

Stabilitätsprobleme beim Widerstandsheizen von Glasschmelzen

Von Reiner Schumacher, Köln

(Eingegangen am 25. März 1982)

Das mögliche Auftreten von thermischer Instabilität bei der direkten elektrischen Erwärmung von Glasschmelzen wird rechnerisch untersucht. Ein herausgegriffenes Volumenelement kann bei vorgegebener elektrischer Potentialdifferenz in einem bestimmten Bereich der eigenen und der Umgebungstemperatur instabil werden; diese Instabilität endet oberhalb einer materialabhängigen

grenztemperatur. Bei „normalen“ Gläsern liegt diese Grenztemperatur unterhalb des Anwendungsbereiches der durch Strom erzeugten Wärme. Eine Gefahr besteht allenfalls bei Gläsern mit extrem hoher Aktivierungsenergie der elektrischen Leitfähigkeit und geringer Strahlungsdurchlässigkeit sowie bei dem umgebenden Feuerfestmaterial an konstruktiv exponierten Stellen.

Stability problems in the resistance heating of glass melts

The possible occurrence of thermal instabilities in the direct electrical heating of glass has been investigated by computation. A particular volume element can become unstable under a given potential difference in a given range of its own and the surrounding temperature; this instability ceases above a particular material

dependent limiting temperature. For ordinary glasses this limit lies below the range of heat fluxes actually used. A danger does exist with glasses having an extremely high activation energy of electrical conductivity and low transparency to radiation whilst the surrounding refractory materials also play a part.

Problèmes de stabilité dans le chauffage par effet Joule de fontes de verre

La probabilité de l'apparition d'une instabilité thermique lors du chauffage électrique direct de fontes de verre est calculée. Un élément de volume quelconque peut devenir instable lors d'une différence de potentiel électrique donnée à l'avance dans une plage déterminée de sa propre température et de celle de son environnement; cette instabilité disparaît au-dessus d'une tempé-

rature limite dépendant du matériau. Pour les verres „normaux“, cette limite se situe en dessous du domaine d'emploi de l'effet Joule. Tout au plus existe-t-il un danger pour les verres dont l'énergie d'activation de la conductivité électrique est extrêmement élevée et la transmission de radiation réduite, ainsi que pour les réfractaires qui entourent les endroits exposés du four.

Im Zuge der wachsenden Verwendung elektrischer Energie bei der Glasschmelze werden gelegentlich Phänomene beobachtet, die an un stabile Zustände denken lassen, wie das Auftreten von Schlieren und das ungewollte Schmelzen von Steinmaterial. Von Trier [1] sind Überlegungen bekannt, die Bedingungen der Instabilität aus der Temperaturabhängigkeit von Ohmscher Wärmezeugung und Wärmeabgabe herzuleiten. Das System wird dabei unausgesprochen als stationär vorausgesetzt. Eine Arbeit von Hilbig [2] beschreibt einen Lösungsansatz des instationären Wärmeausgleichs. Er führt auf eine Eigenwertgleichung für einen oszillierenden, also instabilen, Zustand des Systems.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Überlegungen von Trier physikalisch und mathematisch sauber auszuarbeiten und einen Existenzbereich instabiler Zustände abzugrenzen.

1. Stabilitätsbedingung

Der zeitliche Temperaturanstieg eines Volumenelementes hängt ab von der Differenz zwischen der elektrisch zugeführten (Ohmschen) Verlustleistung W_{zu} und der abtransportierten Wärmeleistung W_{ab} :

$$\dot{Q} = \gamma c \dot{T} = W_{zu} - W_{ab} \quad (1)$$

(Dichte γ und spezifische Wärme c sind konstant.)

Im stationären Zustand ist

$$\dot{T} = 0$$

für $T = T_0$, also

$$W_{zu} = W_{ab}.$$

Diese Bedingung wird bei gegebenen Randbedingungen im allgemeinen nur für eine (Eindeutigkeit) Gleichgewichtstemperatur T_0 erfüllt sein und stellt eine notwendige, nicht jedoch hinreichende Voraussetzung für den stabilen Zustand dar. Durch stochastische Prozesse werden nämlich kleinste, lokale und zeitlich schwankende Abweichungen von der Gleichgewichtstemperatur T_0 erzeugt. An ein stabiles System ist nun die Forderung zu stellen, daß es jeweils wieder in die Gleichgewichtstemperatur zurückstrebt.

Zur mathematischen Formulierung der Stabilitätsbedingung wird die rechte Seite von Gleichung (1) in eine Reihe als Funktion der Abweichung $T - T_0$ entwickelt. Dabei werden die beiden Energieterme als Funktion der lokalen Temperatur T vorausgesetzt:

$$W_{zu} = W_{zu(T_0)} + \left. \frac{dW_{zu}}{dT} \right|_{T=T_0} (T - T_0) + \dots,$$

$$W_{ab} = W_{ab(T_0)} + \left. \frac{dW_{ab}}{dT} \right|_{T=T_0} (T - T_0) + \dots$$

Gleichung (1) erhält somit die Form:

$$\gamma c \dot{T} = [W_{zu} - W_{ab}]_{T=T_0} + \left[\frac{dW_{zu}}{dT} - \frac{dW_{ab}}{dT} \right]_{T=T_0} (T - T_0) + \dots \quad (2)$$

Im stationären Zustand verschwindet der erste Klammerausdruck nach Definition, bei Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung in $(T - T_0)$ bestimmt der zweite das Stabilitätsverhalten.

Ist nämlich die Größe

$$G = \left[\frac{dW_{zu}}{dT} - \frac{dW_{ab}}{dT} \right]_{T=T_0} \quad (3)$$

< 0 , so wird die aus einer Abweichung von T_0 herrührende Temperaturänderung \dot{T} dieser entgegengesetzt sein und somit das System wieder in die Ausgangslage zurückführen. Im Fall

$$G > 0$$

wird das System instabil. Sein weiteres Verhalten entzieht sich damit der stationären Betrachtungsweise. In der Praxis wird es monoton oder oszillierend einen stabilen Zustand anstreben; mathematisch denkbar ist auch eine explosionsartige Katastrophe oder ein gedämpft oszillierender Zustand.

Bei der Anwendung der Betrachtung auf beobachtete Phänomene ist davon auszugehen, daß sich das System immer in einem stabilen Zustand befindet; bedingt durch Veränderung von Randparametern kann man sich jedoch vorstellen, daß ein Übergang von einem erwünschten stabilen Zustand in einen anderen (unerwünschten) unter Durchquerung einer instabilen Phase stattfindet.

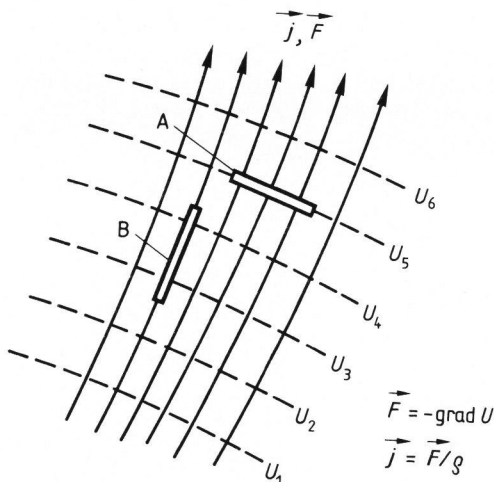


Bild 1. Volumenelemente im elektrischen Feld.

2. Elektrische Energieerzeugung

Die elektrische Verlustleistung in einem stromdurchflossenen Medium wird durch das Produkt von Stromdichte und Feldstärke festgelegt.

$$W_{zu} = j \cdot F$$

mit

$$j = \frac{1}{\rho} \cdot F.$$

Der elektrische Widerstand einer stromdurchflossenen Glasschmelze hängt nach der Arrhenius-Gleichung von der Temperatur ab:

$$\rho = \rho_c \exp\left(\frac{E}{RT}\right).$$

Damit wird für die Wärmeenerzeugung pro Volumenelement:

$$W_{zu} = \frac{F^2}{\rho} = \frac{F^2}{\rho_c} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (4)$$

bzw.

$$W_{zu} = j^2 \cdot \rho = j^2 \cdot \rho_c \exp\left(\frac{E}{RT}\right). \quad (5)$$

Feldstärke und Stromdichte in einem herausgegriffenen Volumenelement hängen, außer von der an den Elektroden anliegenden Potentialdifferenz und dem Elektrodenstrom, auch von der Feldverteilung in der Umgebung des Volumenelementes ab; die zuständigen elektrischen Feldgleichungen können wegen der Temperaturabhängigkeit von ρ nur bei bekannter Temperaturverteilung gelöst werden. Demnach setzt die Differentiation von W_{zu} nach T schon die Lösung des gesamten Problems voraus.

Die Gleichungen (4) und (5) bieten Ansätze für eine vereinfachende Betrachtung, zu deren anschaulicher Erläuterung Bild 1 dient. Dargestellt sind Feldlinien und Stromlinien sowie zwei herausgegriffene Volumenelemente. Das scheibenförmige Volumenelement A erstreckt sich senkrecht zu den Stromlinien. Da die Stromdichte j im Volumenelement von der Umgebung „aufgezwungen“ wird und damit von der lokalen Temperatur nicht abhängt, kann mit Gleichung (5) leicht die Temperaturableitung von W_{zu} gebildet werden:

$$\frac{dW_{zu}}{dT} = -\frac{E}{RT^2} \cdot j^2 \cdot \rho_c \exp\left(\frac{E}{RT}\right) = -\frac{E}{RT^2} \cdot W_{zu}.$$

Dieser Ausdruck ist immer negativ. Da andererseits bei allen physikalisch vernünftigen Systemen die Wärmeabfuhr mit der Temperatur steigt

($dW_{ab}/(dT) > 0$), zeigt sich durch Einsetzen in Gleichung (3) G immer negativ, dieses System also grundsätzlich stabil.

Daraus folgt unmittelbar, daß bei homogener elektrischer Glasschmelze die Konstanzhaltung (Regelung) des elektrischen Stromes zur Gewährleistung von thermischer Stabilität hinreichend ist. Bei inhomogenem (Material, Temperatur) System darf jedoch nicht aus der „äußeren“ Stabilität auch auf stabilen Zustand im Innern geschlossen werden. Hinweise auf lokale Instabilität ergibt nämlich der Fall eingepprägter Feldstärke, wie er z. B. durch ein langgestrecktes Volumenelement B in Richtung einer Feldlinie realisiert wird (Bild 1): Durch Differenzieren von Gleichung (4) bei konstanter Größe F folgt:

$$\frac{dW_{zu}}{dT} = \frac{E}{RT^2} \cdot \frac{F^2}{\rho_c} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) = \frac{E}{RT^2} \cdot W_{zu} \quad (6)$$

Da dieser Ausdruck immer positiv ist, können ein positiver Wert für G und damit lokale Instabilität nicht mehr ausgeschlossen werden. Es ist vielmehr die Temperaturabhängigkeit des Wärmeausgleichs zu ermitteln und mit der Wärmeerzeugung zu vergleichen.

Die beiden Fallbeispiele haben gezeigt, daß in Abhängigkeit von der Umgebung Bedingungen möglich sind, die Instabilität verursachen. Da in Wirklichkeit die lokalen Zustände in komplizierter Weise mit der Umgebung gekoppelt sind, dürfte im Normalfall eine etwa anteilige Festlegung auf Ankopplung von Stromdichte und Feldstärke an die Umgebung kaum möglich sein. Sicherlich stellt jedoch die Feldankopplung den instabilsten aller möglichen Fälle dar. Sollte für diesen Fall eine Instabilitätszone angebbbar sein, so befindet sich die „wirkliche“ Instabilität innerhalb, keinesfalls außerhalb dieser Zone.

3. Wärmeausgleich

Wärmeausgleich kann prinzipiell über die drei bekannten Mechanismen Leitung, Konvektion und Strahlung erfolgen.

Die ersten beiden werden nach Trier [1] proportional zur Differenz zwischen der Temperatur T des Volumenelementes und der Temperatur der Umgebung T_u angesetzt. Für den Strahlungsterm wird die auch für beliebig große Temperaturdifferenzen gültige T^4 -Form gewählt, während der Ansatz [1] nur für kleine Differenzen $T - T_u$ gilt.

Damit erhält man für die aus dem Volumenelement pro Zeiteinheit abgeführte Wärmemenge:

$$W_{ab} = \frac{A}{lV} [\kappa_L(T - T_u) + \frac{\kappa_S}{4}(T^4 - T_u^4)] \quad (7)$$

mit

$$\kappa_S = \frac{16}{3} \sigma n^2 s.$$

Der Konvektionsterm k_0 , der allenfalls in der Schmelzwanne einen gewissen Beitrag liefert, für die grundsätzliche Betrachtung jedoch ohne Belang ist, ist darin schon vernachlässigt. Wichtig ist vielmehr die Konkurrenz zwischen dem nur schwach temperaturabhängigen Leitungsanteil und der stark temperaturabhängigen Strahlung.

Durch Differenzieren von W_{ab} nach der Temperatur erhält man den zweiten Term der Stabilitätsfunktion G :

$$\frac{dW_{ab}}{dT} = \frac{A}{lV} [\kappa_L + \kappa_S T^3].$$

4. Stabilitätsfunktion

Mit den Gleichungen (6) und (7) ist nun die Aufstellung einer vereinfachten Stabilitätsfunktion möglich. Wegen der Gleichheit von zu- und abgeführter Energie für $T = T_0$ kann zunächst in Gleichung (6) W_{zu} durch Gleichung (7) ersetzt werden:

$$\frac{dW_{zu}}{dT} = \frac{E}{RT^2} W_{zu} = \frac{E}{RT^2} \frac{A}{lV} [\kappa_L(T - T_u) + \frac{\kappa_S}{4}(T^4 - T_u^4)],$$

wobei ab dieser Gleichung mit T die Gleichgewichtstemperatur T_0 bezeichnet wird. Die Stabilitätsfunktion erhält damit die Form:

$$G = \left[\frac{dW_{zu}}{dT} - \frac{dW_{ab}}{dT} \right]_{T=T_0} = \frac{A}{lV} \left[\frac{E}{RT^2} \left(\kappa_L(T - T_u) + \frac{\kappa_S}{4}(T^4 - T_u^4) \right) - \kappa_L - \kappa_S T^3 \right]. \quad (8)$$

Die Begrenzung des Stabilitätsbereichs als Funktion der lokalen Temperatur T und der (fiktiven) Umgebungstemperatur T_u mit den Materialeigenschaften als Parameter genügt der Gleichung:

$$G = 0,$$

wobei für $G < 0$ das Gleichgewicht stabil ist.

Lösungen dieser Gleichung werden sinnvollerweise für folgende Fälle untersucht:

- a) reine Strahlung \triangleq Glasschmelze,
- b) Strahlung und Leitung \triangleq Glasschmelze,
- c) reine Leitung \triangleq feuerfestes Material.

4.1. Reine Strahlung

Für $\kappa_L = 0$ vereinfacht sich Gleichung (8) zu:

$$G = \frac{A}{lV} \kappa_S \left[\frac{E}{RT^2} \frac{T^4 - T_u^4}{4} - T^3 \right]. \quad (9)$$

(Anmerkung: bei dem für $T \approx T_u$ gültigen Ansatz des Strahlungsanteils in Gleichung (1) wird

$$G = \frac{A \kappa_s}{l V} \left[\frac{E}{R} (T - T_u) T - (4 T - 3 T_u) T^2 \right]$$

mit analytisch leicht darstellbaren Nullstellen.)

Die Nullstellen von G nach Gleichung (9) sind nicht analytisch darstellbar, können jedoch mit numerischen Methoden beliebig genau ermittelt werden. Aus Gleichung (9) folgt unmittelbar, daß diese Nullstellen nur von der Aktivierungsenergie der elektrischen Leitfähigkeit abhängen, deren Zahlenwert für eine Diskussion der numerischen Ergebnisse benötigt wird.

In der Arbeit von Baucke und Frank [3] wurde für verschiedene Glasschmelzen die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit beschrieben. Aus der Steigung der Geraden $\ln \rho$ als Funktion von $1/T$ kann z. B. für das Glas D50 der Schott Glaswerke ein Wert

$$\frac{E}{R} = \frac{B}{\log e} \cong 8300 \text{ K}$$

ermittelt werden.

Mit dieser Kennzahl wurden Nullstellen von Gleichung (9) numerisch berechnet. Daraus ergibt sich die mit 1 bezeichnete Kurve in Bild 2 im Feld T/T_u über einen Bereich von jeweils 0 bis 3000 K. Der Quadrant $T, T_u > 0$ wird durch die Gerade $T = T_u$ geteilt; die Hälfte $T < T_u$ steht dem elektrisch

beheizten System nicht zur Verfügung, da die Wärme nur in Richtung des Temperaturgefälles abtransportiert wird.

Der instabile Bereich bei reiner Strahlung liegt zwischen den beiden Ästen der einer verzerrten Parabel ähnlichen Grenzkurve. Die Stabilitätslücke ist (rechnerisch) am absoluten Nullpunkt am größten und liegt zwischen 0 und $E/4 \cdot R = 2075 \text{ K}$. Sie wird mit steigender Umgebungstemperatur schmaler. Der untere Ast der Grenzkurve fällt zunächst mit der Geraden $T = T_u$ zusammen und löst sich erst mit steigender Temperatur davon. Systeme mit niedrigen Temperaturen können demnach nur bei kleinen Temperaturdifferenzen stabil existieren, wobei die Annahme reiner Strahlung dann physikalisch zweifelhaft wird. Steigt die Temperatur lokal durch Erhöhung der elektrischen Leistung über den unteren Ast der Stabilitätsgrenze an, so können Teilbereiche des Systems auf die obere Grenze der Stabilitätslücke springen, in Abhängigkeit von den Randbedingungen. Eine detaillierte Diskussion dieser „Katastrophe“ ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich; die Zahlenwerte der Temperatur lassen jedoch erhebliche Verdampfungen als vorstellbar erscheinen. Bei einer Temperatur von $1110 \text{ K} \cong 837^\circ \text{C}$ für dieses Beispiel verschwindet die Stabilitätslücke.

Da aber für die praktische Anwendung der Elektrowärme der Temperaturbereich zwischen 1000 und 2000 K interessant ist und für diesen auch der Wert E/R gilt, ist davon auszugehen, daß beim Glas D50 unter der Annahme reiner Strahlung keine Instabilität zu befürchten ist.

Hinsichtlich einer Übertragung dieser Aussage auf andere Gläser ist nur deren Aktivierungsenergie relevant. Die diesbezüglich extremsten Gläser der Arbeit von Baucke und Frank [3] sind:

$$\text{Typ 8414 } \frac{E}{R} \cong 6400 \text{ K,}$$

$$\text{Typ 8250 } \frac{E}{R} \cong 12200 \text{ K.}$$

Analog können für diese Gläser die Nullstellen von G berechnet werden. Hier sei nur die obere Grenze T_u der Stabilitätslücke angegeben; sie beträgt:

$$\text{Typ 8414 } T_u \cong 850 \text{ K} \cong 577^\circ \text{C,}$$

$$\text{Typ 8250 } T_u \cong 1635 \text{ K} \cong 1362^\circ \text{C.}$$

Man sieht, daß bei extrem hoher Aktivierungsenergie der elektrischen Leitfähigkeit die Instabilitätslücke in den Temperaturbereich zwischen Schmelze und Verarbeitung hineinreichen kann.

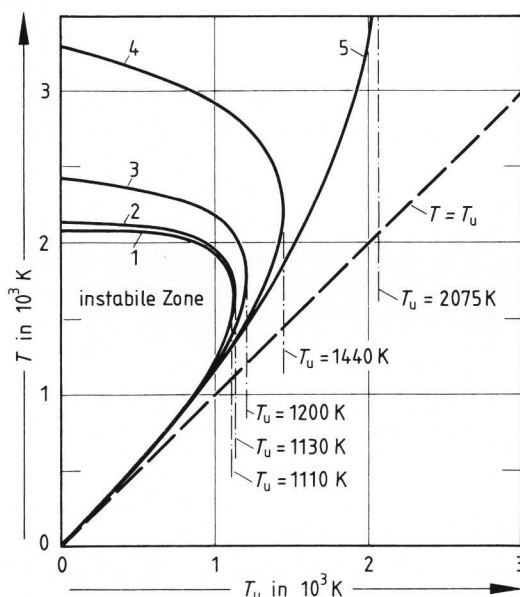


Bild 2. Stabilitätsgrenzen bei elektrischer Widerstandsheizung. 1: reine Strahlung; 2 bis 4: Strahlung und Leitung; 5: reine Leitung.

4.2. Strahlung und Leitung

Bei Berücksichtigung der Wärmeleitung ist zur numerischen Berechnung der Nullstellen von G die Kenntnis der Zahlenwerte weiterer Parameter erforderlich, nämlich κ_L und κ_S .

Für κ_S liegen wegen der Schwierigkeit, bei hohen Temperaturen zu messen und den reinen Leitungsanteil abzutrennen, nur wenige Daten vor. Für diese Betrachtung ist allerdings auch der exakte Zahlenwert ohne Belang ebenso die im Vergleich zur Wärmestrahlung geringe Temperaturabhängigkeit. Der verwendete Zahlenwert wurde aus [4] entnommen bei 1100 °C in Extrapolation auf Schichtdicke $\rightarrow 0$:

$$\kappa_L \cong 2 \text{ kcal}/(\text{m h } ^\circ\text{C}) = 2,33 \text{ W}/(\text{m K}).$$

Die Strahlungsleitfähigkeit enthält die Strahlungskonstante:

$$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

sowie die mittlere freie Weglänge s und den Brechungsindex n . Der Wert für s wird aus [1, Tabelle 2] als repräsentativer Wert für Klarglas entnommen:

$$s = 0,04 \text{ m}.$$

Für den Brechungsindex n wird der Wert 1,5 eingesetzt. Somit gilt:

$$\kappa_S = \frac{16}{3} \sigma n^2 s = 2,74 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m K}^4).$$

Unter Verwendung dieser Daten sowie des Wertes E/R von D50-Glas wurde analog zu Abschnitt 4.1. die numerische Berechnung der Nullstellen von G durchgeführt; das Ergebnis ist in Bild 2 als Kurvenzug 2 dargestellt. Der Vergleich mit Kurve 1 zeigt, daß die Unterschiede nur gering sind, allerdings wird in allen Richtungen das Gebiet der Instabilität vergrößert. Da ein zusätzlicher Beitrag zur Wärmeabfuhr hinzukam, mag dies zunächst verwundern. Die höhere Wärmeabfuhr wird jedoch im Gleichgewicht durch eine entsprechend erhöhte Freisetzung elektrischer Wärme kompensiert. Entscheidend für die Stabilität ist nur die relative Temperaturabhängigkeit der Wärmeableitung; die Mischung aus temperaturproportionaler Leitung und mit der 4. Potenz steigender Strahlung ergibt eine gesamte Temperaturabhängigkeit, die geringer als die 4. Potenz ist.

Insgesamt läßt sich feststellen, daß bei gut durchstrahlbaren Glasschmelzen die Stabilität der Elektrowärme durch die thermische Strahlung gewährleistet ist.

Es gibt jedoch eine Reihe von Glasschmelzen, die durch Einfärben (Farboxide usw.) weniger gut durchstrahlbar sind. Dies führt zu einer Verminderung der Größe κ_S über die mittlere Weglänge s der Strah-

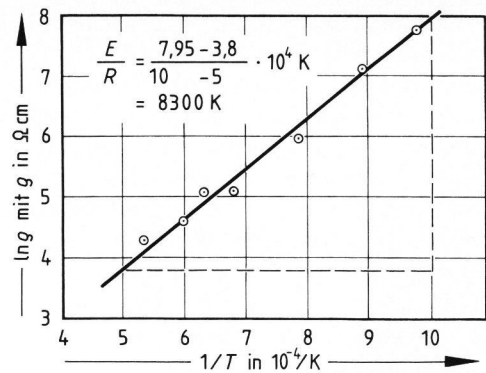


Bild 3. $\ln q$ in Abhängigkeit von $1/T$ für ER 1711.

lungsquanten. Bei zunehmender optischer Dichte erhält man einen Übergang zu dem Fall reiner Wärmeleitung, wie er etwa für das feuerfeste Material gilt. Bei Grünglas beispielsweise beträgt s nur noch etwa 10 % des Wertes für Klarglas. Bezogen auf D50 geht dabei in Bild 2 die Kurve 2 in die Kurve 3 über.

Eine nochmalige Verminderung von κ_S um den Faktor 10 führt schließlich zur Kurve 4. In diesem Falle dringt die Instabilitätszone schon in den technisch relevanten Bereich der Glasschmelztemperatur ein.

4.3. Reine Leitung

Im Spezialfall $\kappa_S = 0$ reduziert sich die Aufgabe auf die Bestimmung der Nullstellen von:

$$\frac{E}{R} \frac{1}{T^2} (T - T_u) - 1 = 0$$

bzw. für $T \neq 0$.

$$T^2 - \frac{E}{R} (T - T_u) = 0.$$

Im Spezialfall dieser quadratischen Gleichung geht in die Lösungen wiederum, wie im Fall reiner Strahlung, nur die Materialkonstante E/R ein:

$$T = \frac{E}{2R} \pm \sqrt{\left(\frac{E}{2R}\right)^2 - \frac{E}{R} T_u}.$$

Diese Gleichung beschreibt eine Parabel mit dem Scheitelpunkt: $T_u = \frac{1}{4} \frac{E}{R}$; $T = \frac{1}{2} \frac{E}{R}$. Die Achse $T_u = 0$ wird bei $T = 0$ und $T = E/R$ geschnitten. Oberhalb $T_u = \frac{1}{4} \frac{E}{R}$ existieren keine reellen Lösungen.

Zur grafischen Darstellung wird nun wieder, jedoch gültig für das feuerfeste Material, eine Zahlenangabe der Aktivierungsenergie der elektri-

schen Leitfähigkeit benötigt. Die Firma L'Electro Réfractaire liefert z. B. zu verschiedenen Steinarten Meßergebnisse der elektrischen Leitfähigkeit als Funktion der Temperatur. Am Beispiel der Qualität ER 1711 ist in Bild 3 die Widerstandskurve nach Herstellerangabe umgezeichnet über $10^4/T$. Die Steigung der angepaßten Geraden liefert eine Aktivierungsenergie, die zahlenmäßig gleich ist der für D50-Glas:

$$\frac{E}{R} \cong 8300 \text{ K.}$$

Die entsprechende Grenzlinie des Instabilitätsbereiches ist mit der Bezeichnung 5 in Bild 2 eingetragen. Der zweite Schnittpunkt mit der T_u -Achse liegt bei 8300 K außerhalb des Diagramms, so daß nur der untere Parabelast sichtbar wird. Mit dem Scheitelpunkt $T_u = 2075 \text{ K} \cong 1802 \text{ }^\circ\text{C}$ liegt die gesamte Instabilitätszone innerhalb des Anwendungsbereiches bei Glasschmelzen. Dies bedeutet allerdings nicht, daß notwendigerweise das feuerfeste Material, das ein Glasschmelzbecken mit Elektrodenbeheizung begrenzt, sich instabil verhält, wenn Strom in das feuerfeste Material fließt. Es muß jedoch mit der Gefahr gerechnet werden, daß an einigen Stellen die feuerfesten Steine überhitzt und aufgeschmolzen werden, wenn eine Reihe von ungünstigen Umständen zusammentrifft:

- a) hohe Stromdichte im Glas parallel zur Steinoberfläche und Eindringen des Stromes in Schichten unter der Oberfläche, die nicht abstrahlen können;
- b) große Temperaturgradienten;
- c) hohe Aktivierungsenergie bei niedrigem Absolutwert des elektrischen Widerstandes.

Wegen der Stromregelung des Gesamtsystems wird das lokale Aufschmelzen an der Leistungsaufnahme nicht sichtbar und bleibt somit zunächst unmerklich.

5. Zusammenfassung

Ein Volumenelement eines stromdurchflossenen Elektrolyten, das an seine Umgebung durch Strahlung und Leitung Wärme abgibt, kann in Abhängig-

keit von der elektrischen Ankopplung Bereiche thermischer Instabilität aufweisen, d. h. bestimmte Kombinationsbereiche der Temperatur des Volumenelementes selber und seiner Umgebung sind für stationäre Zustände nicht möglich.

Die Gefahr der Instabilität hängt wesentlich von der Art der elektrischen Ankopplung an die Umgebung ab. Bei vorgegebener Stromdichte ist eine Instabilität nie möglich; daraus darf jedoch nicht der Schluß gezogen werden, bei insgesamt stromgeregelten Systemen seien lokale Instabilitäten ausgeschlossen. Bei inhomogenen Systemen ist es durchaus denkbar, daß bestimmte Bereiche einer eingepprägten elektrischen Feldstärke als ungünstigster Art der Randbedingung unterliegen. In diesem Fall hängt die Größe der Instabilitätszone vom Verhältnis zwischen Wärmeleitung und -strahlung sowie der Aktivierungsenergie der elektrischen Leitfähigkeit ab, wobei grundsätzlich oberhalb einer gewissen Grenztemperatur der Umgebung die Stabilitätsücke verschwindet. Mit zunehmendem Anteil der Wärmeleitung und steigender Aktivierungsenergie verschiebt sich diese Grenze nach oben.

Die Vorgänge nach Überschreiten der Stabilitätsgrenze können durch das stationäre Rechenmodell nicht beschrieben werden; sicher ist jedoch, daß lokale Temperatursprünge eintreten, die Eigenschaftsveränderungen oder sogar Phasenumwandlungen bewirken.

Wendet man die Berechnungen auf Glasschmelzen an, so stellt sich heraus, daß im Normalfall die Stabilitätsücke nicht in den üblichen Temperaturbereich bei der Anwendung der durch Strom erzeugten Wärme hineinreicht. Eine Neigung zur Instabilität besteht allenfalls bei Gläsern mit extrem niedriger Strahlungsdurchlässigkeit und/oder extrem hoher Aktivierungsenergie.

Das die Glasschmelze umgebende Steinmaterial kann Wärme praktisch nur mittels Leitung abgeben: Mit einer Stabilitätsücke ist deshalb im gesamten Anwendungsbereich zu rechnen. Daß die Instabilität tatsächlich auftritt, ist an das Vorhandensein einer Reihe von ungünstigen Umständen gebunden, die teils konstruktiv, teils materialtechnisch zu beeinflussen sind.

6. Literatur

- [1] Trier, W.: Betrachtungen über die thermische Stabilität von Elektrowannen. Glastechn. Ber. **53** (1980) S. 348–350.
- [2] Hilbig, G.: Stabilität von Elektroglasschmelzwannen. Glastechn. Ber. **54** (1981) Nr. 2, S. 44–47.
- [3] Baucke, F. G. K. und Frank, W. A.: Conductivity cell for molten glasses and salts. Glastechn. Ber. **49** (1976) S. 157–161.
- [4] HVG-Kurse: Wärmetransportvorgänge bei der Verarbeitung des Glases. Frankfurt (Main): Hüttentechnische Vereinigung der Deutschen Glasindustrie (HVG) 1978. S. II/7, Fig. 14. 82R2432