

DK 666.1.036.23:532.57:532.133:532.612.4:532.14

Massenstrom, Ziehkraft und Geschwindigkeitsverteilung beim Glasfaserziehvorgang

Von Manfred Stehle und Rolf Brückner, Berlin

(Teilweise vorgetragen auf der 51. Glastechnischen Tagung am 25. Mai 1977 in Bad Nauheim)

(Mitteilung aus dem Institut für Nichtmetallische Werkstoffe — Anorganische Werkstoffe — der Technischen Universität Berlin)

(Eingegangen am 2. August 1977)

Experimentelle Untersuchungsergebnisse des Massenstromes und die daraus resultierenden Fadendurchmesser beim Glasfaserziehvorgang (Düsenziehverfahren) zeigen ein Verhalten, das nicht allein mit der Durchflußformel nach Hagen-Poiseuille beschrieben werden kann. Als Ursache dieser Abweichung wird die Oberflächenspannung der Glasschmelze und die von der Viskosität bestimmte Verformungskraft zur Bildung der Glasfaser erkannt. Es wird eine Beziehung für die an der Faser und an der „Ziehzwiebel“ angreifende Zugkraft auf Grund des am entstehenden Faden herrschenden Kräftegleichgewichtes auf der Basis früherer

Arbeiten abgeleitet und experimentell bestätigt, nachdem sich experimentell erwiesen hat, daß die axiale Geschwindigkeitsverteilung an der Oberfläche der Ziehzwiebel schon nach sehr kurzer Distanz vom Düsenausgang ($z < R_0/2$) mit der über den Radius gemittelten übereinstimmt. Als Parameter gehen die Geometrie der Ziehzwiebel, die Viskosität, Oberflächenspannung und Dichte der Glasschmelze am Düsenausgang ein. Sowohl der berechnete Massenstrom als auch die Faserziehkraft befinden sich in guter Übereinstimmung mit dem Experiment. Von besonderem Einfluß auf den Massenstrom erweist sich der Benetzungszustand des Düsenausgangs.

Mass flow, drawing force and velocity distribution in glass fibre drawing

Experimental data on the mass flow and fibre diameter for glass fibres drawn from an orifice show behaviour which cannot be interpreted only by the Hagen-Poiseuille law. The origin of the discrepancies lies in the surface tension and the viscous deformation forces involved in forming the fibre. An equation for the drawing forces acting on the fibre and the jet is deduced on the basis of the equilibrium of the predominant forces using earlier works and has been confirmed experimentally. It has been shown experimentally that the

axial velocity distribution on the surface of the jet agrees with the mean velocity over the cross section after a very short distance ($z < R_0/2$) of the orifice opening. The parameters involved are the geometry of the jet together with viscosity, surface tension and density of the melt at the orifice exit. The calculated mass flow and fibre drawing force are then found to be in good agreement with experiment. The wetting behaviour at the orifice exit has a particular influence on the mass flow.

Courant de masse, force d'étirage et répartition de la vitesse au cours du processus d'étirage d'une fibre de verre

Les résultats d'études expérimentales effectuées sur le courant de masse et les diamètres de fibres qui en résultent (dans le procédé d'étirage mécanique à travers des filières) révèlent un comportement qui ne peut être décrit par la seule formule d'écoulement de Hagen-Poiseuille. On constate que la tension superficielle de la fonte du verre et la force de déformation déterminée par la viscosité et qui sert à former la fibre sont les causes de cette anomalie. En partant de l'équilibre des forces qui règne à la naissance de la fibre et sur base de travaux antérieurs, on en déduit une relation applicable à la force de traction qui s'exerce sur la fibre à l'endroit du bulbe

après avoir eu confirmation expérimentale de ce que la répartition des vitesses axiales à la surface du bulbe coïncide déjà, à très faible distance de la sortie de la filière ($z < R_0/2$) avec celle calculée à partir du rayon. Les paramètres qui interviennent sont la géométrie du bulbe de la fibre, la viscosité, la tension superficielle et la densité du verre fondu à la sortie de la filière. Le courant de masse calculé, de même que la force d'étirage de la fibre, sont en bon accord avec les valeurs trouvées expérimentalement. Il apparaît que le degré de mouillage de la sortie de la filière exerce une influence particulière sur le courant de masse.

Glasfasern beliebiger Länge können nach dem Düsenziehverfahren hergestellt werden. Der Glasfaserdurchmesser hängt vom Massenstrom und von der Trommelumfangsgeschwindigkeit ab.

Die Berechnung des Glasmassenstromes erfolgte bisher in der Literatur [1] nach dem Durchflußgesetz von Hagen-Poiseuille und Couette. Dies führte zu Abweichungen gegenüber dem Experiment, was folgende Ursachen haben kann:

1. Temperaturgradienten innerhalb der Düse,
2. Einfluß der Düseneinlaufströmung,
3. Rückwirkung des Ziehvorganges auf die Düsenströmung.

Temperaturgradienten in der Düse können durch thermische Maßnahmen (Isolation) an der Ziehdüse klein gehalten werden. Die Düseneinlaufströmung kann durch die Couette-Korrektur Berücksichtigung finden. Daher wird die Rückwirkung des Ziehvorganges auf die Düsenströmung als Hauptursache angesehen und soll im folgenden näher untersucht werden.

1. Berechnung des Massenstromes

Der Massenstrom ist unabhängig von der Ziehgeschwindigkeit. Nach Bild 1 lassen sich sehr unterschiedliche Faserdurchmesser, aber auch gleiche Faserdurchmesser unter verschiedenen Ziehbedingungen herstellen. Für andere Düsenvordrucke p ergeben sich andere, aber zu Bild 1 ähnliche Diagramme.

Der Durchmesser $2R_E$ des auf die Trommel gewickelten Fadens kann aus der Gleichung

$$R_E = (M/\pi \rho v_z)^{1/2} \quad (1)$$

berechnet werden¹⁾. Die Dichte des Glases wird als konstante Größe angesehen. Unter Voraussetzung einer Hagen-Poiseuilleschen Düsenströmung kann der Massenstrom M_H nach Einführung des Couette-Faktors $n = 1,146$ durch die Gleichung

$$M_H = \frac{\pi R_0^4 \rho}{8 \eta_D (L + n R_0)} \cdot p = K \cdot p \quad (2)$$

¹⁾ Erklärung der Symbole in Abschnitt 7.

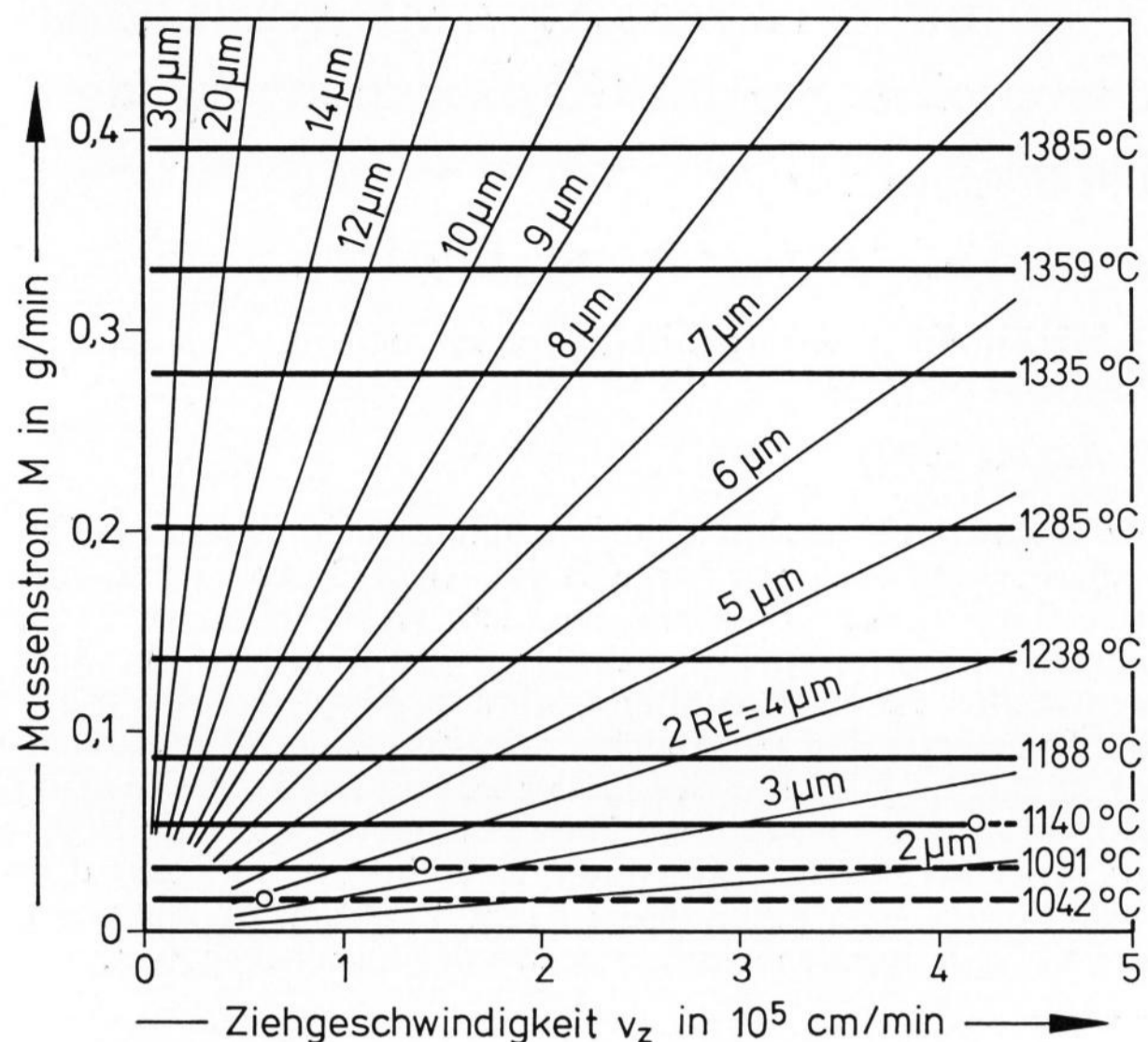


Bild 1. Massenstrom als Funktion der Ziehgeschwindigkeit mit der mittleren Düsentemperatur T_D und $p = 400$ mm WS als Parameter; Glas Athermal 369 (14 A-DIN); Düsendurchmesser 1,5 mm. ○ --- Fadenbruch, — Meßwerte. Die Zahlen an den geneigten Geraden geben die Faserenddurchmesser in μm an.

mit

$$K = \frac{\pi R_0^4 \rho}{8 \eta_D (L + n R_0)}$$

ausgedrückt werden. Die Viskosität läßt sich durch die Vogel-Gleichung approximieren:

$$\log \eta_D = A + B / (T_D - T_0). \quad (3)$$

Hierin ist die Temperatur T_D der arithmetische Mittelwert aus T_1 und T_2 .

Der experimentell ermittelte Massenstrom M (Bilder 2, 3, siehe auch Bild 10) weicht stark von M_H ab. Dies wird besonders deutlich beim Düsen vordruck $p = 0$. Es können zwar bei $p = 0$ keine Fäden mehr gezogen werden, da die Ziehzwiebel nach Wegnahme des Düsen vordruckes abreißt, doch kann der Massenstrom beim Düsen vordruck $p = 0$ durch Extrapolation (gestrichelter Kurventeil in Bild 3) auf $p = 0$ ermittelt werden. $M(p = 0)$ nimmt mit steigender Temperatur zunächst zu, um bei weiterer Temperatursteigerung wieder

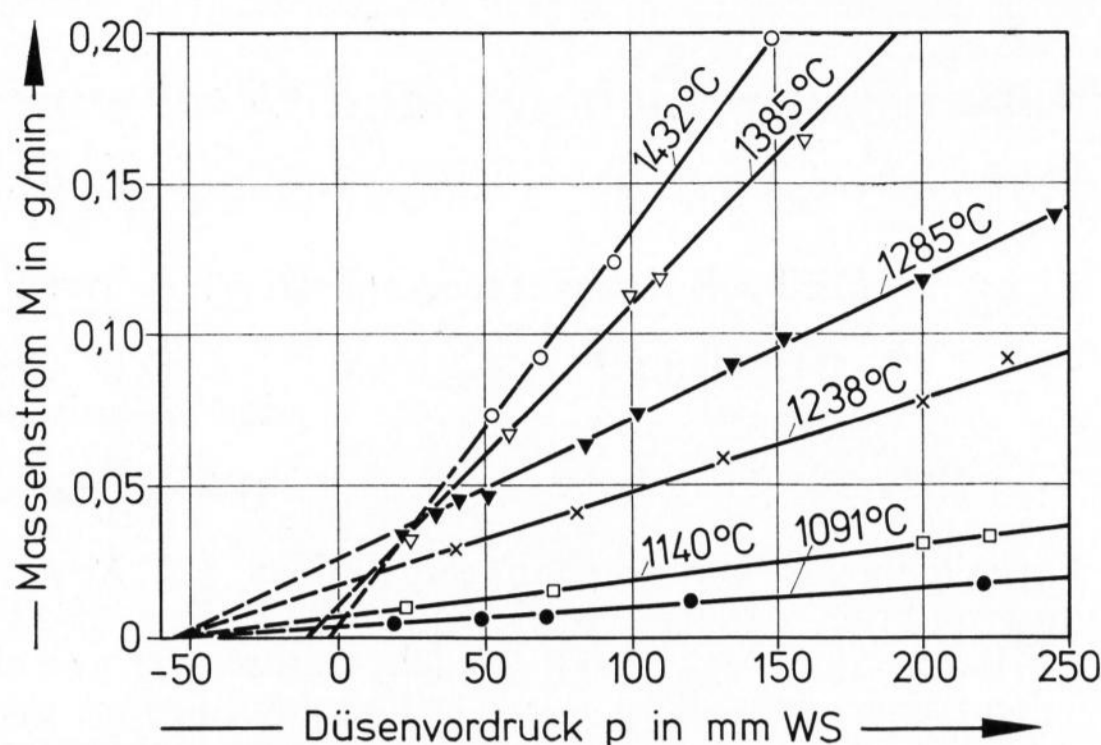


Bild 3. Massenstrom M als Funktion des Düsen vordruckes p mit der mittleren Düsentemperatur T_D als Parameter von Glas Athermal 369 (14 A-DIN); --- extrapoliert.

abzunehmen. Trägt man dieses Verhalten nicht als Funktion der Temperatur der Glasschmelze in der Düse, sondern als Funktion ihrer Viskosität auf (Bild 4), so erhält man für sehr unterschiedliche Gläser ein Maximum bei nahezu gleicher Viskosität, dessen Höhe von der Oberflächenspannung der Glasschmelze abhängt (Bild 5 und Tabelle 1). Das Maximum ist bei $p = 0$ am stärksten ausgeprägt. Mit zunehmendem Düsen vordruck nimmt M zu, wobei das Maximum zunächst verbreitert und von etwa $p = 100$ mm WS an nur noch als Schulter erscheint (vgl. Abschnitt 3., Bild 11).

Dieses Verhalten ist wie folgt zu deuten: Der Zunahme des Massenstromes mit steigender Temperatur bzw. abnehmender Viskosität wirkt von einer bestimmten Viskosität (etwa $10^{2,8}$ d Pa s) an die Benetzung des unteren Düsenrandes, die mit einem bestimmten Spreitungsdruck erfolgt, entgegen. Ist eine teilweise oder vollständige Benetzung des Düsenrandes (Stirnseite der Zieh Düse) erfolgt, verteilt sich die Ziehkraft an der Ziehzwiebel, die nach Abschnitt 4. von der Viskosität und Oberflächenspannung der Glasschmelze abhängt, nicht mehr nur auf die lichte Weite der Düsenfläche πR_0^2 , sondern auf eine größere Fläche: $\pi R_0^2 +$ Düsenrandfläche. Dadurch wird der Massenstrom drastisch reduziert, was den Abfall der Kurven in Bild 5 zu niedrigen Viskositäten hin erklärt. Der Benetzungsvorgang des Düsenrandes ist völlig reversibel, d. h. bei Erhöhung der Viskosität — entsprechend einer Temperatursenkung —

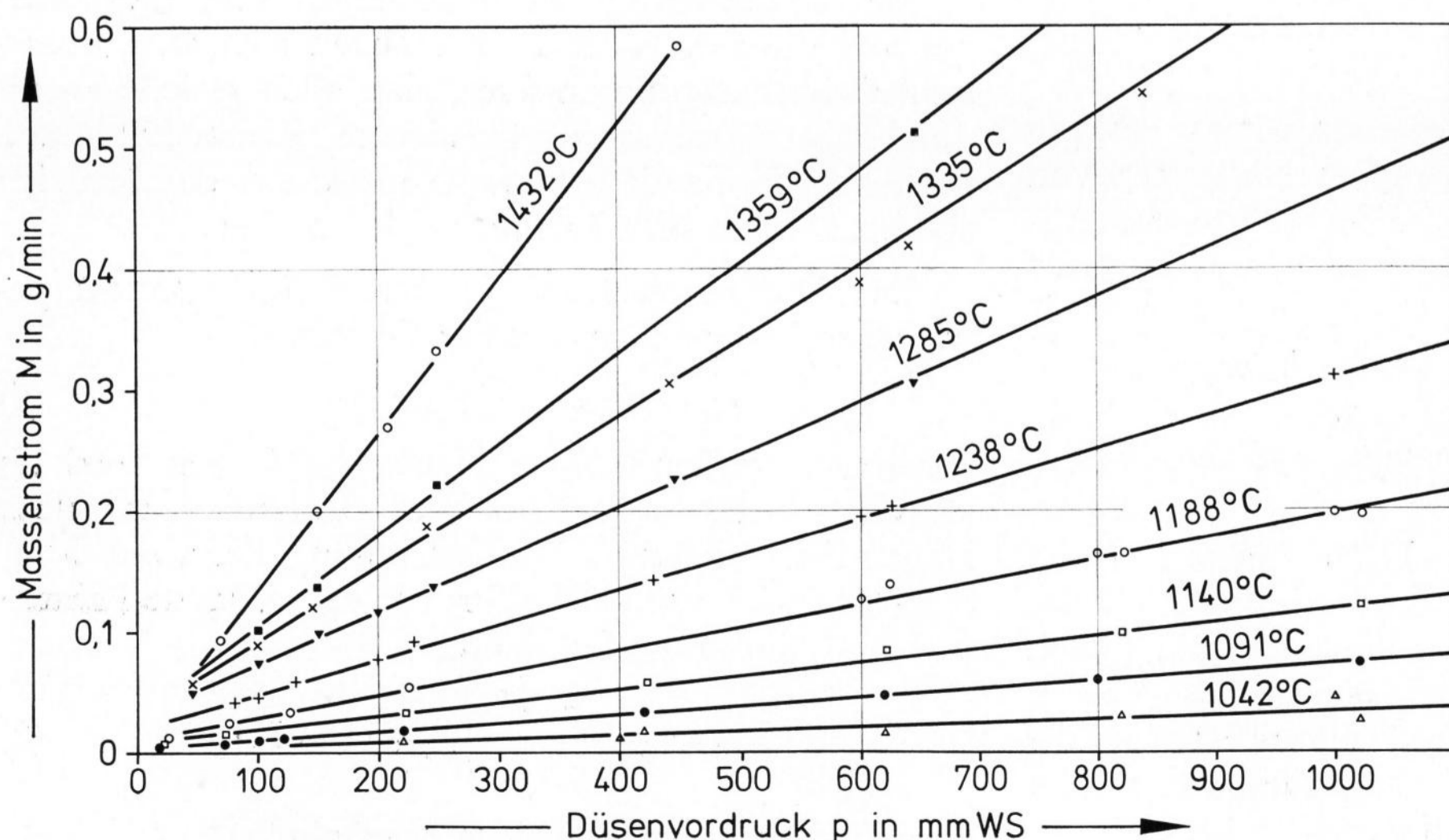


Bild 2. Massenstrom M als Funktion des Düsen vordruckes p mit der mittleren Düsentemperatur T_D als Parameter von Glas Athermal 369 (14 A-DIN).

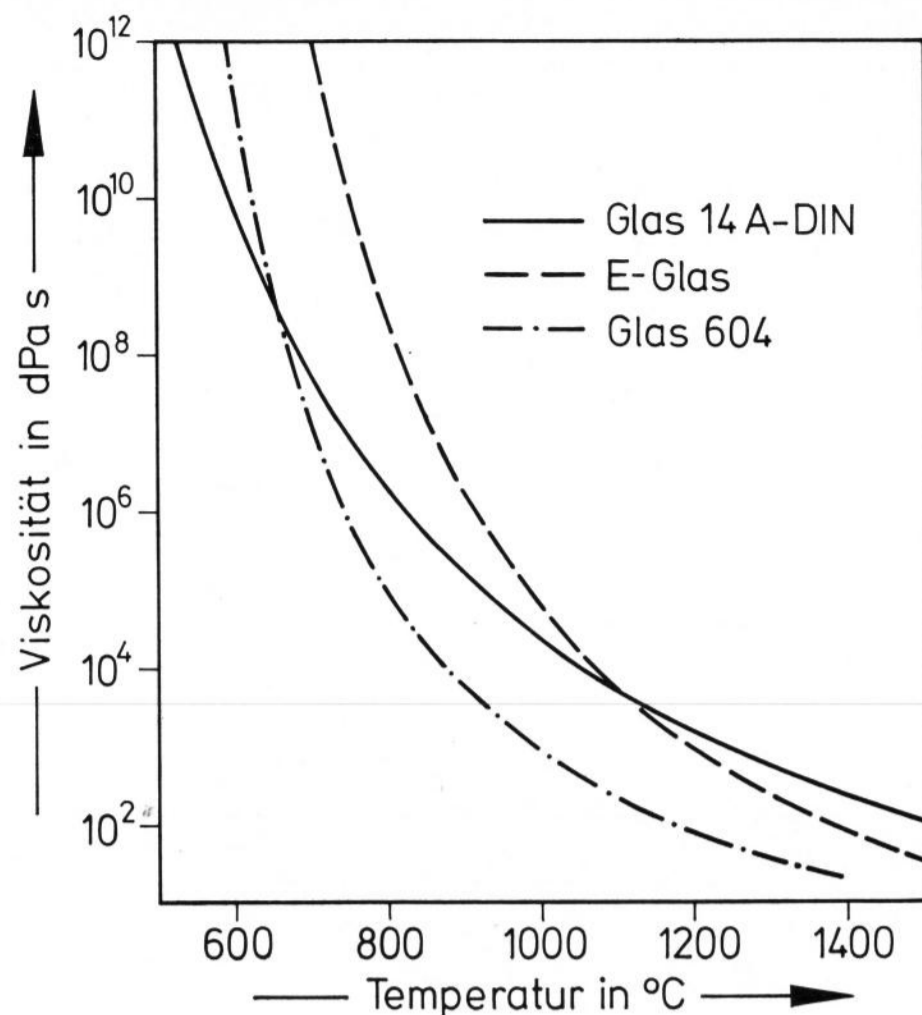


Bild 4. Viskosität der verwendeten Glasschmelzen als Funktion der Temperatur.

wird der Düsenrand entnetzt, wobei der Massenstrom wieder ansteigt. Je geringer die Oberflächenspannung, um so besser ist im allgemeinen die Benetzung, d. h. um so kleiner wird das Maximum von M (siehe Glas Nr. 604). Zur weiteren Deutung des Massenstromes als Funktion der Viskosität und Oberflächenspannung, insbesondere zur Deutung des unterschiedlichen Kurvenverlaufes von Glas Nr. 14 A-DIN und des mit gleicher Oberflächenspannung behafteten E-Glases, dessen M - η -Diagramm in [2] gemessen wurde, wird auf Abschnitt 5. verwiesen.

Vergleicht man den experimentell gemessenen Massenstrom M mit M_H , stellt man fest, daß M stets größer als M_H ist. Die Hauptursache wird in der Rückwirkung des Ziehvorganges auf die Düsenströmung gesehen. Zur Erweiterung der Beziehung (2) werden daher mit dem Ansatz

$$M = M_H + M_g + M_z \quad (4)$$

zum Massenstrom M_H weitere Komponenten hinzugefügt.

Die Komponente M_g wird durch die Schwerkraft des Glases innerhalb der Düse hervorgerufen.

$$M_g = K \cdot \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot L. \quad (5)$$

Bei senkrechter Anordnung der Düse ist $\sin \alpha = 1$.

Die Komponente M_z resultiert aus der Vorstellung, daß, hervorgerufen durch den Ziehprozeß, eine durch Viskositäts- und Oberflächenspannungskräfte verursachte Kraft F_{R_0} homogen am Düsenaustrittsquerschnitt $R_0^2 \cdot \pi$ angreift. Die Spannung $F_{R_0}/R_0^2 \cdot \pi$ erhöht den Massenstrom M_H . Der Fall, daß die Glasschmelze die Stirnseite der Ziehdüse benetzt, wird in den folgenden Betrachtungen ausgeschlossen. Im Düsenquerschnitt bei $z = 0$ herrscht ein Druck P_0 ; er darf nicht dem Umgebungsdruck p_u gleichgesetzt werden (siehe Bild 6). Die Druckdifferenz $(P_0 - p_u)$ beeinflusst M_z zusätzlich:

$$M_z = K \left[\frac{F_{R_0}}{R_0^2 \cdot \pi} - (P_0 - p_u) \right]. \quad (6)$$

Der resultierende Massenstrom ergibt sich aus den Gleichungen (2) bis (6) zu:

$$M = K \left[p + \rho g L + \frac{F_{R_0}}{R_0^2 \cdot \pi} - (P_0 - p_u) \right]. \quad (7)$$

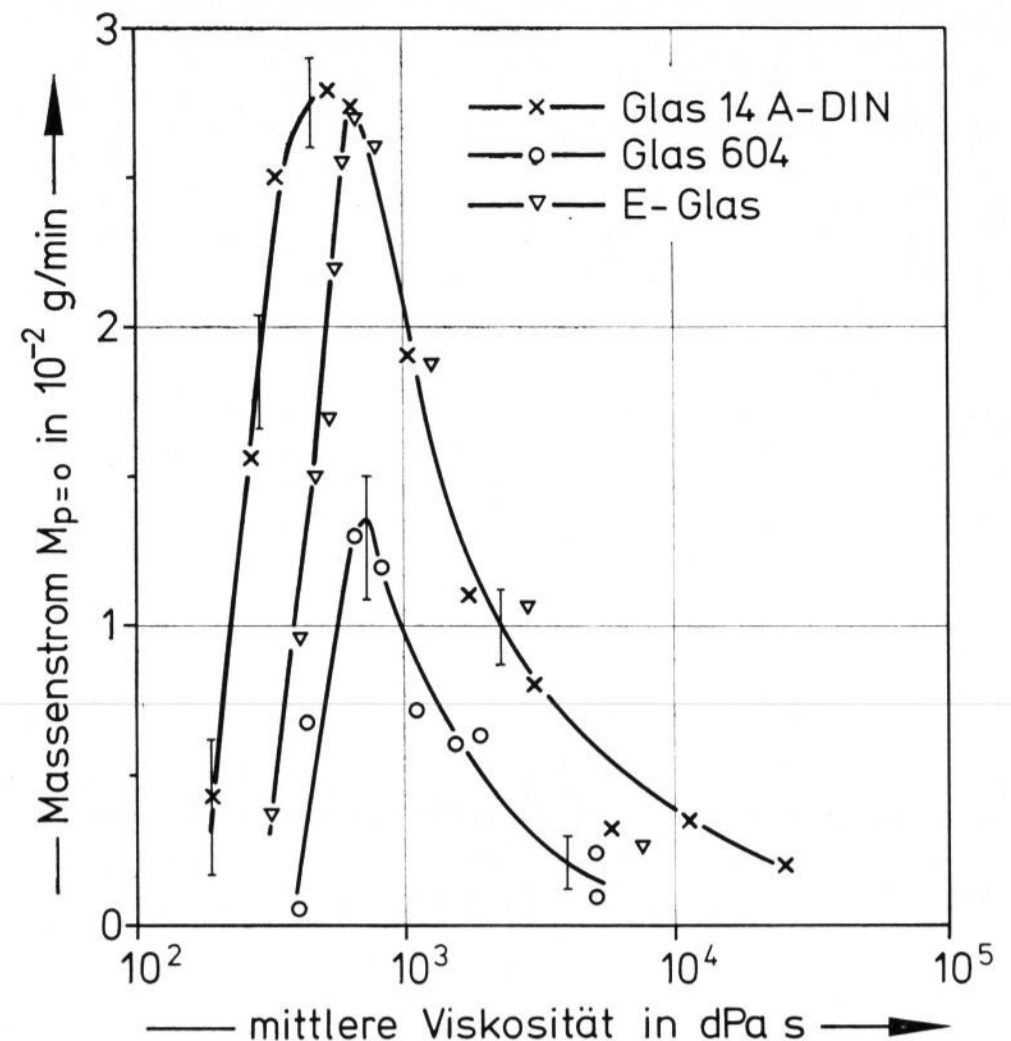

 Bild 5. Massenstrom (extrapoliert) bei $p = 0$ als Funktion der mittleren Viskosität der Glasschmelze in der Düse.

Tabelle 1. Eigenschaften der verwendeten Gläser

Glas	ρ bei 20 °C in g/cm ³	σ in N/cm	A	B	T_0
Athermal 369 (14 A-DIN) ²⁾	2,54	$3,2 \cdot 10^{-3}$	-1,841	5291	147
604	2,48	$2,5 \cdot 10^{-3}$	-1,047	2280	417
E	2,59	$3,3 \cdot 10^{-3}$	-2,166	3978	433

²⁾ Dieses Glas wurde dankenswerterweise von Herrn Dr. Gott, Firma Spezialglas AG, Grünenplan, zur Verfügung gestellt. Die Benutzung dieses Glases in der vorliegenden Arbeit geschah aus thermischen Gründen wegen seines hohen Absorptions- und Emissionsvermögens im nahen IR-Bereich im Hinblick auf [3].

Um Gleichung (7) experimentell überprüfen zu können, wird der Ausdruck $F_{R_0}/R_0^2 \cdot \pi - (P_0 - p_u)$ durch eine Kräftebilanz an der Ziehwiebel in eine meßbare Größe umgewandelt. In Abschnitt 4. wird dieser zunächst unbekannt Ausdruck aus der Impulsgleichung abgeleitet.

2. Kräftegleichgewicht an der Ziehwiebel

Eine Kräftebilanz aller an der Ziehwiebel angreifenden Kräfte in Fadenziehrichtung (Bild 6) führt mit den Voraussetzungen Zwiebelradius $R (z = 0) \leq R_0$ und $R_E \ll R_0$ auf die Beziehung:

$$F_{R_0} = F_z + F_g - F_a - F_b + (P_0 - p_u) \pi R_0^2. \quad (8)$$

Die aus dem Düsenausgang mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{v}_0 ausfließende Glasschmelze wird an der Ziehtrommel auf die Geschwindigkeit v_z beschleunigt. Die hierfür erforderliche Impulskraft F_b ist:

$$F_b = M (v_z - \bar{v}_0). \quad (9)$$

Die Kraft F_a wird durch die Schubspannung τ_s an der Grenzfläche zwischen Glas und Luft verursacht.

$$F_a = \int_0^{z_E} \tau_s 2 \pi R \cos \varphi dz. \quad (10)$$

Das Gewicht der Ziehwiebel und des Fadens, im Massenschwerpunkt angreifend, beträgt:

$$F_g = \int_0^{z_E} \rho \pi g R^2 dz. \quad (11)$$

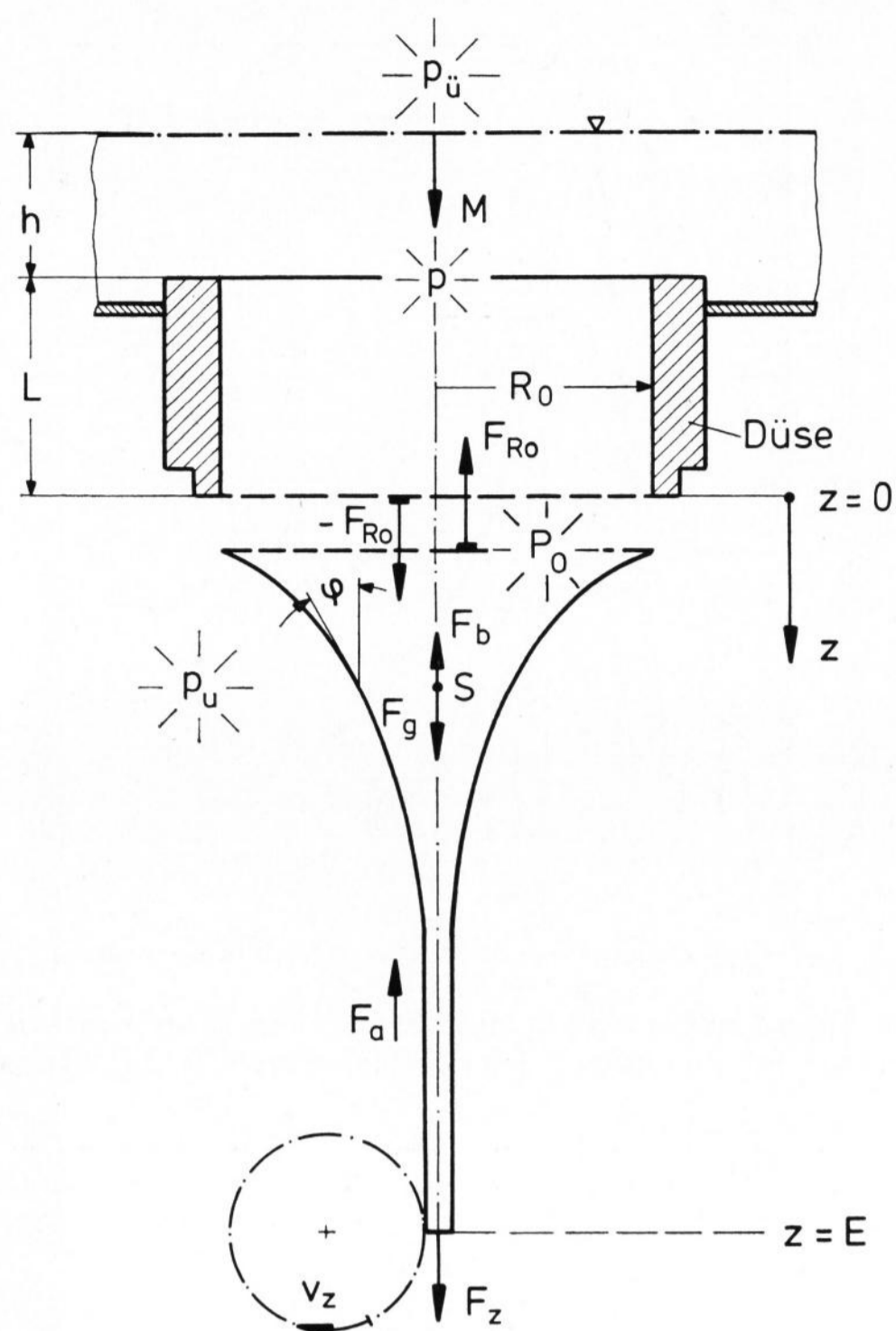


Bild 6. Zum Kräftegleichgewicht an der Ziehzwiesel.

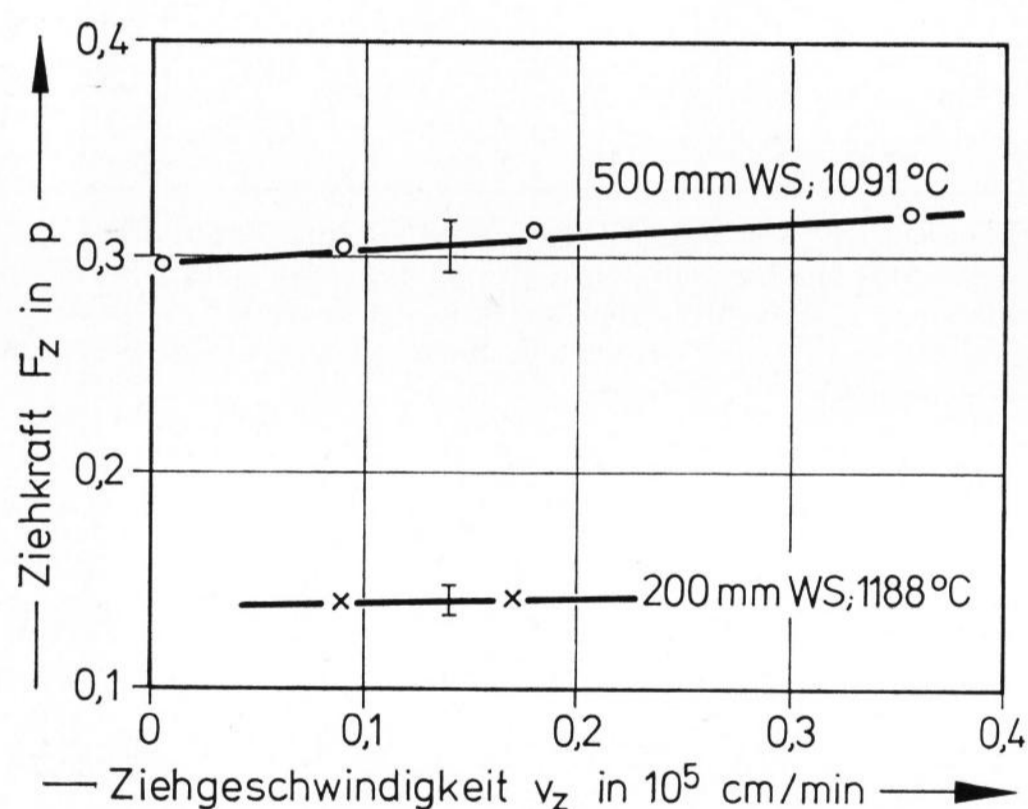


Bild 7. Ziehkraft als Funktion der Ziehgeschwindigkeit mit dem Düsenvordruck und der mittleren Düsentemperatur als Parameter; Glas 14 A-DIN.

Das Gewicht der Ziehzwiesel kann nur berechnet werden, wenn die Geometrie $R(z)$ bekannt ist. $R(z)$ ist berechenbar, indem die Navier-Stokes-Gleichungen simultan mit der Kontinuitätsgleichung und der Wärmetransportgleichung gelöst werden. In [3] wird diese Berechnung durchgeführt werden, wobei die Lösung der oben erwähnten Differentialgleichungen mit Methoden der numerischen Mathematik erhalten wird. Während F_g allein von der Zwiebelgeometrie abhängt, ist die Kraft F_a zusätzlich noch von der Schubspannung τ_s abhängig, die ihrerseits aus dem Geschwindigkeitsfeld der die Zwiebel umgebenden Luft bestimmbar ist. Da die Grenzschichtgleichungen für die Umgebung eines bewegten Fadens in der Literatur gelöst wurden, kann in [3] auch die Kraft F_a berücksichtigt werden. Die Impulskraft F_b kann ohne vorherige Lösung der oben genannten Differentialgleichungen bestimmt werden.

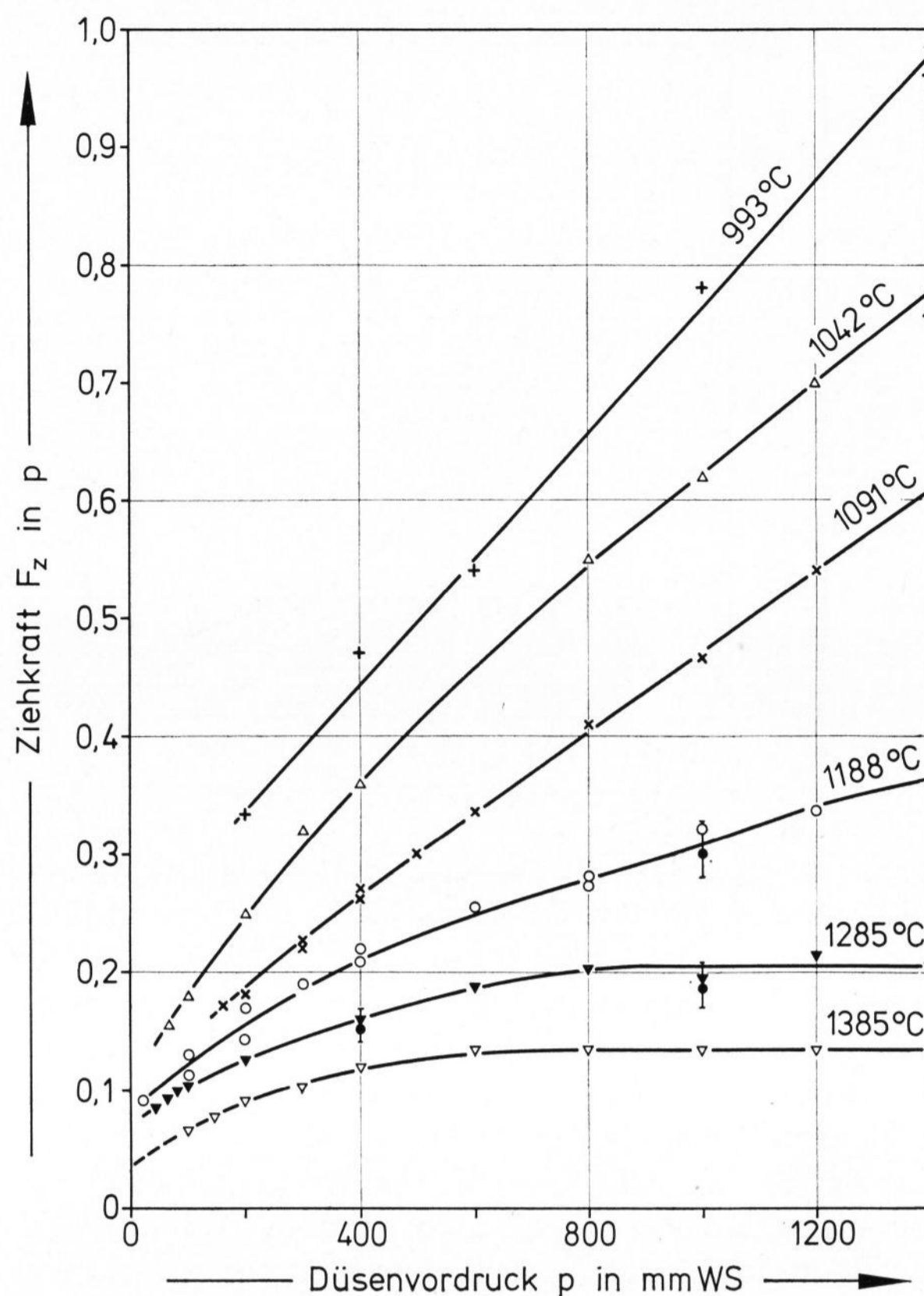


Bild 8. Ziehkraft als Funktion des Düsenvordruckes und der mittleren Düsentemperatur als Parameter; Glas 14 A-DIN, $v_z = 1,8 \cdot 10^4$ cm/min, $z_E = 0,5$ m. $\frac{1}{2}$: nach Gleichung (31) berechnet für $z = 1$ mm.

F_z ist die Fadenziehkraft; sie ist von der Ziehtrommel als Umfangskraft aufzubringen. Die Kräfte F_b , F_a und F_g sind nach [4] und den eigenen Berechnungen [3] für $z_E < 0,5$ m und $v_z < 14$ m/s im untersuchten Druck- und Temperaturbereich gegenüber F_z sehr klein. Auf Grund der unterschiedlichen Vorzeichen können sich F_b , F_a und F_g teilweise kompensieren, so daß von der Kräftebilanz die folgenden Beträge übrigbleiben:

$$\frac{F_{R_0}}{\pi R_0^2} - (P_0 - p_u) \cong \frac{F_z}{\pi R_0^2} \quad (12)$$

Sie stellen, wie im folgenden noch gezeigt werden wird, eine gute Näherung dar. Mit Gleichung (12) erhält der Massenstrom nach Gleichung (7) folgende Form:

$$M = K \left[p + \rho g L + \frac{F_z}{\pi R_0^2} \right] \quad (13)$$

Zur weiteren Berechnung des Massenstroms wird zunächst die Ziehkraft F_z untersucht.

3. Faserziehkraft F_z

Die Meßergebnisse der Faserziehkraft, die mit der in Abschnitt 6. beschriebenen Einrichtung (siehe auch Bild 15) gewonnen wurden, zeigen eine vernachlässigbar geringe Zunahme von F_z mit steigender Ziehgeschwindigkeit (Bild 7). Dagegen ist die Faserziehkraft stark von der Temperatur und dem Düsenvordruck abhängig (Bilder 8 und 9).

Führt man die experimentell ermittelte Abhängigkeit $F_z(p, T_D)$ nach Bild 8 und 9 in Gleichung (13) ein und trägt die Massenstromkomponenten nach Bild 10 auf, so

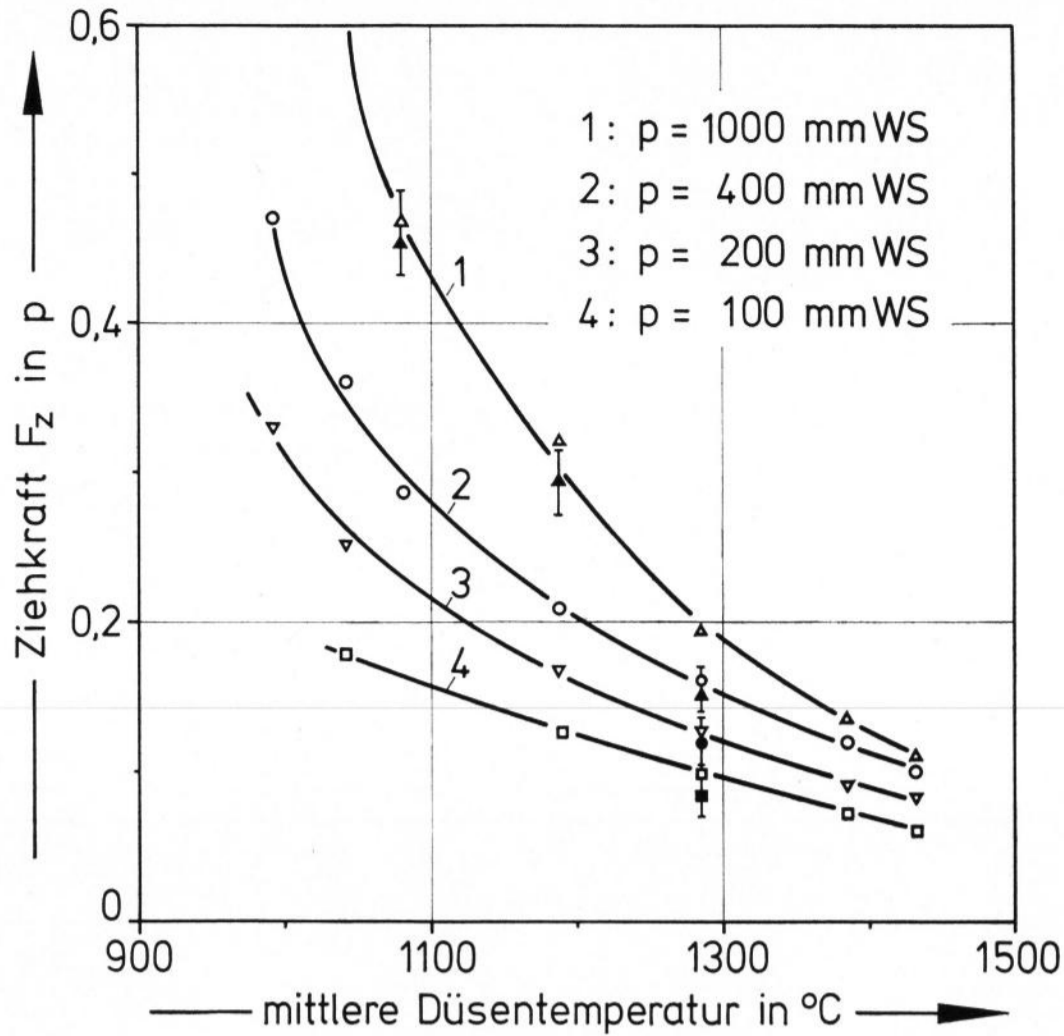


Bild 9. Ziehkraft als Funktion der mittleren Düsentemperatur und des Düsenvordruckes als Parameter; Glas 14 A-DIN, $v_z = 1,8 \cdot 10^4$ cm/min, $z_E = 0,5$ m. Offene Symbole: Meßwerte, geschlossene Symbole: berechnete Werte nach Gleichung (46) für $z = 0$.

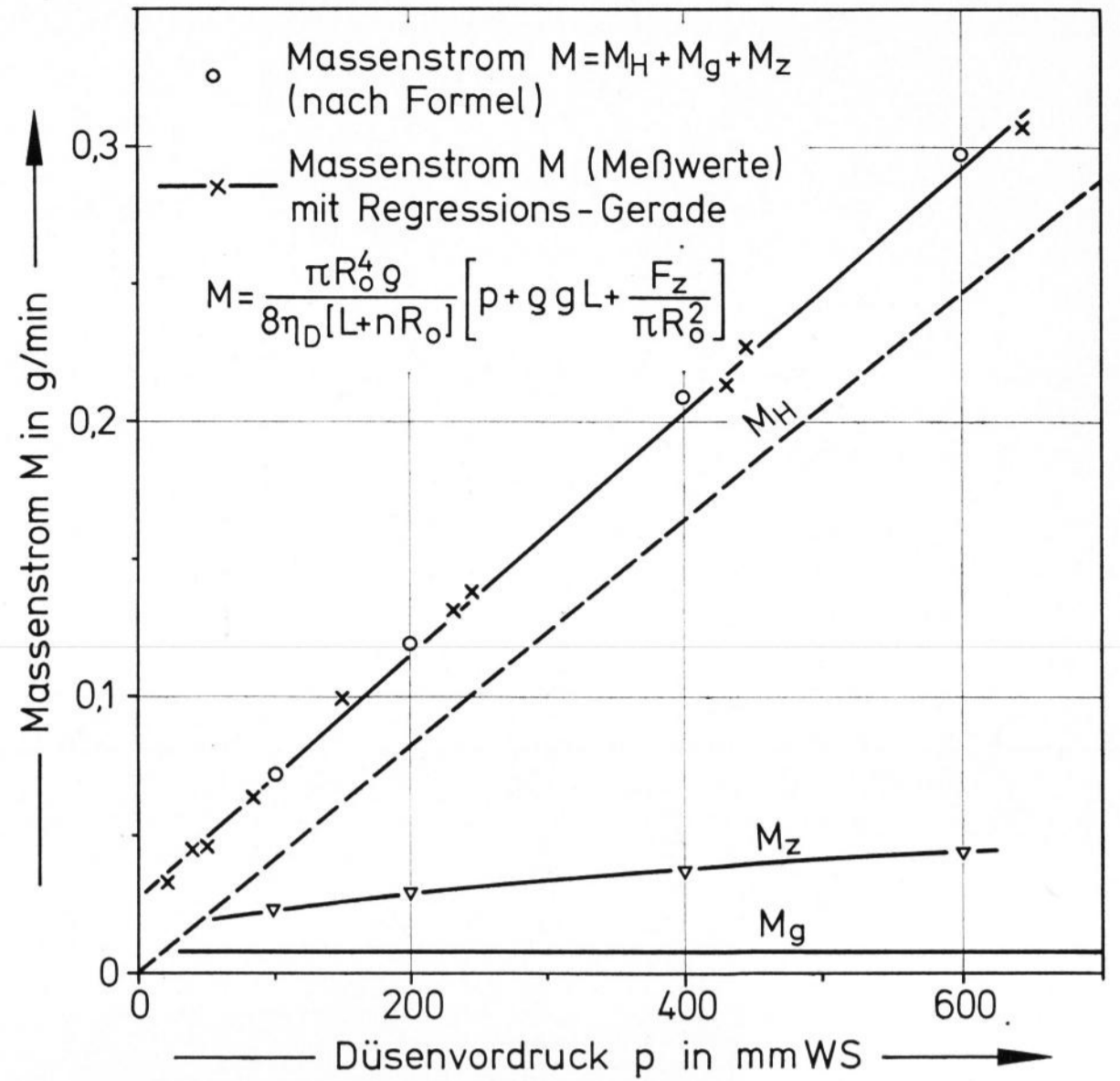


Bild 10. Massenstromkomponenten als Funktion des Düsenvordruckes p . Mittlere Düsentemperatur 1285 °C, Glas 14 A-DIN; \circ : nach Gleichung (4) und (13) unter Zugrundelegung der F_z -Werte aus Bild 7 bzw. 8 berechnet; \times : Meßwerte für den Massenstrom M mit Regressionsgerade.

zeigt sich, daß der erweiterte Ansatz (4) den experimentell gefundenen Massenstrom bemerkenswert gut wiedergibt. Eine zusätzliche Verbesserung könnte erzielt werden, indem der Couette-Faktor weiter untersucht wird.

Im gesamten Druck- und Temperaturbereich ist der Anteil der Massenstromkomponente M_z (Bild 11) am Massenstrom M beachtlich. Die Komponente M_z beschreibt den Massenstrom nur dann richtig, wenn die Glasschmelze die Ringfläche der Düsenstirnseite nicht benetzt hat. Ist die Düsenstirnseite benetzt, dann wirkt — wie in Abschnitt 1. bereits erläutert — ein Teil der den Massenstrom erhöhenden Kraft F_z als Anhangskraft auf die Ringfläche der Düsenstirnseite, was die Ursache dafür ist, daß M ($p = 0$) (Bild 5) von einer bestimmten Zähigkeit an mit zunehmender Temperatur steil abfällt. Die Ansätze (6) und (8) sind für diesen Fall nicht mehr gültig.

4. Theoretische Untersuchung der Kraft F_{R_0} , der Faserziehkraft F_z und der Druckdifferenz ($P_0 - p_u$)

Zur Berechnung der Kräfte F_{R_0} und F_z werden die Impulsgleichungen herangezogen. Die Strömung der

Ziehziebel wird als laminar, inkompressibel und rotationssymmetrisch angesehen. Unter diesen Voraussetzungen erhält die z -Komponente der Navier-Stokes-Gleichungen unter der Annahme stationärer Strömung nach [5] folgende Form:

$$\rho \left(U \frac{\partial V}{\partial r} + V \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \rho g, \quad (14)$$

$$\tau_{zz} = -P + 2 \eta \frac{\partial V}{\partial z}, \quad (15)$$

$$\tau_{rz} = \tau_{rz} = \eta \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right). \quad (16)$$

Der Zusammenhang zwischen der axialen und der radialen Flüssigkeitgeschwindigkeit ist durch die Kontinuitätsgleichung gegeben:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{U}{r} + \frac{\partial U}{\partial r} = 0. \quad (17)$$

Die Randbedingung für den Druck P erhält man aus

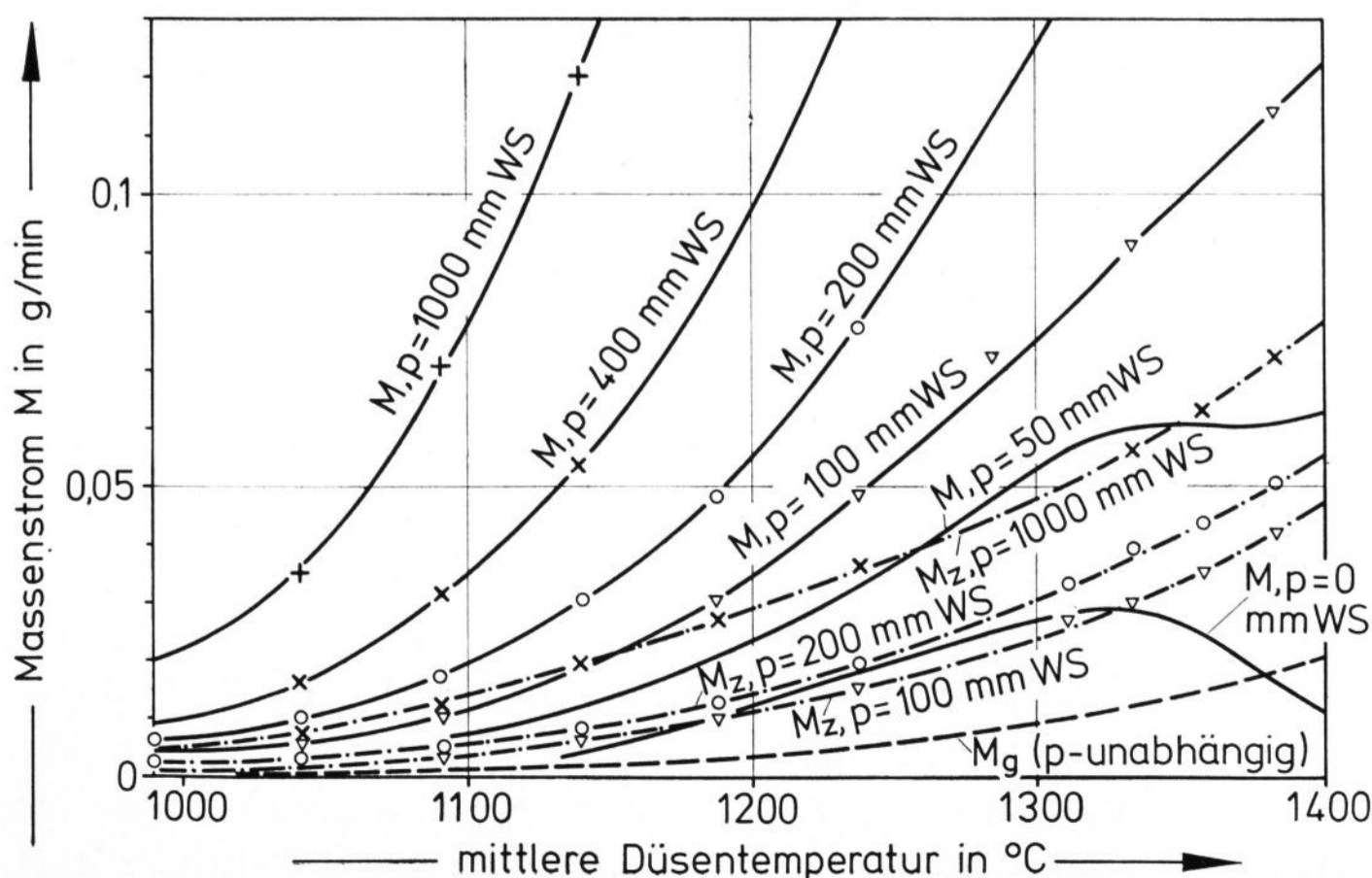


Bild 11. Massenstromkomponenten als Funktion der mittleren Düsentemperatur mit dem Düsenvordruck als Parameter, Glas 14 A-DIN.

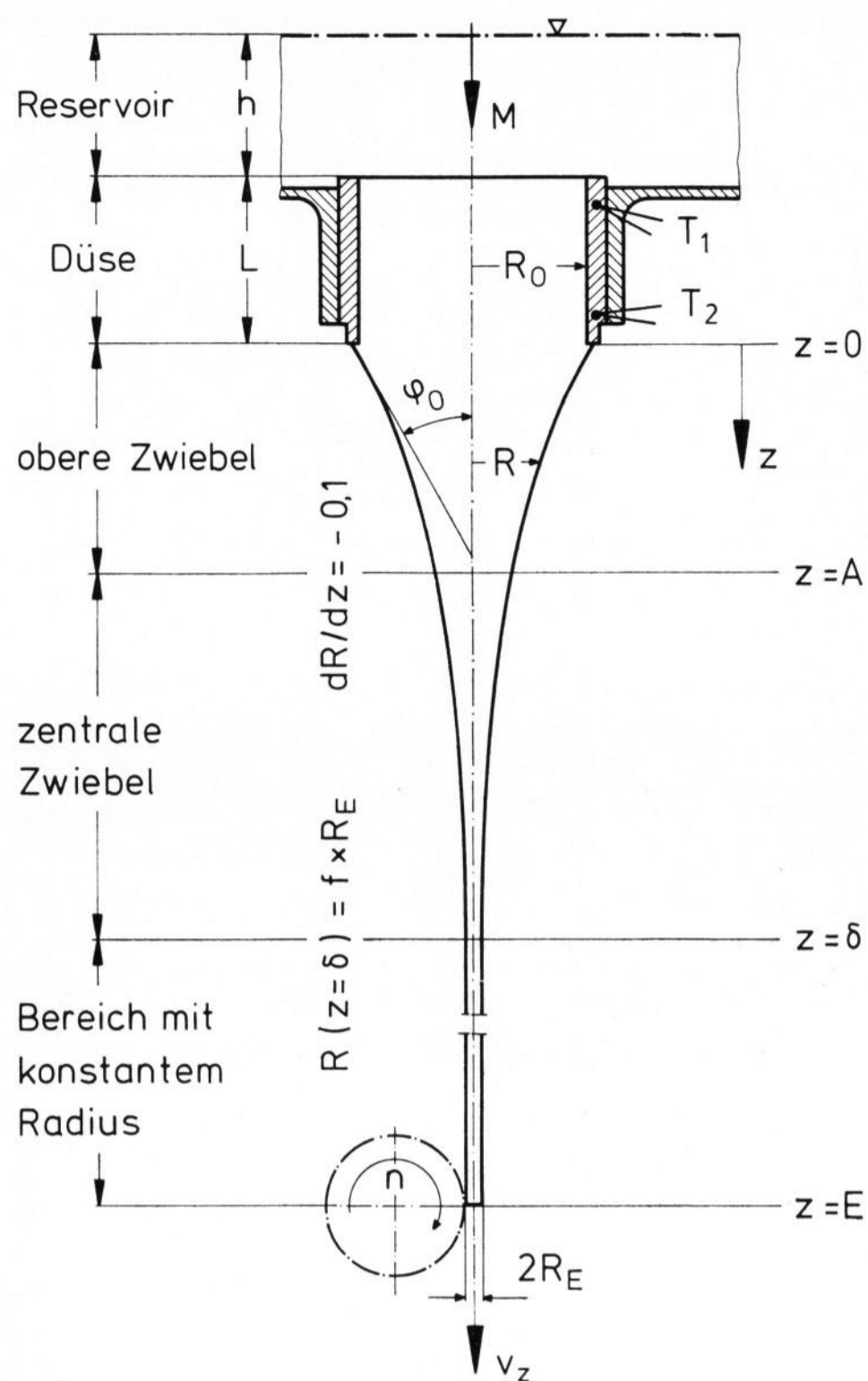


Bild 12. Einteilung der Ziehzone beim Glasfaserziehvorgang. T_1 obere, T_2 untere Temperaturmessstelle in der Düsenwandung; $f = 1,01$, d. h. hier ist die Faser nur noch um 1% von $2R_E$ dicker.

Gleichgewichtsforderungen an der Ziehzwiebeloberfläche. Sie ist von Glicksman [6] abgeleitet worden. Hiernach fordert das Kräftegleichgewicht in normaler Richtung zur Ziehzwiebeloberfläche

$$P(1 + R'R') + 2\eta \left[-\frac{\partial U}{\partial r} + R' \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial r} \right) - \frac{\partial V}{\partial z} R'R' \right] = (1 + R'R') \left[p_u + \sigma \left(\frac{\cos \varphi}{R} - \frac{1}{R_1} \right) \right] \quad (18)$$

mit

$$\cos \varphi = (1 + R'R')^{-1/2}. \quad (19)$$

R_1 ist der Krümmungsradius der Ziehzwiebel, dessen Ebene senkrecht zum Zwiebelquerschnitt liegt. Für ihn gilt $R_1 \gg R$, so daß der Term $1/R_1$ wegen $1/R_1 \ll \cos \varphi / R$ in der weiteren Rechnung unberücksichtigt bleiben kann. Die Randbedingung in tangentialer Richtung ist für die folgenden Überlegungen nicht von Interesse, da nur die z -Komponente der Navier-Stokes-Gleichungen betrachtet wird.

Die Radien am Anfang und am Ende der Ziehzwiebel werden durch den Düsenradius, den Massenstrom und die Ziehgeschwindigkeit bestimmt:

$$R(z=0) = R_0 \quad (\text{bei unbenetzter Düsenstirnseite}), \quad (20)$$

$$R(z=E) = (M/\pi \rho v_z)^{1/2} = R_E. \quad (21)$$

Eine Lösung der Gleichung (18) ist in geschlossener Form nicht möglich. Die vollständige Lösung mit computerorientierten Näherungsmethoden ist zwar denkbar, jedoch äußerst aufwendig. Die Bewegungsgleichungen vereinfachen sich erheblich, wenn sie eindimensional, d. h. radiusunabhängig, behandelt werden.

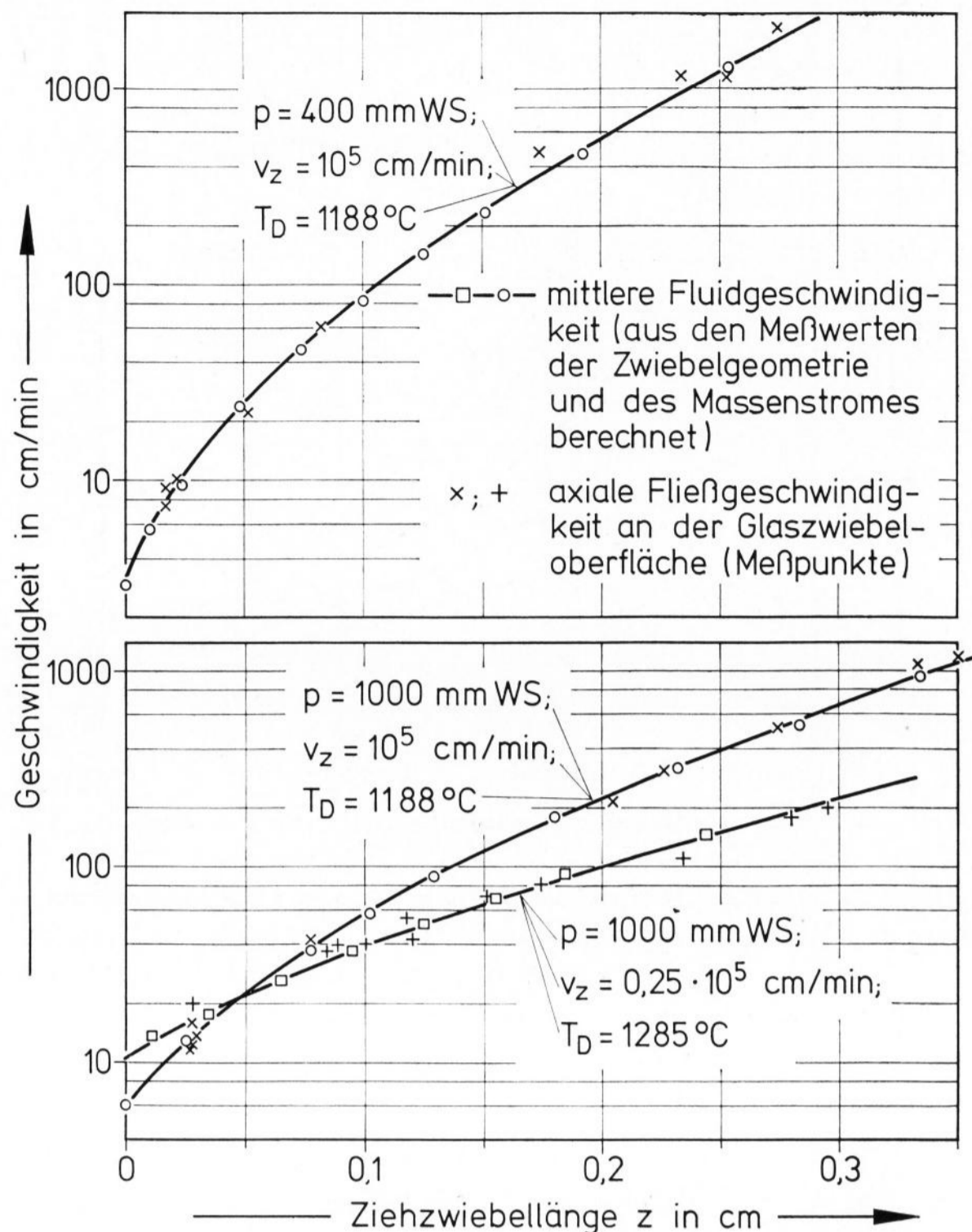


Bild 13. Vergleich der Geschwindigkeiten $v_s(z)$ und $\bar{v}(z)$ bei unterschiedlichen Ziehparametern, Glas 14 A-DIN.

Glicksman [6] zeigte, daß diese Vereinfachung im zentralen Zwiebelteil und im Bereich mit konstantem Radius (Bild 12) zulässig ist. Für den oberen Teil der Ziehzwiebel konnte er aber keine Aussagen machen.

Zur Entscheidung der Frage, inwieweit die genannte Vereinfachung auch im oberen Zwiebelteil beibehalten werden darf, sind Kenntnisse über die Fließgeschwindigkeitsverteilung über den Zwiebelquerschnitt erforderlich. Mit kinematografischen Mitteln wurde die axiale Oberflächenfließgeschwindigkeit $v_s(z)$ gemessen und mit der aus der Zwiebelgeometrie und dem Massenstrom berechneten mittleren axialen Fließgeschwindigkeit $\bar{v}(z)$ verglichen. Das Ergebnis ist in Bild 13 dargestellt. Hiernach sind nicht nur im mittleren Zwiebelteil \bar{v} und v_s gleich groß, sondern auch im oberen Zwiebelteil. Von $z \approx R_0/2$ an konnte keine meßbare Abweichung zwischen \bar{v} und v_s festgestellt werden; über die Strecke $z < R_0/2$ bis $z = 0$ konnte $v_s(z)$ aus experimentellen Gründen nicht gemessen werden. Die Versuchsbeschreibung zur Bestimmung von $v_s(z)$ und $\bar{v}(z)$ wird in Abschnitt 6. gegeben. Aus der Gleichheit von \bar{v} und v_s kann man schließen, daß das radiale Geschwindigkeitsprofil der Düsenströmung mit der Wandhaftbedingung $V(R, z=0) = 0$ mindestens innerhalb der Wegstrecke $0 < z \leq R_0/2$ abgebaut wird. Vergleichsweise beträgt die Zwiebellänge $z = \delta$, innerhalb der die Zwiebel von $R(z=0)$ auf $f \cdot R_E = 1,01 R_E$ ihrer Endgröße verformt wird, bei den üblichen verspinnbaren Glasschmelzen je nach Massenstrom $\delta \approx 20 R_0$ bis $80 R_0$ (siehe Bild 12).

Glicksman und Krishnan [7] berechneten die Zwiebelgeometrie unter den beiden unterschiedlichen Voraussetzungen $V(r) = \text{konstant}$ und $V(r)$ parabolisch. Die Berechnungen führten zu keinen nennenswerten Unterschieden in der Zwiebelgeometrie. Außer-

dem zeigte der Vergleich mit dem Experiment nur teilweise Übereinstimmung. Insbesondere im oberen Zwiebelteil traten nennenswerte Abweichungen auf. Die Ursache hierfür liegt vermutlich nicht nur am hier vorliegenden rein rheologischen Teil des Faserziehproblems, sondern auch — und zwar überwiegend — am thermischen Teil, insbesondere an der von Glicksman und Krishnan stark vereinfachten Berechnung der Temperaturverteilung (eindimensionaler Exponentialansatz). Eine zweidimensionale Berechnung der Temperaturverteilung in der Ziehzwiebel wird in [4] simultan mit dem rheologischen Teil durchgeführt werden.

$$\frac{d}{dz} (M\bar{v}) = \frac{d}{dz} (\tau_{zz} \pi R^2) + \rho g \pi R^2 + \frac{d}{dz} (2 \pi R \sigma \cos \varphi) - \tau_s 2 \pi R \cos \varphi + \frac{d}{dz} (p_u \pi R^2). \quad (22)$$

Setzt man in Gleichung (22) für die Spannung τ_{zz} die Gleichung (15) unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung (17), die auch in der Form

$$\bar{v} = M/\rho \pi R^2 \quad (23)$$

geschrieben werden kann, ein, so gilt für sie als Tensor-

$$\frac{d}{dz} (M\bar{v}) = -\frac{d}{dz} (\bar{P} \pi R^2) + \frac{d}{dz} (2 \pi R^2 \bar{\eta} \bar{v}') + \rho g \pi R^2 + \frac{d}{dz} (2 \pi R \sigma \cos \varphi) - \tau_s 2 \pi R \cos \varphi + \frac{d}{dz} (p_u \pi R^2). \quad (25)$$

Die Randbedingung (18) läßt sich mit der Annahme

$$\bar{P} (1 + R'R') + 2 \bar{\eta} \left(-\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial z} R'R' \right) = (1 + R'R') \left(p_u + \frac{\sigma \cos \varphi}{R} \right). \quad (26)$$

Die Annahme $\tau_{rz}(r=R)=0$ ist für $z>0$ insofern gerechtfertigt, als die Schubspannung an der Zwiebeloberfläche auf Grund der geringen Luftreibung vernachlässigt werden kann. Hier geht τ_{rz} in $\tau_s \cos \varphi$ über.

Für die Summe der Viskositätskraft und der Oberflächenspannungskraft erhält man aus Gleichung (25) für beliebige z -Werte:

$$F_R \equiv 2 \pi R^2 \bar{\eta} \bar{v}' + 2 \pi R \sigma \cos \varphi. \quad (27)$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (23) folgt:

$$\bar{P} - p_u = \left[\frac{\sigma \cos \varphi}{R} + \frac{2 \bar{\eta} M}{\rho \pi R^3} \frac{R'}{(1 + R'R')} (1 - 2 R'R') \right]_{z>0, R'R'<0,5}. \quad (30)$$

Mit der Druckdifferenz aus Gleichung (30) und der Kraft F_R aus Gleichung (28) kann die Fadenziehkraft F_z nach der Näherungsgleichung (12), die auch für $z>0$,

$$F_z = \left[\pi R \sigma \cos \varphi - \frac{\bar{\eta} M R'}{\rho R} \left(4 + \frac{2}{1 + R'R'} (1 - 2 R'R') \right) \right]_{z>0, R'R'<0,5}. \quad (31)$$

Bei der Ableitung der Gleichungen (30) und (31) wurden Annahmen gemacht, die bei $z=0$ nur unzureichend erfüllt sind. Deshalb gelten sie für $z=0$ und für die unmittelbare Umgebung um $z=0$ wegen des noch teilweise vorhandenen parabelähnlichen Strömungsprofils nicht uneingeschränkt.

Es zeigte sich auf Grund des Vergleichs mit den Experimenten, daß diese Gleichungen nur für solche z -Werte Gültigkeit haben, für die $R'R'<0,5$ ist, was im

4.1. Berechnung der Fadenziehkraft F_z für $z>0$ und $R'R'<0,5$

Auf Grund der vorstehend dargelegten Feststellungen, vor allem auf Grund der experimentell gefundenen Gleichheit von \bar{v} und v_s , wird die bereits von Glicksman [6] abgeleitete Bewegungsgleichung für $V(r, z) = \bar{v}(z)$ im folgenden auch für den oberen Zwiebelteil verwendet. Die Impulsgleichung (14) vereinfacht sich unter Berücksichtigung der Oberflächenspannung der Glasschmelze und der Schubspannung τ_s zwischen der Ziehzwiebel und der Gasatmosphäre auf die Form:

komponente:

$$\bar{\tau}_{zz} = -\bar{P} + 2 \bar{\eta} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -\bar{P} - \frac{4 \bar{\eta} M R'}{\rho \pi R^3} \quad (24)$$

und Gleichung (22) geht über in:

$\tau_{rz}(r=R)=0$ vereinfachen zu:

$$F_R = -\frac{4 \bar{\eta} M R'}{\rho R} + 2 \pi R \sigma \cos \varphi \quad (28)$$

Die Druckdifferenz $P - p_u$ kann aus der Randbedingung (26) berechnet werden. Berücksichtigt man, daß für $r=R$ die Beziehung $R' = (U/V)_{r=R}$ gilt, so erhält man aus der Kontinuitätsgleichung (17) und (23):

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=R} = \frac{M R'}{\rho \pi R^3}. \quad (29)$$

Die Gleichungen (23), (26) und (29) führen auf die Druckdifferenz

d. h. ohne Index 0 gültig ist, in der folgenden Form geschrieben werden:

allgemeinen keine große Einschränkung bedeutet. Nur bei $z=0$ und im Bereich weniger Zehntel Millimeter unterhalb des Düsenausganges treten u. U. R' -Werte auf, die außerhalb des Gültigkeitsbereiches der Gleichungen (30) und (31) liegen können, je nach Ziehbedingungen.

Um einen Vergleich der Gleichung (31) mit dem Experiment vorzunehmen, wurde F_z aus Werten an der Stelle $z=1$ mm berechnet. Die hierzu erforderlichen

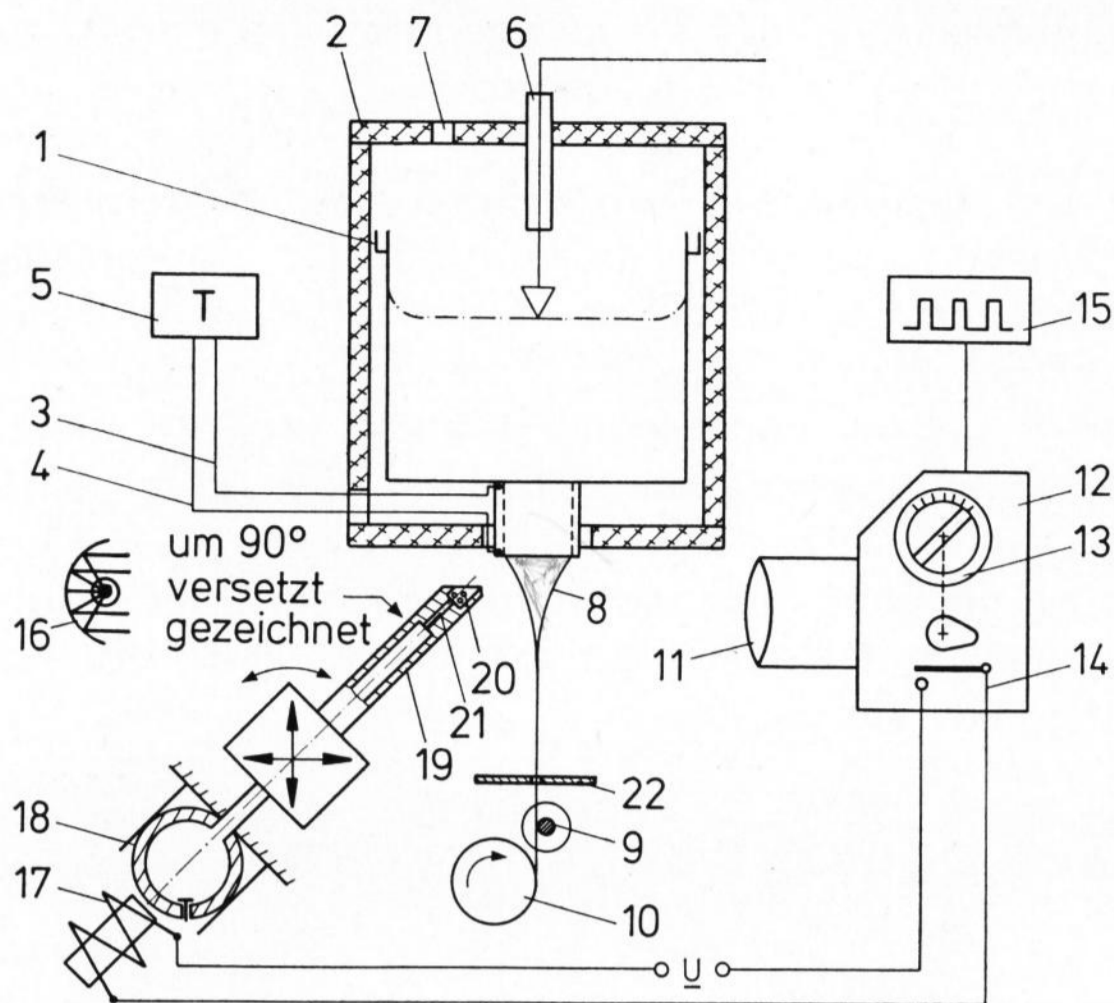


Bild 14. Versuchsanordnung zur Messung der Fließgeschwindigkeit an der Glaszweibelloberfläche.

- 1: Pt/Rh-Tiegel
- 2: Wärmeisolation
- 3: Thermoelement T₁
- 4: Thermoelement T₂
- 5: Temperaturanzeige
- 6: Füllstandsmessung
- 7: Über- oder Unterdruck
- 8: Ziehzwiebel
- 9: Fadenführung
- 10: Aufrolltrommel
- 11: Telemikroskop
- 12: Hochgeschwindigkeitskamera
- 13: Ereignisvorwahl
- 14: Ereignisschalter
- 15: Impulsgenerator
- 16: Beleuchtungslampe
- 17: Hubmagnet
- 18: Gummibalg
- 19: Keramikrohr
- 20: Quarzteilstück
- 21: Kapillare
- 22: Luftstromabschirmung

Daten der Ziehzwiebel an der Stelle z = 1 mm wurden z. T. der Arbeit [4] (T_s experimentell und theoretisch bestimmt, T̄ berechnet), z. T. dem Experiment nach Bild 14 (R und R') entnommen und sind in Tabelle 2

zusammengestellt. Die so berechneten F_z-Werte sind in Bild 8 eingezeichnet und zeigen eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den experimentellen Werten der Fadenziehkraft F_z. Die berechneten Werte sind etwas kleiner als die experimentell ermittelten. Die Ursache kann in der Vernachlässigung der Schubspannungskomponente τ_{rz} im Vergleich zur Normalkomponente τ_{zz} in Gleichung (22) liegen (nicht in der Randbedingung (18)), die solange noch wirksam ist, solange die Zwiebel sich mit endlichem R' (bis etwa z = δ) verjüngt.

4.2. Berechnung der Ziehkraft F_z für z = 0

Die Beziehung (31) für die Faserziehkraft hat einen gewissen Nachteil insofern, als bei ihrer Ableitung die radiale Abhängigkeit des Strömungsprofils vernachlässigt wurde, was zwar für z > R₀/2 auch erlaubt ist auf Grund der Experimente (Bild 8) und auf Grund von Bild 13, das v̄ = v_s erwies. Jedoch dürfte diese Voraussetzung nicht für z = 0 gelten, da hier noch ein paraboloidähnliches Strömungsprofil von der Düsenströmung her vorhanden ist [8]. Dies soll im folgenden näherungsweise Berücksichtigung finden. Gleichung (22) soll daher ausschließlich auf den Düsenquerschnitt bei z = 0 angewandt werden. Zu diesem Zweck wird — abweichend von früheren Arbeiten [6; 7; 9 und 10] — eine Kraft f_{rz} zu Gleichung (22) hinzugefügt, die die Tensorkomponente τ_{rz} = τ_{rz} berücksichtigt soll.

Die Schubspannung τ_{rz} verursacht innerhalb der Düse den Druckgradienten. Sie ist bei z = 0 nicht vernachlässigbar und wird in Ziehrichtung wegen der fehlenden Wandhaftung für z > 0 sehr schnell abgebaut. Gleichung (22) nimmt dann folgende Form an:

$$\frac{d}{dz} (M\bar{v}) = \frac{d}{dz} (\tau_{zz} \pi R^2) + f_{rz} + \rho g \pi R^2 + \frac{d}{dz} (2 \pi R \sigma \cos \varphi) - 2 \pi \tau_s R \cos \varphi + \frac{d}{dz} (p_u \pi R^2). \quad (32)$$

Die Komponente f_{rz} wurde zusätzlich auf Grund der Gleichung (14) berücksichtigt und kann, nachdem Newtonsches Fließverhalten vorliegt, nach Mittelung über den Querschnitt in der Form

$$f_{rz} \equiv 2 \pi \bar{\tau}_{rz} \cdot r \quad (33)$$

geschrieben werden. Für τ_{rz} gilt Gleichung (16).

Die Integration von Gleichung (32) von z = 0 bis z = E führt mit

$$F_{rz} = \int_{z=0}^{z=E} f_{rz} dz \quad (34)$$

auf

$$F_b = [\bar{\tau}_{zz} \pi R^2 + 2 \pi R \sigma \cos \varphi + p_u \pi R^2]_{z=E} + F_{rz} + F_g - F_a - [\bar{\tau}_{zz} \pi R^2 + 2 \pi R \sigma \cos \varphi + p_u \pi R^2]_{z=0}. \quad (35)$$

Tabelle 2. Kenndaten an der Ziehzwiebel

z in cm	p in mm WS	T _D in °C	M in g/min	R in cm	R'	T̄ in °C	η̄ in d Pa s	F _z theor. in p	F _z exp. in p
0,1	1000	1285	0,47	0,036	- 0,37	1250	903	0,19	0,20
	1000	1188	0,20	0,018	- 0,21	1140	3069	0,29	0,31
	400	1285	0,20	0,018	- 0,22	1218	1256	0,14	0,16
nach Gleichung (31)									
0	1000	1285	0,47	0,075	- 0,85	1285	643	0,15	0,20
0	1000	1188	0,20	0,075	- 2,1	1188	1744	0,29	0,31
0	1000	1140	0,12	0,075	- 2,5	1140	3070	0,35	0,38
0	1000	1091	0,074	0,075	- 2,8	1091	5803	0,45	0,46
0	400	1285	0,20	0,075	- 1,8	1285	643	0,12	0,16
0	100	1285	0,074	0,075	- 4,0	1285	643	0,086	0,10
nach Gleichung (46)									

Für den Klammerausdruck an der Stelle $z=0$ in Gleichung (35) wird im folgenden — ebenfalls abweichend von früheren Arbeiten [6; 7; 9 und 10] — ein Ausdruck entwickelt, der die dort noch vorhandene radiale Geschwindigkeitsverteilung in vereinfachter Form berücksichtigen soll. Hierzu wird der mittleren

$$P(R, 0) = -\frac{2\bar{\eta}}{1+R'R'} \left[-\frac{\partial U}{\partial r} + R' \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial r} \right) - R'R' \frac{\partial V}{\partial z} \right] + p_u + \frac{\sigma \cos \varphi}{R}. \quad (36)$$

Für die Fließgeschwindigkeit U und V gelten die Wandhaftbedingungen

$$U(R, 0) = 0, \quad (37)$$

$$V(R, 0) = 0. \quad (38)$$

Die Beziehung zwischen den Geschwindigkeitsvektoren an der Oberfläche der Ziehzwiebel

$$R'(z=0) = U(R, 0)/V(R, 0) = 0/0 \quad (39)$$

führt mit der Regel von de L'Hospital auf die folgenden Identitäten:

$$\lim_{z \rightarrow 0, r=R} R' = \frac{dU/dz}{dV/dz} = \frac{\frac{\partial U}{\partial r} R' + \frac{\partial U}{\partial z}}{\frac{\partial V}{\partial r} R' + \frac{\partial V}{\partial z}}, \quad (40)$$

$$\lim_{r \rightarrow R, z=0} r' = \frac{dU/dr}{dV/dr} = \frac{\partial U/\partial r}{\partial V/\partial r}. \quad (41)$$

Führt man die Gleichungen (37), (40) und (41) mit der Kontinuitätsgleichung (17) in Gleichung (36) ein, so erhält man

$$F_z = \left[-\frac{4\bar{\eta} M R'}{\rho R} + \pi R \sigma \cos \varphi \right]_{z=0} - F_{rz} - F_g + F_a + F_b. \quad (46)$$

Gleichung (46) würde auch für den Fall einer benetzten Düse gelten, wenn die Vergrößerung von R ($z=0$) berücksichtigt würde.

Nach den Bildern 8 und 9 wurde die Fadenziehkraft unter Bedingungen gemessen (relativ geringe Ziegeschwindigkeiten und geringe Fadenlänge), die eine Vernachlässigung von F_g , F_a und F_b erlauben. Vernachlässigt man zusätzlich F_{rz} , erhält man nach Gleichung (46) die in Bild 9 und Tabelle 2 angegebenen Ziehkraften, die etwas unterhalb der experimentellen Meßkurven liegen. Die Differenz kann — zumindest teilweise — durch das fehlende Glied F_{rz} erklärt werden. Bezüglich der Ermittlung von $R'(z=0)$ bestehen Meßunsicherheiten, die um so größer sind, je kleiner die Ziehzwiebel ist, d. h. je kleiner der Massenstrom ist. Eine Abschätzung von F_{rz} kann durch eine simultane Analyse der rheologischen und thermischen Vorgänge des Ziehvorganges im Bereich $z=0$ bis $z=\delta$, die in [4] durchgeführt werden soll, vorgenommen werden.

Zur Berechnung der Ziehkraft stehen wahlweise die Gleichungen (46) und (31) zur Verfügung. Mit Gleichung (46) kann die Ziehkraft aus den Zwiebeln bei $z=0$, die einfacher als bei $z>0$ zu ermitteln sind, berechnet werden. Andererseits kann die Ziehkraft mit der Gleichung (31) aus den Zwiebeln bei $z>0$ und $R'R' < 0,5$ mit höherer Genauigkeit berechnet werden, wobei aber zahlreiche Zwiebeln nur schwer zugäng-

Spannung τ_{zz} für $z=0$ der über den Düsenquerschnitt gemittelte Wert aus Gleichung (24) zugrunde gelegt. Der Druck an der Stelle $z=0$, $r=R$, aber noch im Innern der Ziehzwiebel, berechnet sich dann aus der Randbedingung (18) zu:

$$P(R, 0) = p_u + \frac{\sigma \cos \varphi}{R}. \quad (42)$$

Der Druck über den Zwiebelquerschnitt kann als konstant angesehen werden:

$$P(R, 0) \equiv \bar{P} \equiv P_0, \quad (43)$$

woraus folgt:

$$P_0 - p_u = \left[\frac{\sigma \cos \varphi}{R} \right]_{z=0}. \quad (44)$$

Die Kraft F_{R_0} ergibt sich nach einem Vergleich der Gleichungen (35) und (8) zu:

$$F_{R_0} = \left[-\frac{4\bar{\eta} M R'}{\rho R} + 2\pi R \sigma \cos \varphi \right]_{z=0}. \quad (45)$$

Falls der untere Düsenrand nicht benetzt ist, kann mit den Gleichungen (44) und (45) der Massenstrom nach Gleichung (7) berechnet werden. Der vollständige Ausdruck für die Fadenziehkraft ergibt sich aus Gleichung (8). In dieser Gleichung tritt durch die Einführung von f_{rz} der Kraftanteil F_{rz} (Gleichung (34)) als Korrekturgröße von F_z auf:

lich sind (siehe Tabelle 2). Welche Ziehkraftgleichung auch hinsichtlich der Geometrieberechnung im Vergleich zum Experiment optimal ist, wird in [4] ermittelt werden.

4.3. Massenstrom M

Die Ziehkraft F_z setzt sich nach den vorangegangenen Abschnitten im wesentlichen aus einem η - und σ -abhängigen Term zusammen. Bei hoher Temperatur wird F_z vorwiegend durch die Oberflächenspannung σ bestimmt, da die Viskosität η exponentiell mit der Temperatur abnimmt, die Oberflächenspannung dagegen sich nur unwesentlich ändert.

Mit den Gleichungen (7), (44) und (45) kann die Berechnung für den Massenstrom direkt hingeschrieben werden für den Fall des unbenetzten unteren Düsenrandes:

$$M = K_1 \left(p + \rho g L + \frac{\sigma \cos \varphi}{R} \right) \quad (47)$$

mit

$$K_1 = \frac{K}{1 + K \frac{4\bar{\eta} R'}{\pi \rho R^3}}, \quad (48)$$

worin alle Größen auf die Stelle $z=0$ zu beziehen sind. Aus Gleichung (47) ist zu erkennen, daß M direkt proportional zur Oberflächenspannung und umgekehrt proportional zur Viskosität ist.

Bei der Produktion von Glasfasern kann die Düsenstirnfläche benetzt, aber auch unbenetzt sein (siehe Abschnitt 1.). Für beide Fälle ist die Bestimmung der Massenstromcharakteristik wünschenswert. Zur Berechnung des Massenstromes nach Gleichung (47) sind Meßgrößen erforderlich, deren Ermittlung in der Praxis im allgemeinen zu aufwendig wird. Im folgenden wird daher eine vereinfachte Methode zur Bestimmung der Massenstromcharakteristik angegeben, die den genannten Erfordernissen — Gültigkeit für benetzte und unbenetzte Düsen und Verringerung der zahlreichen Meßgrößen — gerecht wird. Der Düsenvordruck p , bei dem der Massenstrom Null wird, ergibt sich nach Gleichung (47):

$$p(M=0) = -\rho g L - \frac{\sigma \cos \varphi_0}{R(z=0)} \quad (49)$$

Für den Fall einer unbenetzten Düse wird bei sehr kleinen Düsenvordrücken der Zwiebelradius $R(z=0)$ wesentlich kleiner als R_0 , während $\cos \varphi_0$ zwischen 0 und 1 liegt. Da die Ziehwinkel für sehr kleine p aus der Düsenachse zum Düsenrand wandert und zudem bei $p(M=0)$ bereits gerissen ist, kann der zweite Term in Gleichung (49) nicht bestimmt werden. Bei den vorstehend untersuchten Gläsern wurde empirisch festgestellt, daß Gleichung (49), modifiziert zu

$$p(M=0) \cong -\rho g L - \frac{\sigma}{R_0} \quad (50)$$

eine gute Näherungsgleichung darstellt.

Mit Gleichung (50) wäre dann der Ursprungspunkt aller Geraden in der $M(p)$ -Darstellung (Bild 2) für den Fall der unbenetzten Düse bekannt, wenn σ und ρ bekannt sind. Die Geraden für die gewünschten Temperaturen ermittelt man, indem bei einer beliebigen Füllstandshöhe h bzw. einem Druck p der Massenstrom gemessen wird. Die so erhaltene Massenstromcharakteristik ist eine ausgezeichnete Näherung und liegt innerhalb der durch Zwiebeloszillationen bedingten Streuung. Z. B. ist nach Gleichung (50) für das 14-A-DIN-Glas $p(M=0) = -57$ (-62) mm WS, während der experimentelle Wert für eine unbenetzte Düse -56 (-63) mm WS beträgt. Die Werte in Klammern gelten für das E-Glas.

Für den Fall der vollständig benetzten Düse wählt man als Ursprungspunkt zweckmäßigerweise $p(M=0) = 0$ (siehe Bilder 3 und 5).

Der Ursprungspunkt für eine unvollständig benetzte Düse liegt zwischen den Extremwerten $p(M=0) = 0$ und $p(M=0)$ gemäß Gleichung (50). Ein genauer Wert kann für diesen Fall nicht angegeben werden.

Grundsätzlich könnte man die $M-p$ -Geraden für alle drei Fälle auch durch zwei Meßpunkte bei zwei verschiedenen, genügend weit auseinanderliegenden, positiven Drücken bzw. Füllstandshöhen bestimmen. Jedoch bereitet dies Schwierigkeiten wegen der begrenzten Möglichkeit, den Düsenvordruck durch Füllstandsvariationen in der Praxis zu ändern.

5. Zur Wechselwirkung zwischen Viskositäts- und Oberflächenspannungskräften

Gleichung (47) steht in Übereinstimmung mit Bild 5, wonach bei konstanter Viskosität eine Erhöhung der

Oberflächenspannung der Glasschmelze (durch Variation der Glassorte) den Massenstrom vergrößert ($M \sim \sigma$). Diese Übereinstimmung gilt streng für die Kurvenabschnitte rechts vom Maximum ($\eta > 10^{2,8}$ P) in Bild 5. Bei $\eta \leq 10^{2,8}$ d Pa s tritt Benetzung des unteren Düsenrandes ein, wodurch der Massenstrom $M(p=0)$ trotz abnehmender Zähigkeit der Schmelze äußerst stark abnimmt. Diese Abnahme wurde in Abschnitt 1. mit der Wirkung des Spreitungsdruckes gedeutet, der gegenüber der Viskositätskraft um so stärker dominiert, je geringer die Viskosität wird, bis schließlich der Faden durch Überwiegen der Oberflächenspannungskraft reißt. Der Spreitungsdruck P_{Sp} ist unter Vernachlässigung der Ziehkraft F_z gegeben durch die Beziehung

$$P_{Sp} = \sigma_{Pt} - (\sigma_{Gl} \cos \beta + \sigma_{Pt/Gl}). \quad (51)$$

Er ist bei gegebener Oberflächenspannung σ_{Pt} des Festkörpers (hier Pt/Rh der Ziehdüsenstirnfläche) um so größer, je kleiner die Oberflächenspannung σ_{Gl} der Glasschmelze und die Grenzflächenspannung $\sigma_{Pt/Gl}$ zwischen Pt-Rh und der Schmelze sind. Durch den Spreitungsvorgang wird die Ziehkraft bei $z=0$ auf eine größere Fläche und damit z. T. auf die Düsenstirnfläche verteilt, was den Massenstrom drastisch reduziert.

Es sei betont, daß sich diese Betrachtungen nur im Bereich relativ kleiner Drücke ($p < 100$ mm WS), insbesondere bei $p=0$, auswirken. Erst bei höheren Drücken ($p > 100$ mm WS) wird der Einfluß des Spreitungsdruckes durch den hohen Massenstrom verdeckt (siehe Bild 3), und es kommt dann nicht mehr zur Ausbildung des Maximums von Bild 5, sondern zu einer sich mehr und mehr mit steigendem p abschwächenden Schulter. Ist der Faden bei Temperatursteigerung auf Grund der zu gering gewordenen Viskositätskraft schließlich gerissen, dann wirken nur noch die Schwerkraft und die Oberflächenspannung. Mit einem gewissen Vordruck $p > 0$ wird sich dann ein Abtropfvorgang mit einem Schwingungszustand auf Grund der Wechselwirkung zwischen Tropfgewichtskraft und Oberflächenspannungskraft einstellen, wie ihn Manfré [1] beschrieben hat.

Von Bild 5 ist noch das unterschiedliche Verhalten der Schmelzen der Gläser 14-A-DIN und E trotz gleicher Oberflächenspannung für den Fall der Benetzung des unteren Düsenrandes zu deuten. In diesem Viskositätsbereich liefert das E-Glas geringere Werte für den Massenstrom als das 14-A-DIN-Glas bei gleicher Viskosität. Des weiteren liegt das Maximum in Bild 5 vom E-Glas bei höherer Viskosität. Dies kann mit einer größeren Benetzungsfähigkeit der E-Glasschmelze gegenüber der 14-A-DIN-Glasschmelze an Pt/Rh gedeutet werden. Nach [11] besteht kein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Benetzungswinkel β einer Glasschmelze und seiner Oberflächenspannung. Vielmehr sind die Benetzungswinkel von Glasschmelzen mit gleicher Oberflächenspannung stark von der Temperatur und der Zusammensetzung abhängig. Der Benetzungswinkel β durchläuft in Abhängigkeit von der Temperatur bei allen in [11] untersuchten Gläsern ein Minimum. Dieser minimale Benetzungswinkel nimmt bei einem bariumhaltigen Silicat-Grundglas mit zunehmendem B_2O_3 -Gehalt ab (1% B_2O_3 verursachte eine Abnahme von β um $14,5^\circ$). Nur bei Zugabe von B_2O_3 wurde diese starke Abnahme festgestellt, jedoch nicht bei Zusatz von Oxiden, die im 14-A-DIN-Glas enthalten sind. Da das

E-Glas etwa 8% B_2O_3 und das 14-A-DIN-Glas kein B_2O_3 enthält, ist anzunehmen, daß das E-Glas kleinere Benetzungswinkel bildet. Benetzungsversuche mit den beiden Gläsern auf Pt/Rh-Blech zeigten, daß das E-Glas bei $\log \eta < 2,8$ tatsächlich stärker benetzt als das 14-A-DIN-Glas. Nach Gleichung (49) besitzt demnach das E-Glas einen größeren Spreitungsdruck, der seinerseits eine stärkere Benetzung der Düsenringfläche bewirkt, was die stärkere Reduzierung des Massenstromes gegenüber dem 14-A-DIN-Glas erklärt. Wie in Abschnitt 1. angedeutet, kann der Viskosität, bei der das Massenstrommaximum auftritt, der Benetzungsbeginn der Düse zugeordnet werden. Fotos der Ziehziebeln von E-Glas und 14-A-DIN-Glasschmelzen zeigen, daß die Benetzung der Düse durch die E-Glasschmelze bei etwas höherer Viskosität einsetzt als beim 14-A-DIN-Glas. Damit kann auch die etwas unterschiedliche Lage der Massenstrommaxima (Bild 5) von E-Glas und 14-A-DIN-Glas zufriedenstellend erklärt werden. Der Benetzungsbeginn ist in geringem Maße auch noch vom Düsenvordruck abhängig. Je höher der Düsenvordruck, desto mehr verschiebt sich der Benetzungsbeginn zu höherer Viskosität.

6. Beschreibung der Experimente

Zur Messung der Oberflächengeschwindigkeit v_s wurden mit einer Hochgeschwindigkeitskamera die Bahnen feinkörniger Quarzteilchen auf der Zwiebeloberfläche verfolgt. Die Kamera (Bild 14) wurde manuell gestartet. Nach einer vorgewählten Anlaufzeit der Kamera verursachte der Ereignisschalter einen dosierbaren Druckstoß in der Kapillare 21, so daß sich die Quarzteilchen 20, nach freiem Flug, auf der Zwiebeloberfläche am Düsenausgang festsetzten. Die sich anschließende Fließbewegung der Teilchen auf der Zwiebeloberfläche wurde auf dem 16-mm-Film der Kamera in starker Zeitdehnung aufgezeichnet. Ein Zeitmarkengenerator blendete mit definierter Frequenz Lichtblitze in den Film ein. Aus dem Abstand der Zeitmarken wurde die Filmgeschwindigkeit bestimmt. Mit ihr und der axialen Positionsänderung der Partikel pro Bild konnte $v_s(z)$ ermittelt werden (Bild 13).

Zur Erfassung der Zwiebelgeometrie $R(z)$ wurde die Zwiebel mit Hilfe eines Telemikroskops fotografiert. Die Negative wurden unter dem Mikroskop vermessen, um den Zwiebelradius als Funktion der Zwiebellänge zu erhalten.

Die wichtigsten Daten der Ziehapparatur gehen aus Tabelle 3 hervor.

Der Massenstrom M wurde in Abhängigkeit von der Düsentemperatur, vom Düsenvordruck p und der Ziehggeschwindigkeit gemessen. Aus dem Faserdurchmesser $2 R_E$, der unter dem Mikroskop gemessen wurde, und der Ziehggeschwindigkeit v_z konnte mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung (1) der Massenstrom M bestimmt werden. Die mittlere axiale Fluidgeschwindigkeit $\bar{v}(z)$ wurde mit dem gemessenen Zwiebelradius $R(z)$ aus der Kontinuitätsgleichung (23) berechnet (Bild 13).

Tabelle 3. Daten zur Ziehapparatur

z_E in cm	R_0 in cm	L in cm	h in cm	T_{1max} in °C	v_z in cm/min	D in cm
50	0,075	0,65	0-3	1450	$0-4 \cdot 10^5$	2

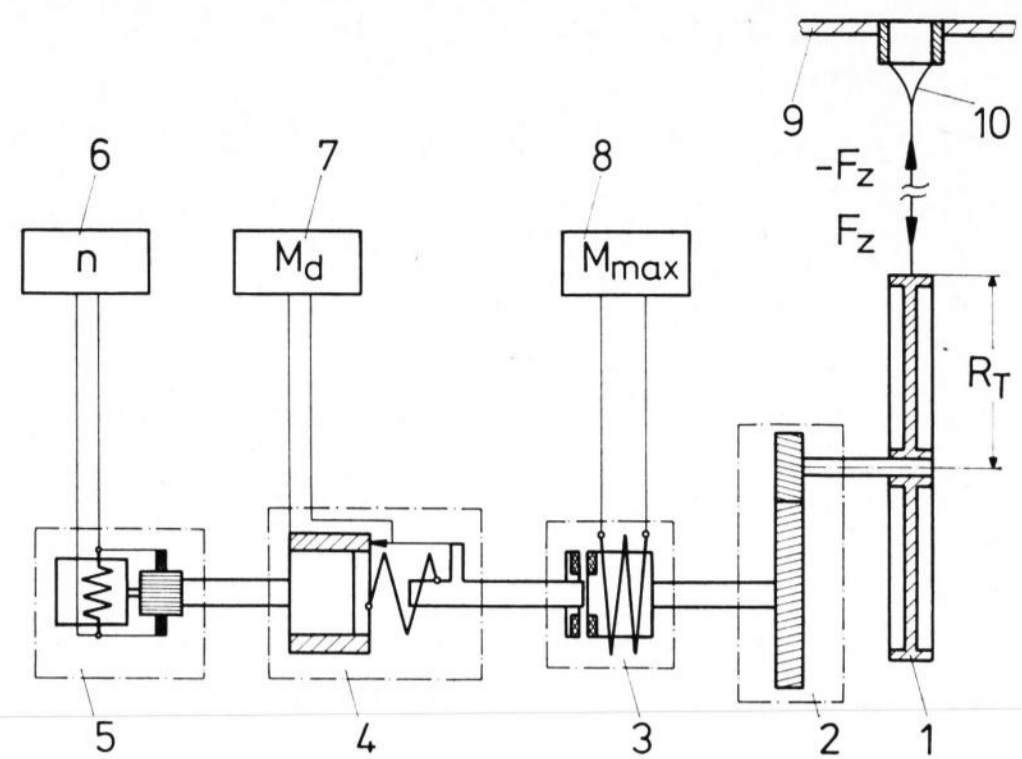


Bild 15. Versuchsanordnung zur Messung der Ziehkraft F_z .

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1: Aufrolltrommel | 6: Drehzahlsteuerung |
| 2: Getriebe | 7: Anzeigegerät |
| 3: Überlastkupplung | 8: Überlaststeuerung |
| 4: Drehmoment-Meßkopf | 9: Pt/Rh-Tiegel |
| 5: Antriebsmotor | 10: Ziehzwiebel |

Die Faserziehkraft F_z wurde in Abhängigkeit vom Düsenvordruck, der Düsentemperatur und der Ziehggeschwindigkeit (Bilder 7 bis 9) gemessen. Das durch F_z an der Aufrolltrommel (Bild 15) erzeugte Drehmoment wird im Getriebe mit der Übersetzung i verstärkt. Der Drehmomentmeßkopf mißt das durch F_z und durch die Reibung des Systems erzeugte Drehmoment M_d . Die Faserziehkraft läßt sich aus der Beziehung

$$F_z = \frac{(M_d - M_0) \eta(i)}{R_T \cdot i} \quad (52)$$

berechnen, worin R_T der Radius der Aufrolltrommel, M_0 das Leerlaufdrehmoment, das sich aus Luft- und Systemreibung zusammensetzt, und die Größe $\eta(i)$ den Systemwirkungsgrad bedeuten. Als Antrieb diente ein Motor mit lastunabhängiger Drehzahlcharakteristik. Der Abstand vom Düsenausgang zur Aufrolltrommel betrug 50 cm. Die Ziehkraften wurden bei einer Ziehggeschwindigkeit von $1,8 \cdot 10^4$ cm/min gemessen.

Die Autoren danken Fräulein cand. ing. H. Landfermann und Herrn cand. ing. P. Stingl für ihre Mitwirkung bei den Messungen. Für die Unterstützung bei der Konstruktion der Glasfaserziehapparatur gebührt Herrn G. Hautmann besonderer Dank.

7. Formelzeichen

7.1. Symbole

D	Tiegeldurchmesser
g	Erdbeschleunigung
h	Füllstandshöhe der Glasschmelze
L	Düsenlänge
M	Massenstrom
P	Druck in der Ziehzwiebel ($P(r, z)$)
p	Düsenvordruck (hydrostatischer Druck und Über- bzw. Unterdruck ($p = p_u + h \rho g$))
p_u	Atmosphärenüber- bzw. -unterdruck über der Glasschmelze
p_u	Umgebungsdruck
$A; B; T_0$	Konstanten der Vogel-Gleichung
R	Zwiebelradius
r	radiale Ortskoordinate
R_0	Düsenradius
$T_1; T_2$	obere und untere Düsentemperatur
F	Kraft
$R(z=0)$	Zwiebelradius bei $z=0$
P_{Sp}	Spreitungsdruck
F_{rz}	Zusatzkraft

U	radiale Fluidgeschwindigkeit	φ	Winkel zwischen z-Achse und Zwiebeltangente
V	axiale Fluidgeschwindigkeit	β	Benetzungswinkel
v_z	Ziehgeschwindigkeit (Fadenaufrollgeschwindigkeit)	τ_{ik}	Schubspannung
v_s	axiale Oberflächengeschwindigkeit in z-Richtung	τ_{ii}	Normalspannung
z	axiale Ortskoordinate		7.2. Indices
α	Winkel zwischen der Düsenachse und der Horizontalen	$(\)_0$	Zustand am Düsenausgang ($z = 0$)
η	dynamische Viskosität der Glasschmelze	$(\)_E$	Zustand an der Trommel ($z = E$)
ρ	Dichte der Glasschmelze	$(\)_D$	Mittelwerte innerhalb der Düse
σ	Oberflächenspannung der Glasschmelze	$(\)'$	Ableitung nach z
		$(\)$	Mittelwert über den Zwiebelquerschnitt
		$(\)_s$	Zustand an der Oberfläche der Ziehwiebel

8. Literatur

- [1] Manfré, G.: Some aspects of rheology during spinning of glass fibers. In: VII^e Congrès Internat. du Verre, Bruxelles 1965. C. r. II.2/78. S. 1–7. [Ref. Glastechn. Ber. 41 (1968) S. 213.]
- [2] Stockhorst, H.: Untersuchung der Ziehkraft beim Glasfaserziehen und ihr Einfluß auf den Zieh- und Bruchvorgang. Techn. Univ. Berlin, Inst. f. Nichtmetallische Werkstoffe, Anorganische Werkstoffe, Dipl.-Arb.
- [3] Stehle, M. und Brückner, R.: Simultane rheologische und thermische Analyse des Glasfaserziehvorganges. (In Vorb.)
- [4] Manfré, G.: Forces acting in the continuous drawing of glass fibres. Glass Technol. 10 (1969) S. 99–106. [Ref. Glastechn. Ber. 44 (1971) R71-0123.]
- [5] Bird, R. B.; Stewart, W. E. und Lightfoot, E. M.: Transport phenomena. New York: Wiley 1960. S. 82 bis 90.
- [6] Glicksman, L. R.: The dynamics of a heated free jet of variable viscosity liquid at low Reynolds numbers. J. Amer. Soc. mechan. Engrs. 90 D (1968) S. 343–354.
- [7] Glicksman, L. R. und Krishnan, S.: A two-dimensional analysis of a heated free jet at low Reynolds numbers. J. Amer. Soc. mechan. Engrs. 93 D (1971) S. 355–364.
- [8] Zidan, M.: Zur Rheologie des Spinnprozesses. Rheologica Acta 8 (1969) S. 89–123.
- [9] Glicksman, L. R.: A prediction of the upper temperature limit for glass fibre spinning. Glass Technol. 15 (1974) S. 16–20. [Ref. Glastechn. Ber. 47 (1974) 74R1524.]
- [10] Stehle, M. und Brückner, R.: Untersuchungen zum Glasfaserziehvorgang. XI. Internat. Glaskongreß, Prag 1977. Sammelband V. Prag: ČVTS Dùm techn. 1977. S. 159–168.
- [11] Leduc, J. P.: Corrosion verre-platine. Influence de la mouillabilité; 1^{ère} partie: Mouillabilité du platine par les verres d'optique. Verres et Réfract. 29 (1975) S. 83–99. [Ref. Glastechn. Ber. 48 (1975) 75R1679.]

77R2024