dieser kleine, überwiegend außerhalb der primären Rißebeine liegende, Sekundärrisse entstehen, deren Zusammenschluß mit dem Primärriß zuerst zur feinen (R), dann zur groben Bruchrauhigkeit und schließlich — nach weiterer Spannungserhöhung — zur makroskopischen Bruchverzweigung (V) führt, wobei bei einfachen Zugbrüchen zwischen den beiden Zweigen einer Gabelung stets ein spitzer Winkel (vorzugsweise um 30°) liegt. Die hierzu notwendigen kritischen Spannungszustände treten erwartungsgemäß dann ein, wenn der Spannungsfaktor K_I bzw. die spezifische Energiefreisetzung G_I bestimmte kritische Werte annehmen; für Tafel- und Spiegelglas (siehe auch Bild 5) betragen die entsprechenden K_I -Werte:

$$K_{I,R} = 68 \text{ N/mm}^{3/2}, K_{I,V} = 98 \text{ N/mm}^{3/2} \\ (\text{Variat.-K.: } \pm 6 \text{ bis } 8\%).$$

Bei der experimentellen Ermittlung dieser K_I -Werte beispielsweise aus einem Zugversuch an einer rechteckigen Platte (wie in Bild 4) kann man im allgemeinen Gleichung (3) mit einem konstanten Korrekturfaktor $f(a, b) = 1,12 \sqrt{\pi} = 1,99$ (siehe Kurve in Bild 4) benutzen, d. h. die endliche Plattenbreite b braucht nicht berücksichtigt zu werden, solange die Rißlänge $a \leq 0,44 b$ ist. Es muß nämlich beachtet werden, daß der laufende Riß höchstens mit der Geschwindigkeit longitudinaler Wellen die „Mitteilung enthält“, daß er sich auf die Gegenkante zubewegt (Einzelheiten hierzu siehe [8]).

Tabelle 3. Zusammenhang zwischen Bruchstruktur und bruchmechanischer Information (Zahlenwerte für Tafel- und Spiegelglas)

Bruchstruktur	Bruchmechanische Information	
Haltelinien	Bruchrichtung (s. Abschn. 3.1.)	
Grenzlinien zwischen Teilbruchfronten	Bruchrichtung (s. Abschn. 3.3.)	
Parabelachsen von Sekundärrißflächen	Bruchrichtung (s. Abschn. 3.3.)	
Lanzettbrüche	Bruchrichtung (s. Abschn. 3.4.)	
Bruchverzweigungen	Bruchrichtung (s. Abschn. 3.5.)	
	v_b in m/s	K_I in $N/mm^{3/2}$
Haltelinien	0	≤ 23
Übergangslinien	$0,01 \dots 0,1 \cdot 10^{-2}$	$15 \dots 25$
Bruchschwingen und Wallner-Linien	10	27
	1000	40
	1400	60
Beginnende Rauigkeit (Bruchspiegelrand)	$v_{b,max} = 1520$	68
Rißverzweigung	$v_{b,max} = 1520$	98

Im übrigen darf, wie schon erwähnt, die für den „statischen“ Fall gültige Gleichung (3) benutzt werden, da man — zum Zwecke einer bruchmechanischen Analyse — ja auch nur auf die statischen Vergleichsspannungen unter ähnlichen geometrischen Versuchsbedingungen zurückschließen will.

4. Prinzip der bruchmechanischen Analyse von Schadensfällen

Eine bruchmechanische Analyse von Schadensfällen an Gläsern besteht im wesentlichen in folgenden Schritten:

1. Feststellung von Bruchursprung und Bruchrichtungen aus den Bruchflächenstrukturen: Haltelinien, Grenzlinien zwischen Teilbruchfronten (Bruchparabeln), Lanzettbrüche, Bruchverzweigungen.
2. Rückschlüsse aus den Bruchflächenstrukturen: Halte- und Übergangslinien, Bruchschwingen und Wallner-Linien, Beginn der Bruchrauigkeit (Bruchspiegelränder), Bruchverzweigungen auf die jeweiligen lokalen Bruchgeschwindigkeiten v_b und — nach Bild 5 — auf die zugehörigen Werte bzw. Wertebereiche der Spannungsfaktoren K_I .
3. Auf Grund dieser K_I -Werte Abschätzungen der entsprechenden Vergleichsspannungen σ_0 aus den in Abschnitt 1.1. behandelten Beziehungen zwischen K_I und σ_0 unter Beachtung der geometrischen Einflußgrößen (wie Rißform, Rißlänge, Plattenbreite).

Über die für eine solche bruchmechanische Bruchflächenanalyse brauchbaren Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Bruchstrukturelementen und der daraus gewinnbaren bruchmechanischen Information gibt Tabelle 3 einen Überblick.

5. Einige Beispiele

5.1. Biegebruch von kreisrunden Scheiben bei Mittelpunktsbelastung

Zur ersten Orientierung über die Größe der zur Brucherzeugung notwendigen spezifischen Energiefrei-

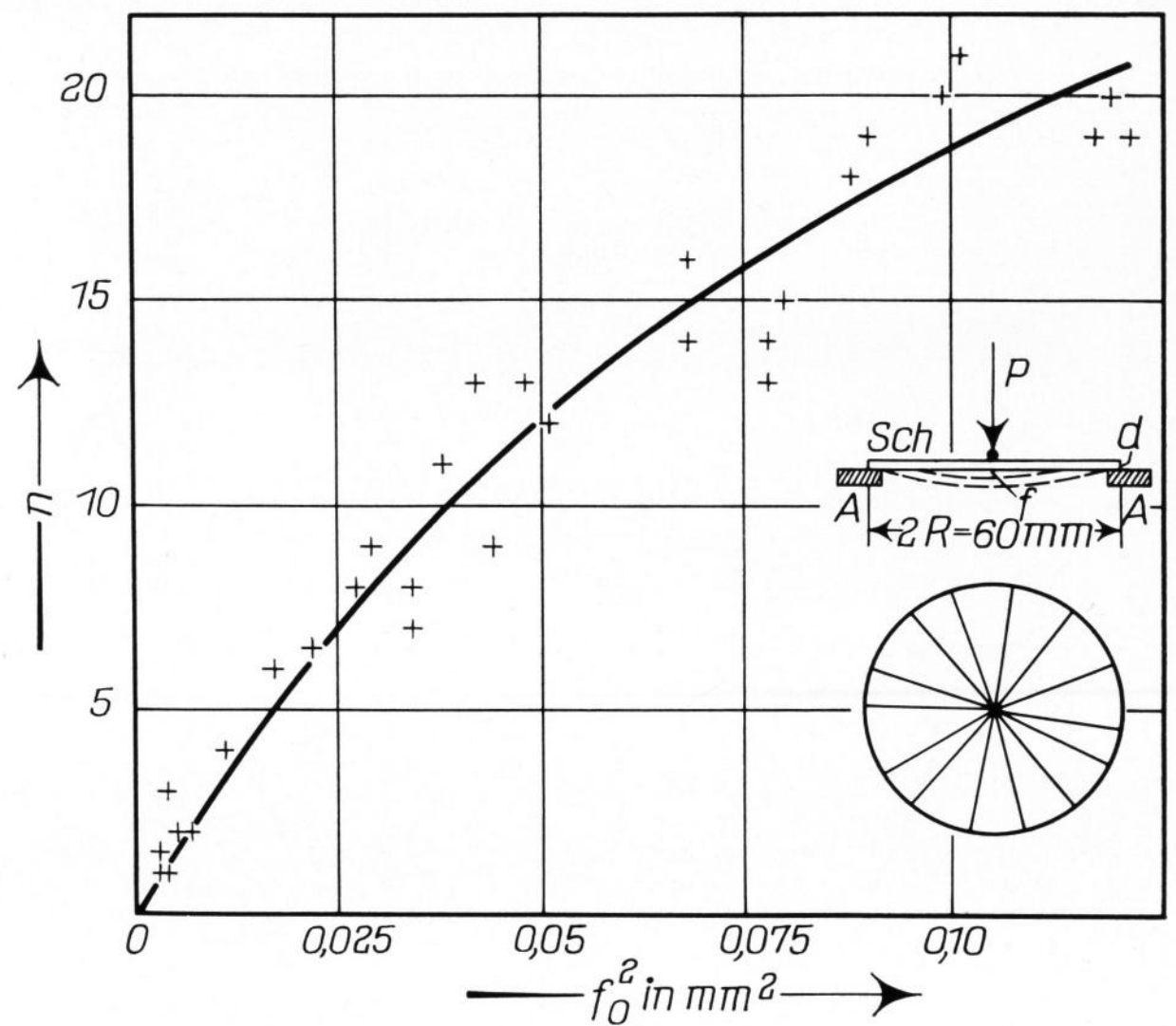


Bild 16. Biegeversuch an kreisrunden Scheiben bei punktförmiger Belastung.

Prinzipskizze: Scheibe (Sch) mit Radius R und Dicke d unter zentraler Punktlast P auf Auflager A, Biegepeil in Scheibenmitte f;

darunter: Bruchbild in Aufsicht (n = 14);

Kurve: Rißzahl n in Abhängigkeit von f_0^2 für Tafelglasscheiben.

setzung kann der sehr einfache, in einer Prinzipskizze (Bild 16) beschriebene Versuch dienen. Die auf die Auflager A gelegten Probescheiben Sch mit dem Durchmesser $2R$ und der Dicke d werden mit Hilfe eines Stempels (mit abgerundeter Spitze) bis zum Bruch bei der Last P_0 gedrückt; der zugehörige Biegepeil unter dem Lastangriffspunkt sei bei Eintritt des Bruches f_0 . Man erhält dann eine mit wachsender Bruchlast P_0 bzw. zunehmendem Biegepeil f_0 zunehmende Zahl n von Radialrissen. (In der unteren Skizze des Bildes 16 ist das Bruchbild für $n = 14$ skizziert.)

Man sollte dann näherungsweise eine einfache Beziehung zwischen der insgesamt bis zum Bruch angelieferten elastischen Energie und der Zahl n der Radialrisse erwarten. Würde beim Bruch die gesamte angelieferte Energie $1/2 P_0 f_0$ in Bruchflächenenergie umgesetzt werden, und wäre die zur Erzeugung von 1 cm^2 notwendige kritische spezifische Energie eine von der Bruchgeschwindigkeit unabhängige konstante Größe G_c , so müßte nämlich die folgende Gleichung gelten:

$$\frac{1}{2} P_0 f_0 = n R d G_c, \tag{10}$$

aus der folgt

$$G_c = \frac{1}{2} \frac{P_0 f_0}{R d n} = \text{const.} \frac{f_0^2}{R d n}. \tag{11}$$

Bei der Umwandlung der letzten Gleichung wurde vorausgesetzt, daß P während des ganzen Versuchs proportional zu f ist. Nach Gleichung (11) sollte also n proportional zu f_0^2 sein. Der gemessene und ebenfalls in Bild 16 dargestellte Zusammenhang zwischen n und f_0^2 zeigt aber, daß dies allenfalls am Anfang der Fall ist, daß vielmehr mit wachsendem f_0^2 die Rißzahl n zunehmend kleiner wird, als nach Gleichung (11) zu erwarten ist.

Für die Abweichung von der Proportionalität sind die folgenden Gründe anzunehmen: Der Biegepeil f

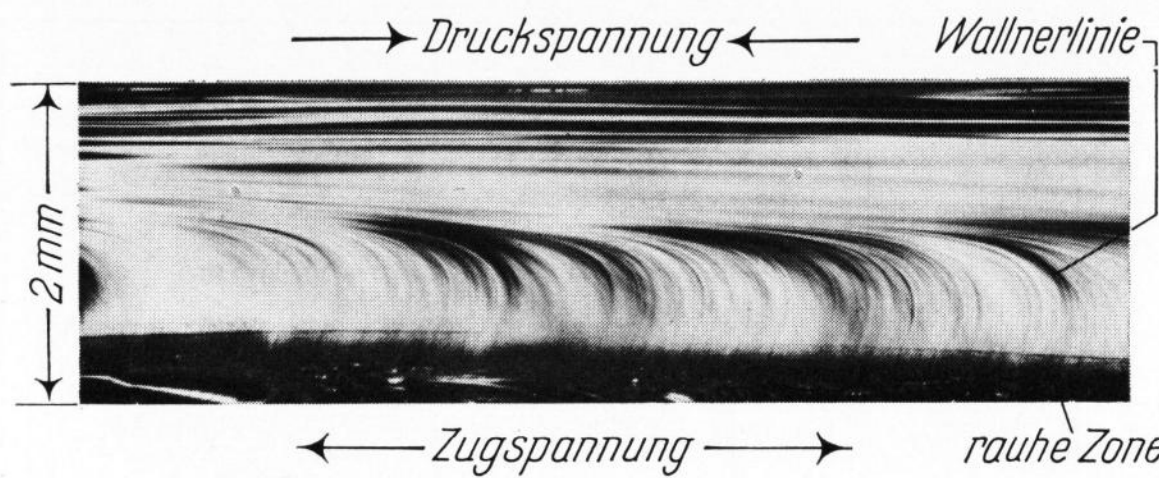


Bild 17. Teil einer beim Biegeversuch nach Bild 16 entstandenen Bruchfläche.

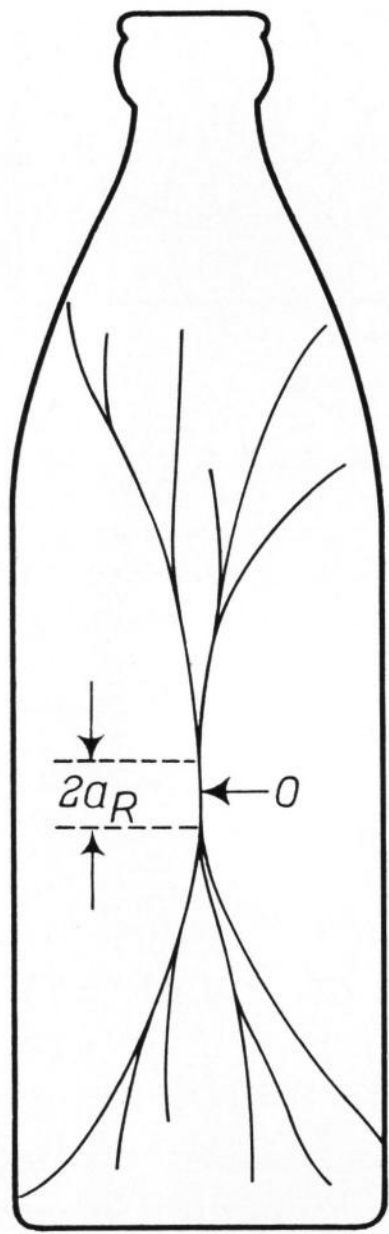


Bild 18. Rißbildung beim Bersten einer Flasche (schematisch).

wächst bei größeren Durchbiegungen nicht linear mit P . Außer der Bruchflächenenergie entstehen noch andere Energieformen, z. B. kinetische Energie der durch den Bruchvorgang angeregten elastischen Wellen. G_c ist keine konstante Größe: vielmehr wächst der stattdessen zu betrachtende Mittelwert \bar{G}_c mit zunehmender angelieferter elastischer Energie $\frac{1}{2} P_0 f_0$.

Das letzte Argument hängt wahrscheinlich damit zusammen, daß der relative Anteil der rauhen Bruchflächenzone mit $\frac{1}{2} P_0 f_0$ ansteigt. Hierzu sei erläuternd auf Bild 17 verwiesen, das einen Teil einer bei derartigen Versuchen entstandenen Bruchfläche zeigt. Darin ist die rauhe Zone im ursprünglichen Zugbereich zu erkennen; die aus diesen Rauheitsbereichen herauslaufenden Wallner-Linien bestätigen, daß die generelle Bruchrichtung im mittleren Streifen der Bruchfläche von links nach rechts gewesen ist, daß die Bruchrichtung aber jeweils nach oben abgedreht hat, um schließlich senkrecht auf der ursprünglich durch Druckspannung beanspruchten oberen Oberfläche zu stehen; dementsprechend verlaufen die Wallner-Linien hier fast parallel zu dieser Oberfläche und entsprechend der geringer werdenden Bruchgeschwindigkeit sehr eng zueinander.

Unter Berücksichtigung der oben erwähnten Einschränkungen läßt sich aus solchen Biegeversuchen nach Gleichung (11) die folgende mittlere kritische spezifische Energiefreisetzung \bar{G}_c für Tafelglas gewinnen: Da die besprochene Versuchsreihe für $n = 10$ (den

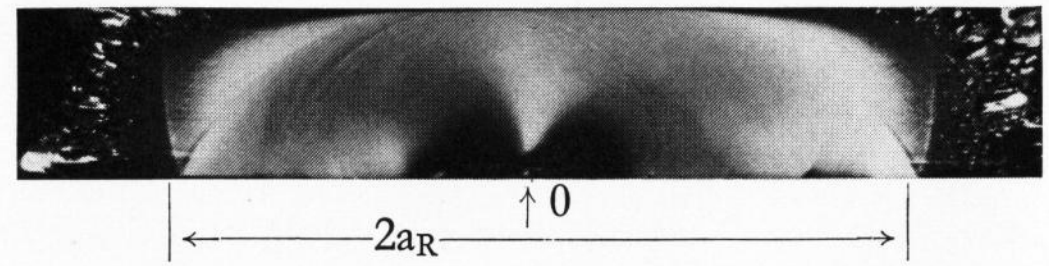


Bild 19. Rißfläche in der Umgebung des Bruchsprungs 0 eines Flaschenbruchs (siehe Bild 18).

Bildhöhe \triangleq Wanddicke $d = 1,9$ mm (nach D. Stahn, IFKM, 1975)

Anfang der Kurve in Bild 16) die folgenden Zahlenwerte ergab:

$$\bar{P}_0 = 21,2 \text{ kp} = 216 \text{ N};$$

$$\bar{f}_0 = 0,2 \text{ mm} \quad (2R = 60 \text{ mm}, d = 2 \text{ mm})$$

wird nach Gleichung (11):

$$\bar{G}_c = 37 \text{ J/m}^2.$$

Dieser Wert liegt erwartungsgemäß unter dem aus Bild 5 ablesbaren Wert von G_I für beginnende Rauigkeit: $G_{I,R} \approx 68 \text{ J/m}^2$.

Auch für Gläser mit verschiedenen chemischen Zusammensetzungen und verschiedenen elastischen Konstanten sollten mit derartig einfachen Biegeversuchen durchaus repräsentative relative Vergleichswerte \bar{G}_c bestimmbar sein.

5.2. Bruch von Flaschen

Bei der Berstdruckprüfung von Flaschen tritt in den meisten Fällen eine Rißbildung in der in Bild 18 skizzierten Weise auf. Da die Umfangsspannung am Bruchsprung 0

$$\sigma_\varphi = \frac{p_i r}{d} \quad (12)$$

(p_i = Innenüberdruck, r = Flaschenradius und d = Wanddicke im Bereich des Bruchsprungs 0) doppelt so groß ist wie die axiale Spannung bei 0, liegt der Anfangsriß im allgemeinen in Richtung der Flaschenachse. Der Bruchsprungspunkt 0 liegt — wegen der besonderen Verletzungswahrscheinlichkeit — meistens auf der Außenfläche.

Dies ist auch bei dem nun eingehender behandelten Berstversuch der Fall, von dem Bild 19 die primäre Rißfläche zeigt. Die bruchmechanische Analyse dieses Flaschenbruchs geht am vorteilhaftesten von der Entfernung $2a_R$ der deutlich erkennbaren Bruchspiegelränder (Anfangsstellen der Bruchrauigkeit) nahe der Flaschenaußenseite aus. Faßt man die primäre Rißbildung näherungsweise als einen Zugversuch in Umfangsrichtung auf, also senkrecht zu σ_φ , so kann man diese als die Entwicklung eines zentralen Risses wie in Bild 3 ansehen und für den Spannungsfaktor am Bruchspiegelrand Gleichung (3) mit $f(a/b) = \sqrt{\pi}$ ansetzen:

$$K_{I,R} = \sigma_\varphi \sqrt{\pi a_R}. \quad (13)$$

Hieraus erhält man mit Gleichung (12):

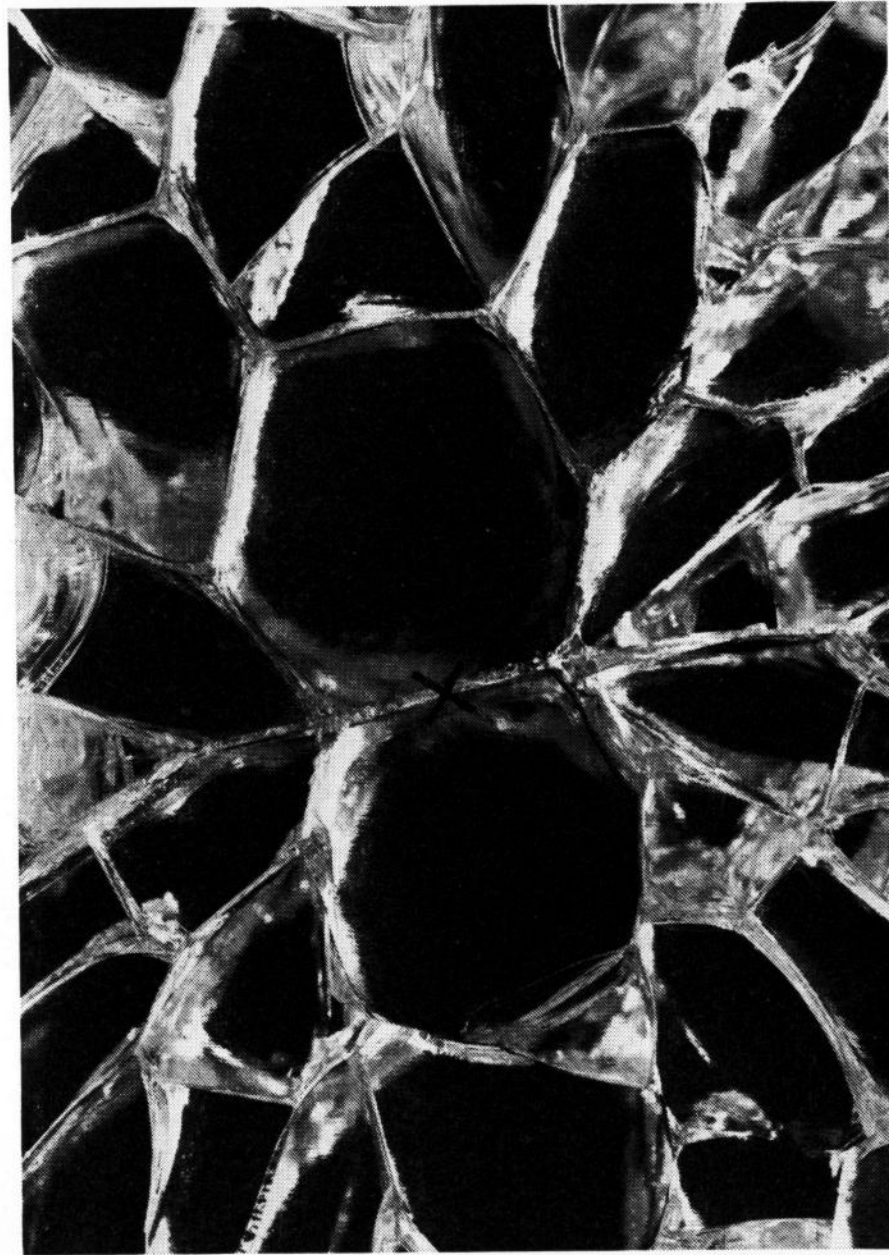
$$p_i = \frac{K_{I,R}}{\sqrt{\pi a_R}} \cdot \frac{d}{r}. \quad (14)$$

Mit den Zahlenwerten $K_{I,R} = 68 \text{ N/mm}^{3/2}$ (nach Bild 5 und Tabelle 3); $r = 35 \text{ mm}$; $d = 1,9 \text{ mm}$ und $a_R = 4,2 \text{ mm}$ (aus Bild 19) errechnet sich der Innendruck:

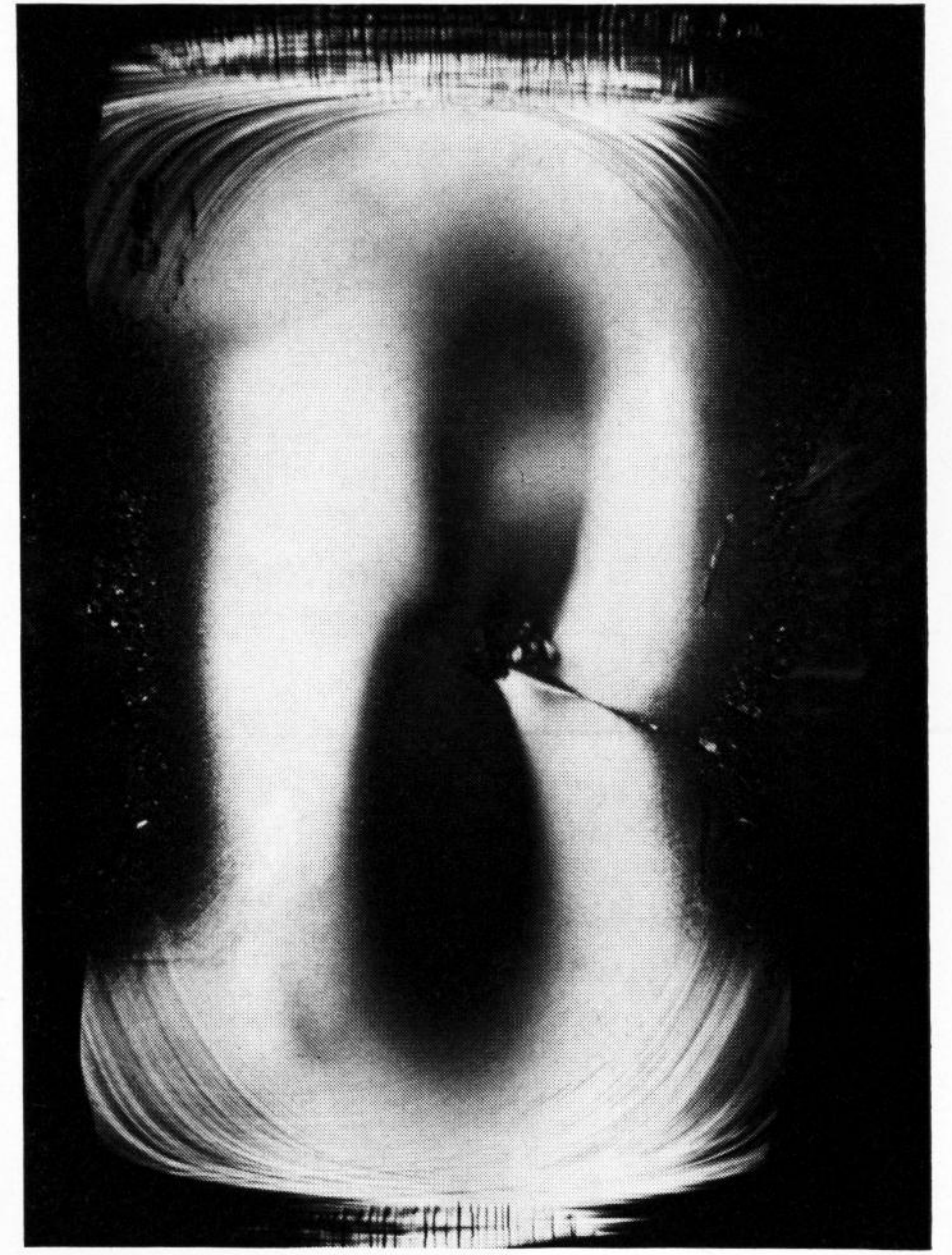
$$p_i = 1,03 \text{ N/mm}^2 = 10,5 \text{ kp/cm}^2,$$

der innerhalb der Meßgenauigkeiten mit dem beim Ber-

Bilder 20a und b. Bruch einer vorgespannten Glasscheibe,
 a) Aufsicht auf eine Oberfläche der Scheibe: Bruchursprung liegt unter x;
 b) zugehörige primäre Rißfläche mit zentralem Bruchursprung (Bildhöhe $\hat{=}$ Scheibendicke = 10,5 mm).



a)



b)

sten gemessenen Innendruck p_i übereinstimmte. — Hierbei wurde angenommen, daß das Flaschenglas den gleichen $K_{I,R}$ -Wert besitzt wie Tafel- bzw. Spiegelglas.

5.3. Bruch einer vorgespannten Glasscheibe mit innerer Störstelle

Bild 20a zeigt die Aufsicht auf das Ursprungsgebiet eines Bruches, der in einer thermisch vorgespannten Glasscheibe — in der für eine solches Glas typischen Weise — mit vielen Rißverzweigungen abgelaufen ist, Bild 20b die zugehörige primäre Rißfläche, d. h. den Scheibenquerschnitt an dieser Stelle, mit deutlich erkennbarer Bruchursprungsstelle mit einer kristallinen Ausscheidung (Nickelsulfid). Auch in diesem Fall läßt sich die Frage nach der Größe der bruchauslösenden Vergleichsspannung durch Auswertung der Bruchspiegelgröße, d. h. des Abstandes $2a_R$ zwischen den Anfängen der Rauheitsgebiete (in Bild 20b rechts und links) beantworten.

Nach Maßgabe der aus den Rauheitsgebieten herauslaufenden Wallner-Linien ist die Rißfront in diese Gebiete viel früher als in die Lanzettbruchbereiche nach den Scheibenoberflächen (in Bild 20b oben und unten) eingelaufen. Die Rißfront dürfte daher kurz vor dem Erreichen der rauhen Zonen nahezu kreisförmig gewesen sein.

Hinsichtlich des K-Faktors für die Teile der Rißfront, die sich auf die freien Oberflächen — oben und unten — zubewegen, ist zu bemerken: Von innen nach außen nehmen bei thermisch vorgespannten Gläsern zwar be-

kanntlich die Zugspannung ab, der Korrekturfaktor f vom Spannungsfaktor K (siehe Abschnitt 1.1.) bei Annäherung an eine freie Oberfläche aber zu; beide Effekte können sich etwa kompensieren, so daß eine anfänglich kreissymmetrische Rißausbreitung verständlich wird.

Zur Abschätzung der rißauslösenden Vergleichsspannungen σ_0 — in diesem Falle eine Eigenspannung — aus der Größe des Spannungsfaktors am Beginn der Rauheitsbereiche $K_{I,R}$ sollte nach den vorstehenden Überlegungen also der für den kreisrunden Innenriß im sehr breiten Körper gültige Korrekturfaktor $f = 1,13$ (siehe Tabelle 1, Fall 3, $a \ll d$) benutzt werden. Damit erhält man aus $K_{I,R} = \sigma_0 \cdot 1,13 \sqrt{a_R}$ mit den Zahlenwerten $a_R = 1,9$ mm, $K_{I,R} = 68$ N/mm^{3/2} für die Vergleichsspannung $\sigma_0 = 43,7$ N/mm² = 445 kp/cm².

Eine Zugspannung dieser Größenordnung, die im Scheibeninnern bei thermisch vorgespannten Gläsern durchaus zu erwarten ist, kann nur dann zum Bruch führen, wenn dort eine entsprechende (in Bild 20b auch sichtbare) mechanische Störstelle vorgelegen hat.

* * *

Die hier dargestellte Bruchflächenanalyse war hinsichtlich ihrer quantitativen Aussagen im wesentlichen auf Tafel- und Spiegelglas und Gläser ähnlicher chemischer Zusammensetzung bezogen. Die Ergebnisse sind aber auch auf andere Glasarten quantitativ übertragbar, wenn die Bruchgeschwindigkeits- K_I -Kurve des Bildes 5 wenigstens stückweise bekannt ist und sinngemäß verwendet wird.

6. Literatur

- [1] Bauernfeind, X.: Schuß oder Steinwurf. Arch. Kriminologie 95 (1934) S. 128 – 138. [Ref. Glastechn. Ber. 31 (1958) S. 116.]
- [2] Bauernfeind, X.: Glasscheibenbrüche. Indizien für Einbruchversicherungs- und Feuerversicherungsbetrug. Arch. Kriminologie 101 (1937) S. 193 – 216. [Ref. Glastechn. Ber. 31 (1958) S. 116.]
- [3] Borchard, K. H.: Zur Erkennbarkeit des Dauerbruches. Glastechn. Ber. 13 (1935) S. 114 – 116.
- [4] Smekal, A.: Über den Zerreißvorgang der Gläser. Glastechn. Ber. 13 (1935) S. 141 – 151.
- [5] Smekal, A.: Die Festigkeitseigenschaften spröder Körper. Ergebn. exakter Naturwiss. 15 (1936) S. 106 – 188.
- [6] Jebens-Marwedel, H.: Analyse eines Bruchbildes von Flachglas. Glastechn. Ber. 31 (1958) S. 93 – 94.
- [7] Irwin, G. R.: Fracture. In: Handbuch der Physik. Bd. 6. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1958. S. 551 bis 590.

- [8] Kerkhof, F.: Bruchvorgänge in Gläsern. Frankfurt (Main): Verl. d. Dt. Glastechn. Ges. 1970.
- [9] Kerkhof, F.: Anwendung der Bruchmechanik auf Hochpolymere. Kolloid-Z. u. Z. Polymere **251** (1973) S. 545 bis 553.
- [10] Kerkhof, F. und Sommer, E.: Kriterien der Bruchentstehung aus der Sicht der Bruchmechanik. Materialprüf. **14** (1972) S. 289 – 293.
- [11] Blauel, J. G.; Kalthoff, J. F. und Sommer, E.: Die Bruchmechanik als Grundlage für das Verständnis des Festigkeitsverhaltens. Materialprüf. **12** (1970) S. 69 – 76.
- [12] Paris, P. C. und Sih, G. C.: Stress analysis of cracks. Symposium on fracture, toughness testing and its application, American Society of Testing and Materials, 1965. Special techn. Paper 381, S. 30 – 83.
- [13] Sneddon, I. N.: The distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid. Proc. Roy. Soc. (London) **A 187** (1946) S. 229 – 260.
- [14] Radaj, D.: Zur Didaktik und Geschichte der Bruchmechanik. Materialprüf. **12** (1970) S. 236 – 237.
- [15] Wieghardt, K.: Über das Spalten und Zerreißen elastischer Körper. Z. Math. u. Phys. **55** (1907) S. 60 – 103.
- [16] Gross, B.; Srawley, J. E. und Brown, jr., W. F.: Stress intensity factor for a single edge notched tension specimen by boundary collocation of a stress function. NASA Techn. Note D-2395, 1964.
- [17] Irwin, G. R.: The crack-extension-force for a part through crack in a plate. Trans. Amer. Soc. mechan. Engrs., J. appl. Mechan. **29** (1962) S. 651 – 654.
- [18] Shah, R. C. und Kobayashi, A. S.: On the surface flaw problem. Proc. ComCam Symposium on the surface flaw, Appl. Mechan. Div. of ASME, 1972.
- [19] Richter, H.: Experimentelle Untersuchungen zur Rißausbreitung in Spiegelglas im Geschwindigkeitsbereich 10^{-3} bis $5 \cdot 10^3$ mm/s. Univ. (TH) Karlsruhe, Diss. 1974.
- [20] Döll, W.: Untersuchungen zum Bruchvorgang von verschieden molarem Polymethylmethacrylat. Univ. (TH) Karlsruhe, Diss. 1974.
- [21] Schönert, K.; Umhauer, H. und Klemm, W.: The influence of temperature and environment on the slow crack propagation in glass. In: Pratt, P. L. (Hrsg.): Fracture 1969. Proc. 2nd Internat. Conf. on Fracture, Brighton, April 1969. London: Chapman & Hall 1969. S. 474 – 482.
- [22] Wiederhorn, S. M.: Influence of water vapor on crack propagation in soda-lime glass. J. Amer. ceram. Soc. **50** (1967) S. 407 – 414. [Ref. Glastechn. Ber. **42** (1969) S. 143.]
- [23] Wiederhorn, S. M.: Fracture of ceramics. In: Wachtman, jr., J. B.: Mechanical and thermal properties of ceramics. Washington 1969.
- [24] Kerkhof, F.: Vorgänge beim Bruch. Ernst-Mach-Institut der Fraunhofer-Ges., Freiburg 1958. Bericht-Nr. 7/58.
- [25] Kerkhof, F.: Vorgänge beim Bruch. In: Wolf, K. A. (Hrsg.): Struktur und physikalisches Verhalten der Kunststoffe. Bd. 1. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1962. S. 440 – 484.
- [26] Erdogan, F. und Sih, G. C.: On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. Trans. Amer. Soc. mechan. Engrs., Ser. D. **85** (1963) S. 519 bis 527.
- [27] McClintock, F. A.: Diskussion in [26].
- [28] Kerkhof, F.: Bruchvorgänge in Gläsern. 3. Internat. Tagung über den Bruch, München 1973. T. 1: Hauptvorträge. Düsseldorf: Verl. Stahleisen 1973. PL IX -131, 35 S.
- [29] Knauss, W. G. und Palaniswamy, K.: On the problem of crack extension under general loading. California Inst. Technol. 1974. Rep. SM 74-8.
- [30] Smekal, A.: Zum Bruchvorgang bei sprödem Stoffverhalten unter ein- und mehrachsigen Beanspruchungen. Österr. Ing.-Arch. **7** (1953) S. 49 – 70. [Ref. Glastechn. Ber. **27** (1954) S. 398.]
- [31] Sommer, E.: Bruchverhalten unter Manteldruck mit Überlagerung von Zug- und Torsionsspannungen. Univ. Freiburg, Diss. 1966.
- [32] Sommer, E.: Das Bruchverhalten von Rundstäben aus Glas im Manteldruckversuch mit überlagerter Zugspannung. Glastechn. Ber. **40** (1967) S. 304 – 307.
- [33] Sommer, E.: Formation of fracture "lances" in glass. Engng. Fracture Mechan. **1** (1969) S. 539 – 546.
- [34] Richter, H.: Rißfrontkrümmung und Bruchflächenmarkierung im Übergangsbereich der Bruchgeschwindigkeit. Glastechn. Ber. **47** (1974) Nr. 6, S. 146 – 147.
- [35] Varner, J. R. und Fréchette, V. D.: Fracture marks associated with transition region behavior of slow cracks in glass. J. appl. Phys. **42** (1971) S. 1983 – 1984. [Ref. Glastechn. Ber. **46** (1973) 73R0017.]
- [36] Kerkhof, F. und Müller-Beck, H.: Zur bruchmechanischen Deutung der Schlagmarken an Steingeräten. Glastechn. Ber. **42** (1969) S. 439 – 448.
- [37] Blauel, J. G. und Kerkhof, F.: Sprödbbruchvorgänge durch thermisch induzierte elastische Spannungen. Chem.-Ing.-Techn. **43** (1971) S. 746 – 749. [Ref. Glastechn. Ber. **45** (1972) 72R1485.]