

FRAUNHOFER-INSTITUT FÜR HOCHFREQUENZPHYSIK UND RADARTECHNIK FHR

FRAUNHOFER-INSTITUT FÜR KOMMUNIKATION, INFORMATIONSVERRARBEITUNG UND ERGONOMIE FKIE

ANALYSE UND OPTIMIERUNG VON PHASED-ARRAY-RADARNETZWERKEN UND DEREN RADAR-RESSOURCEN-MANAGEMENT

Schlussbericht zur Zuwendung Förderkennzeichen 50 LZ 2005

Das diesem Bericht zugrundeliegende Vorhaben wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Klimaschutz unter dem Förderkennzeichen 50 LZ 2005 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor.

Projektleiter

Dr. Marcus Albrecht

Auftraggeber

DLR Raumfahrtmanagement Bonn

Auftragnehmer

**Fraunhofer-Gesellschaft zur Förderung
der angewandten Forschung e.V.**

Ausführende Stelle

**Fraunhofer FHR
in Kooperation mit dem Fraunhofer FKIE**

Wachtberg

4. Februar 2026

Mitarbeitende und Autor*innen (in alphabetischer Reihenfolge)

Marcus Albrecht (FHR)
Rajat Awadhiya (ehemals FHR)
Erik Busley (ehemals FHR)
Alexander Charlish (FKIE)
Giorgio de Moura Magalhães (FHR)
Rudolf Hoffmann (ehemals FHR)
Martin Käske (FHR)
Cordula Knauf (ehemals FHR)
Carolin Meyer-Schwalm (FKIE)
Hans Schily (ehemals FKIE)
Isabel Schlangen (FKIE)
Stefan Tenbücken (ehemals FHR)
Manjunath Thindlu Rudrappa (FHR)

Laufzeit des Vorhabens

01.01.2021 bis 31.08.2024

Kontakt Projektleitung

Dr. Marcus Albrecht
Gruppenleiter Radar Intelligence
Abteilung Radararchitekturen & Verfahren zur Weltraumbeobachtung
Bereich Radar zur Weltraumlageerfassung (RWL)

Fraunhofer-Institut für Hochfrequenzphysik und Radartechnik FHR
Fraunhoferstraße 20
53343 Wachtberg
Telefon: +49 (0)228 60882-2241
Email: marcus.albrecht@fhr.fraunhofer.de

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzdarstellung des Vorhabens	17
1.1	Aufgabenstellung	17
1.2	Voraussetzungen, unter denen das Vorhaben durchgeführt wurde	19
1.3	Planung und Ablauf des Vorhabens	20
1.4	Wissenschaftlicher und technischer Stand, an den angeknüpft wurde	23
1.4.1	Weltraumüberwachung mit Radarsystemen	23
1.4.2	Weltraumüberwachung mit Phased-Array-Radarnetzwerken	23
1.4.3	Bestehende und geplante Phased-Array-Radarnetzwerke zur Weltraumüberwachung	24
1.5	Zusammenarbeit mit anderen Stellen	25
2	Detaillierte Darstellung des Vorhabens	26
2.1	Vorbereitende Arbeiten (AP2000)	26
2.1.1	Definition der Geometrie und der Variablen	26
2.2	Systemparameter und Rahmenbedingungen (AP2100)	27
2.2.1	Definition der Radarsystemparameter	27
2.3	Definition der Leistungskriterien (AP2200)	29
2.4	Analyse zugänglicher Objektkataloge (AP2300)	30
2.4.1	Clustering der Objekte nach Inklination und Höhe	30
2.4.2	Clustering der Objekte nach Inklination und Höhe - Radarrückstreuquerschnitt (RCS)	31
2.5	Bestimmung statistischer Objektverteilungen (AP2400)	31
2.5.1	GUI für die Simulation eines Objektes	32
2.5.2	GUI zum einlesen und filtern von TLE Dateien	32
2.5.3	GUI um RCS-Werte mit TLE-Datei zu verbinden	34
2.6	Simulationsumgebung (AP3000)	36
2.7	Analyse der Anforderungen (AP3100)	36
2.8	Definition und Aufbau der Struktur (AP3200)	37
2.9	Vorhandene Software (AP3300)	38
2.9.1	Identifikation, Anpassung und Implementierung vorhandener Software	38
2.10	Störungsmodelle (AP4300)	39
2.10.1	Einleitung	39
2.10.2	Bahnstörungen	39
2.10.2.1	Geopotential	39
2.10.2.2	Atmosphärischer Strömungswiderstand	41
2.10.2.3	Solarer Strahlungsdruck	42
2.10.3	Simplified perturbation models	43
2.10.3.1	Vergleich Kepler und SGP4	43
2.11	Fragmentationen (AP4400)	46
2.11.1	Einleitung	46
2.11.2	Hypervelocity-Kollisionen	48
2.11.3	Fragmentations-Detektion und Tracking	53
2.11.3.1	Einführung und Notationen	54
2.11.3.2	Hungarian-Algorithmus	58
2.11.3.3	Implementierung des Labelled Multi-Bernoulli Filter	59
2.11.3.4	Fusion	64

2.11.4	Simulations-Ergebnisse	69
2.12	Optimierung von Topologien und Betriebsweisen (AP5000)	74
2.12.1	Simulation zur Analyse der Direktpfadinterferenz in Radarnetzwerken	75
2.12.1.1	Theoretischer Hintergrund	75
2.12.1.2	Simulationsablauf	80
2.12.1.3	Ergebnisse für ausgewählte Konfigurationen	80
2.13	Auflösung von Mehrdeutigkeiten (AP5100)	83
2.13.1	Einleitung	83
2.13.2	Problemdarstellung anhand eines Beispiels – Frequenz eines verrauschten Sinus- signals	84
2.13.3	Monte-Carlo-Simulation des Schätzfehlers eines kohärenten Radarnetzwerks	87
2.13.4	Sphärische Wellenfronten	89
2.13.5	Auflösung der Mehrdeutigkeiten durch Bayes'sche Schätzung	94
2.13.6	Experimentelle Evaluation der filterbasierten Winkelschätzung	95
2.14	Statistische Verteilung von Knoten (AP5200)	99
2.14.1	Einführung	99
2.14.2	Simulationsumgebung	100
2.14.3	Untersuchungen zur besten Basislinie für unterschiedliche Orbits - Trackmodus	103
2.14.4	Horizontale vs. Vertikale Basislinie - Trackmodus	105
2.14.5	Vergleich vertikales vs. horizontales Sichtfeld - Suchmodus	109
2.14.6	Einfluss Basislinie vs. Radar-Ressourcen-Management	111
2.14.7	Ungünstige Basislinie	114
2.14.8	Zusammenhang zwischen Beobachtungsanzahl, Pässen und Fehlervolumen	117
2.14.9	Zusammenfassung	118
2.15	Kombination von Netzwerktypen (AP5300)	121
2.15.1	Annahmen	121
2.15.2	Simulationsaufbau	122
2.15.3	Simulationsergebnisse	123
2.15.4	Fazit	125
2.16	Untersuchung von Wellenform-Designs (AP5400)	126
2.16.1	CDMA-Prinzip - Spread Spectrum	127
2.16.1.1	Von der Kommunikation zum Radar	128
2.16.2	Ambiguity-Funktion und Leistungskennzahlen	132
2.16.3	Generalized Ambiguity Function einer Spread Spectrum Radar Wellenform	134
2.16.3.1	SNR-Verlust	137
2.16.4	Spread Spectrum Codes	138
2.16.4.1	Deterministisch definierte Codes	138
2.16.4.2	Heuristische und metaheuristische Optimierung	139
2.16.4.3	Deterministische Iterative Optimierung	140
2.16.4.4	Vorgeschlagener Ansatz: Synthese der Ambiguity Function	141
2.16.5	Numerische Experimente	144
2.16.5.1	Chirp-ähnliche AAF und Tracking-Anwendung	145
2.16.5.2	Effect of multiple pulses	146
2.16.5.3	Thumbtack	148
2.17	Radar-Ressourcen-Management (AP6000)	153
2.17.1	Simulation eines einfachen Radar-Ressourcen-Managements	155
2.17.1.1	Methoden	155
2.17.1.2	Ergebnisse	159
2.18	Entwicklung und Analyse von Radarmoden (AP6200)	163
2.18.1	Verweildauer eines LEO-Objekts in einem Winkelsektor des Radars	163

2.18.2	Einfluss der Radarparameter auf die Performance der Detektion und Parameterschätzung	163
2.18.2.1	Maximale Pulslänge und Blindbereiche	164
2.18.2.2	Maximale eindeutige Messentfernung (Maximum Unambiguous Range) und Messung der Dopplerverschiebung	165
2.18.2.3	Zusammenhang von Pulslänge, Pulswiederholungsrate (PRF) und Duty-Cycle	165
2.18.2.4	Standardabweichung der Parameterschätzung	165
2.18.2.5	Tabellarische Darstellung der Radarparameter und deren Auswirkung	167
2.18.3	Berechnung eines Suchvolumens für die Schätzung von Signalparametern	169
2.18.4	Auswirkung der Positionierung von bistatischen Sendern und Empfängern auf das maximale kohärente Integrationsintervall	171
2.18.5	Nicht-adaptive Basismoden	177
2.19	Adaptive Suchzäune (AP6300)	179
2.19.1	Optimierung der Ressourcenverteilung in von einander abhängigen Suchzäunen	179
2.19.2	Suchzaunerstellung als Multi-Armed Bandit (MAB)-Problem	186
2.19.3	Quality of Service-Modell für den Suchzaun eines multistatischen Radars	197
2.19.4	Quality of Service-Modell für einen multistatischen Suchzaun mit mehreren Ebenen	202
2.19.5	Beam Paving	204
2.19.5.1	Projektion der Sendekeule	205
2.19.5.2	Berechnung der Gitterpositionen	206
2.19.5.3	Beispiel	207
2.20	Adaptives Tracking (AP6400)	209
2.20.1	Bahnbestimmung mit verrauschten Messungen	209
2.20.2	Linearisierung mittels Taylorentwicklung	209
2.20.3	Ein vergleichendes Experiment auf verschiedenen Orbits	211
2.20.3.1	Experimentelles Setup	211
2.20.3.2	Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors \hat{v}	211
2.20.3.3	Simulationsergebnisse	212
2.20.4	Verbesserung der Initialisierung	214
2.20.4.1	Herleitung	215
2.20.4.2	Experimentelle Auswertung	224
2.20.5	Quality of Service Ressourcenmanagement für adaptives Tracking	227
2.21	Synchronisation (AP7200)	233
2.21.1	Einleitung	233
2.21.2	Cäsiumuhren und GNSS	233
2.21.2.1	Optische Uhren	236
2.21.3	Zweiweg Radarmessung	236
2.21.4	Extraterrestrische Rauschquellen	236
2.21.5	GNSS Common-View	237
2.21.5.1	Interne Versuche	238
2.21.6	Telekom Glasfaser	238
2.21.7	Phasensynchronisation	239
2.22	Auswirkungen der Ungenauigkeiten (AP7300)	239
2.22.1	Simulationsaufbau	239
2.22.2	Einfluss Zeit-Bias exemplarisch auf einen Orbit	241
2.22.3	Systematisches Verrauschen der Beobachtungen	242
2.22.4	Ergebnisse der verrauschten Beobachtungen auf die Orbitschätzung	243
2.22.5	Fazit der Analyse der Synchronisation	248

Abbildungsverzeichnis

2.1	Skizze einer elementaren Netzwerk-Geometrie aus einem quasi-monostatischen System (Tx/Rx) und einem zusätzlichen Empfänger (Rx).	26
2.2	Heatmap: Clustering anhand der Inklination und der großen Halbachse der Weltraumobjekte.	30
2.3	Heatmap: Clustering anhand der Inklination und der großen Halbachse der Weltraumobjekte - nur für Objekte mit angegebenen RCS-Werten.	31
2.4	Heatmap: Clustering anhand der Objektdurchmesser und der großen Halbachse der Weltraumobjekte.	32
2.5	GUI um ein Kepler-Objekt mit benutzerdefinierten Eigenschaften zu simulieren	33
2.6	GUI um Objektkatalog nach bestimmten Keplerparametern zu filtern und/oder Objektpopulationen zu analysieren	33
2.7	Häufigkeit der Orbitklassen in ausgewählten Intervallen. Die Bildung der Klassen erfolgt anhand von Inklination und Apogäumshöhe.	33
2.8	GUI um RCS-Werte von Weltraumobjekten einzulesen	34
2.9	Histogramm über die Verteilung der RCS-Werte. Die Überschrift gibt an, wie viele Objekte den Filtereinstellungen entsprechen (RCS-Wert, Inklination, Apogäumshöhe, Umlaufzeit).	35
2.10	Verhältnis von gefilterten RCS-Werten zu RCS-Werten im eingelesenen <i>satcat file</i> , die noch nicht abgestürzt sind und sich im LEO befinden.	35
2.11	Software Module.	36
2.12	JDL-Level von Datenfusion und Sensormanagement.	37
2.13	Ausgeübte Beschleunigung auf Satelliten verursacht durch verschiedene Kräfte in Abhängigkeit von der Bahnhöhe. Der Satellit ist hier mit einem area-to-mass-ratio von $0.01 \text{ m}^2/\text{kg}$ für den Drag berechnet, bei einer exosphärischen Temperatur zwischen 500 K und 2000 K (Minimum und Maximum). Graph entnommen aus [1] Seite 55. . .	40
2.14	Plot der Bodenspur von Starlink-1008 für einen Orbit propagiert als Keplerorbit (blau) und SGP4-orbit (rot).	44
2.15	Berechnete Differenz zwischen dem simulierten Keplerorbit und SGP4-orbit von Starlink-1008 für einen Orbit. Dargestellt ist die Differenz in km gegenüber der Simulationszeit in min.	44
2.16	Berechnete Differenz zwischen den simulierten Keplerorbits und SGP4-orbits mit Orbithöhen von 300 km bis 25000 km in 200 km Schritten. Dargestellt ist die Differenz nach einem Orbit in km gegenüber der Orbithöhe in km.	45
2.17	Field of View eines simulierten Detektors in rot dargestellt mit einem Beispielorbit in blau, im Fall der Überschneidung kommt es zur Detektion.	45
2.18	Field of View eines simulierten Detektors in rot dargestellt mit einem Beispielorbit in blau, im Fall der Überschneidung kommt es zur Detektion.	46
2.19	Masse vs. geschätzte Anzahl der Fragmente für COSMOS 1408, FENGYUNG1C und MICROSAT-R ASAT-Tests.	48
2.20	Gabbard-Diagramme und geschätzte ΔV -Modellanpassung für die initialen TLE-Daten nach dem Fragmentierungsevent und (darunter) Gabbard-Diagramme für die neuesten TLE-Daten von COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmenten.	50
2.21	Geschwindigkeitsperturbationen und Größenabschätzung aus den TLE-Daten von COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmenten.	51

2.22	Modelle und gemessene Plots für die große Halbachse vs. Exzentrizität für COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmente. . .	51
2.23	Ursprüngliche und gegenwärtige Bodenbahnen von COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmenten.	52
2.24	Trümmerfragmente von COSMOS 1408 und FENGYUNG 1C, die einen Monat nach dem Fragmentierungsevent aufgezeichnet wurden.	53
2.25	Beispiel für den Hungarian Algorithmus.	58
2.26	Tracking- und Fusionsblockdiagramm.	60
2.27	Blockdiagramm des Multi-Sensor-Fusionsalgorithmus mit einem Beispiel.	69
2.28	Trümmerschicht von 189 COSMOS 1408 Fragmenten, die eine Stunde im ECEF-Koordinatensystem propagiert wurden, Ground Truth der von dem Radar-Netzwerk erkannten Tracks, fusionierte Tracks und Ground Truth vs. geschätzte Tracks unter Verwendung des gekennzeichneten Multi-Bernoulli-Filters.	70
2.29	Trümmerschicht von 189 COSMOS 1408 Fragmenten, die sechs Stunden im ECEF-Koordinatensystem propagiert wurden, Ground Truth der von dem Radar-Netzwerk erkannten Tracks, fusionierte Tracks und Ground Truth vs. geschätzte Tracks unter Verwendung des gekennzeichneten Multi-Bernoulli-Filters.	70
2.30	Trümmerschicht von 500 FENGYUNG1C Fragmenten, die eine Stunde im ECEF-Koordinatensystem propagiert wurden, Ground Truth der von dem Radar-Netzwerk erkannten Tracks, fusionierte Tracks und Ground Truth vs. geschätzte Tracks unter Verwendung des gekennzeichneten Multi-Bernoulli-Filters.	71
2.31	Zielerkennungen (rot) an allen vier Empfängern aus einer Trümmerschicht von 189 COSMOS 1408 Fragmenten, die eine Stunde propagiert wurden.	72
2.32	Fusionierte Tracks und Evaluierungsmetriken, die die OSPA-Distanz zwischen den Tracks und der Ground Truth vergleichen, sowie die Kardinalität der Messungen und die Kardinalität der geschätzten Tracks bei variierenden Fehlalarmen an den Empfängern.	72
2.33	Fusionierte Tracks bei Bandbreiten von 1.6, 6 und 16 GHz der COSMOS 1408 Fragmente, die zurückpropagiert wurden zum Datum des Fragmentierungsevents.	73
2.34	Suchmodus bei einem Fragmentierungsevent von COSMOS 1408 mit 189 Fragmenten bei variierenden Suchvolumen (x-Achse in den Heatmaps) und Baselines $\in [100, 200, 300, 400, 500]$ km.	74
2.35	signal to direct path interference ratio (SDPIR) in dB für isotrope Antennen und verschiedene path loss exponent (PLE) Werte aus [2]. SIR steht für SDPIR, d für die Basislänge und n für PLE.	76
2.36	Planares Array.	77
2.37	Antennen-Pattern in dB eines Beispiel-Arrays bei elektronischem Elevationsschwenk von 25° . Array mit 1 m Radius, 271 Elementen mit einem Interelementabstand von $\frac{\lambda}{2}$, mit $\lambda = 0.2306$ m.	78
2.38	Maximale Basislänge mit direkter line of sight (LOS) in Abhängigkeit der Höhen der Sensorstandorte nach (2.115).	79
2.39	Simuliertes Szenario der Inputs aus Tabelle 2.4. Sender (Tx) und zugehörige evaluierte Signalpfade in rot. Empfänger (Rx) und zugehörige evaluierte Signalpfade in blau. Direktpfadsignal in grün.	81
2.40	SDPIR vs. Evaluationspunkte mit mechanischer Ausrichtung des Rx auf den mittleren Evaluationspunkt für die Input-Parameter wie in Tabelle 2.4 gegeben.	82
2.41	Gefensterte Beobachtung eines Sinussignals.	85
2.42	Spektrum	86
2.43	Sinussignal mit zwei Beobachtungsfenstern.	86
2.44	Kostenfunktion für Beobachtungen unterschiedlicher Dauer/Pausen.	87
2.45	Histogramm des Schätzfehlers, $\text{SNR} = 9$ dB, $N_{\text{mc}} = 10000$	87

2.46	Monte-Carlo-Simulation der Richtungsschätzung eines lokalen Netzwerks mit 5 Knoten, angeordnet auf einem Kreis ($r = 10$ m) mit einem zentralen Element. Im Hintergrund ist die Kostenfunktion ohne Rauschen dargestellt.	88
2.47	Monte-Carlo-Simulation der Richtungsschätzung eines Einzelknotens.	89
2.48	Schematische Darstellung ebener und gekrümmter Wellenfronten für ein Radarnetzwerk mit zwei Knoten.	90
2.49	Einfluss des Rauschens auf Betrag und Phase.	92
2.50	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Phasenabweichung.	92
2.51	Verlauf der Varianz der Phasenabweichung in Abhängigkeit vom SNR.	93
2.52	Verlauf des Phasenfehlers für verschiedene Basislängen und Zielentfernungen für $\lambda = 0.23$ m.	93
2.53	Geschätzte Richtung für unterschiedliche Zielentfernungen und Modelle der Messdaten. Das wahre Ziel befindet sich bei (0.01, 0.01).	94
2.54	Anordnung der Empfängerknoten in den drei getesteten Netzwerken.	96
2.55	Moden der Winkelschätzung für ein statisches Ziel und 9 dB Signal-Rausch-Verhältnis (SNR). Die Ellipsen zeigen die 3σ Kovarianzellipsen.	96
2.56	Illustration des quasi-monostatischen Setups mit den zwei möglichen Zielorbits.	97
2.57	Simulierte Zielparameter (Abstand zum Empfänger, Richtung in uv -Koordinaten) für den Orbit mit sich ändernder v -Komponente	97
2.58	SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Kreuzkonfiguration	98
2.59	SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Dreieckskonfiguration	99
2.60	SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Einzelknoten	100
2.61	SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Winkelfehler	100
2.62	Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.	101
2.63	Räumliche Anordnung der beiden Radarknoten: Knoten 1 ist nur ein Empfänger, während an Knoten 2 ein Sender und ein Empfänger aufgebaut ist. Die Ausdehnung der Basislinie zwischen den beiden Radarknoten erfolgt einmal in vertikaler und einmal in horizontaler Richtung. Die Mitte des Radarnetzwerkes bleibt dabei immer über der gleichen Stelle (Breitengrad 50.5° , Längengrad 10°).	102
2.64	Setup I: Field of View (FoV) $90^\circ \times 15^\circ$, Suchmodus - Effekt der Basislinie auf die Orbitschätzung für alle 225 getesteten Orbits. Die schwarzen Punkte markieren den Median für jede Basislinie und die schwarzen Boxen beschreiben die Quartile. Die Abbildung ist aus [3] übernommen.	102
2.65	Jeweilige horizontale Basislinie in km, die zum kleinsten Fehlervolumen für jeden simulierten Orbit führt. Blau steht für die Basislinie mit dem kleinsten Positions-Fehlervolumen und schwarz für die Geschwindigkeitsgenauigkeit des geschätzten Orbits. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	104
2.66	Vertikale Basislinie, die für jeden simulierten Orbit zum kleinsten Fehlervolumen führt. Blau steht für die Basislinie mit dem kleinsten Positions-Fehlervolumen und schwarz für die Geschwindigkeitsgenauigkeit. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	104
2.67	Verhältnis zwischen minimalem und maximalem Fehlervolumen bei einer horizontalen Basislinie je Orbit. Es werden dafür alle 19 Basislinien von 50 km - 950 km betrachtet. Die blauen Werte beziehen sich jeweils auf das 3D-Positions- und die schwarzen Werte auf das Geschwindigkeits-Fehlervolumen für jeden Orbit. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse die große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	106

2.68	Verhältnis zwischen minimalem und maximalem Fehlervolumen bei einer vertikalen Basislinie. Es werden dafür alle 19 Basislinien von 50 km - 950 km betrachtet. Die blauen Werte beziehen sich jeweils auf das 3D-Positions- und die schwarzen Werte auf das Geschwindigkeits-Fehlervolumen für jeden Orbit. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse die große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	106
2.69	Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie. Hierfür wird je Orbit, Positions- und Geschwindigkeitsgenauigkeit eine andere Basislinie als Optimum identifiziert. Das aus der optimalen Basislinie resultierende Fehlervolumen ist im Plot abgebildet. Die 3D-Positions-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienausdehnung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	107
2.70	Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie, berechnet wie in Abbildung 2.69. Die 3D-Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienausdehnung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	108
2.71	Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie von je 250 km. Die 3D-Positions-Fehlervolumen beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienausdehnung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	108
2.72	Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie von je 250 km. Die 3D Geschwindigkeits-Fehlervolumen beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienausdehnung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	109
2.73	Vergleich zwischen vertikalem und horizontalem Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Positions-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	110
2.74	Vergleich zwischen vertikalem und horizontalem Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	111

2.75	Vergleich zwischen vertikalem und horizontalem Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Positions-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	112
2.76	Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	113
2.77	Vergleich des Fehlervolumens der Position zwischen Such- und Trackmodus bei einer vertikalen/horizontalen Basislinie. Bei dem Suchmodus wird jeweils von allen 19 Basislinienkonstellationen die Konstellation mit dem niedrigsten Fehlervolumen gewählt. Es wird ebenfalls berücksichtigt, ob ein vertikales oder horizontales FoV zu kleineren Kovarianzen führt. Zusammengefasst wird für den Suchmodus je Orbit das kleinstmögliche untersuchte Fehlervolumen gewählt. Für den Trackmodus wird unter allen untersuchten 19 Basislinien die Konstellation mit dem maximalen Fehlervolumen zum Vergleich gewählt. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	114
2.78	Vergleich des Fehlervolumen der Geschwindigkeit bei einer vertikalen/horizontalen Basislinie zwischen Such- und Trackmodus. Bei dem Suchmodus wird jeweils von allen 19 Basislinienkonstellationen die Konstellation mit dem niedrigsten Fehlervolumen gewählt. Es wird ebenfalls berücksichtigt, ob ein vertikales oder horizontales FoV zu kleineren Kovarianzen führt. Zusammengefasst wird für den Suchmodus je Orbit das kleinste mögliche untersuchte Fehlervolumen gewählt. Für den Trackmodus wird unter allen untersuchten 19 Basislinien die Konstellation mit dem maximalen Fehlervolumen zum Vergleich gewählt. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	115
2.79	Vergleich des Fehlervolumens der Geschwindigkeit zwischen Such- und Trackmodus bei einer vertikalen/horizontalen Basislinie. Bei dem Suchmodus wird jeweils von allen 19 Basislinienkonstellationen die Konstellation mit dem niedrigsten Fehlervolumen gewählt. Es wird ebenfalls berücksichtigt, ob ein vertikales oder horizontales FoV zu kleineren Kovarianzen führt. Zusammengefasst wird für den Suchmodus je Orbit das kleinstmögliche untersuchte Fehlervolumen gewählt. Für den Trackmodus wird unter allen untersuchten 19 Basislinien die Konstellation mit dem maximalen Fehlervolumen zum Vergleich gewählt. Es wird der Faktor zwischen kleinstem Fehlervolumen im Suchmodus und größtem Fehlervolumen im Trackmodus dargestellt. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	116
2.80	Ungünstigste vertikale Basislinie je Orbit in Bezug zum Positions-Fehlervolumen bei einer Elevation von 90° . Farbe und Zahl [in km] in jedem Feld geben die ungünstigste Basislinie an. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	117

2.81	Ungünstigste vertikale Basislinie je Orbit in Bezug zum Positions-Fehlervolumen bei einer Elevation von 15°. Farbe und Zahl [in km] in jedem Feld geben die ungünstigste Basislinie an. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.	118
2.82	Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehlervolumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmischen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist: FoV-Elevation 15°, Azimut 90°, Basislinie horizontal, Suchmodus.	119
2.83	Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehlervolumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmischen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist: FoV-Elevation 90°, Azimut 15°, Basislinie horizontal, Suchmodus.	119
2.84	Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehlervolumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmischen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist: FoV-Elevation 15°, 90° Azimut, Basislinie vertikal, Suchmodus.	120
2.85	Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehlervolumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmischen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist: FoV-Elevation 90°, Azimut 90°, Basislinie vertikal, Trackmodus.	120
2.86	Darstellung der Szene: Lokales Netzwerk wird entweder am ersten (Tx/Rx) oder zweiten Knoten (Rx) eingefügt. Die horizontale Basislinie variiert zwischen den Werten 50 km, 500 km und 900 km	122
2.87	Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.	123
2.88	Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.	124
2.89	Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.	125
2.90	Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.	125
2.91	Schematisches Beispiel eines Radarnetzwerks.	126
2.92	Schematisches Konzept der SS-Techniken.	128
2.93	FHSS angewendet auf Chirp-Wellenform - Spektrogramm.	129
2.94	FHSS angewendet auf Chirp-Wellenform - Frequenzbereich.	129
2.95	DSSS angewendet auf Chirp-Wellenform.	130
2.96	Golay-Paar.	131
2.97	CCC mit inter-Menge ZCCZ.	132
2.98	Ziel-AAF für chirp-ähnliche Wellenform.	145
2.99	Ergebnisse für chirp-ähnliche Wellenform.	146
2.100	Ziel-AAF für die Verfolgungsanwendung.	147
2.101	Gewichtsfunktion für die Verfolgungsanwendung.	147
2.102	Ergebnisse für Verfolgungsanwendung.	147
2.103	Ziel-Funktion versus Iteration.	148
2.104	AAF-Kennzahlen im Vergleich zur Anzahl der Pulse.	149
2.105	CAF-Kennzahlen im Vergleich zur Anzahl der Pulse.	150
2.106	RV-Schnitt der AAF.	150
2.107	RV-Schnitt der CAF.	151
2.108	Gauss-förmige Ziel-AAF.	151
2.109	Sinc-förmige Ziel-AAF.	151
2.110	RV-Schnitte der AAF für verschiedene DHSS-Codes. Keine FHSS.	152

2.111RV-Schnitte der AAF für verschiedene DHSS-Codes. Costas-Code für FHSS.	153
2.112RV-Schnitte der CAF für verschiedene DHSS-Codes. Keine FHSS.	153
2.113RV-Schnitte der CAF für verschiedene DHSS-Codes. Costas-Code für FHSS.	154
2.114Positionen der Empfänger (blau) und des Senders (rot).	156
2.115Abdeckung einer Sendekeule durch Empfangskeulen und Positionen der Sendekeulen im Suchzaun.	159
2.116Beispielszenario, dargestellt in dem topozentrischen, polaren East, North, Up (ENU) Koordinatensystem des Senders. In den lokalen Koordinaten bezeichnen 0° Osten und 90° Norden.	160
2.117Ressourcenverteilung zwischen den verschiedenen Funktionen des Radars und die zeitliche Abfolge der Sende (TX) und Empfangskeulen (RX).	161
2.118Anzahl der Messungen bei ausschließlicher Nutzung der Suchfunktion, oder der Nutzung von Suche, Tracking und Detektionsbestätigung.	161
2.119Skizze zur Berechnung der Verweilzeit	164
2.120Skizze zu Blindbereichen	164
2.121Der Minimalwert (gekennzeichnet durch +) und der Maximalwert (gekennzeichnet durch ×) der Radialgeschwindigkeit für ein Zielobjekt in 300 km Entfernung auf einem Orbit mit Exzentrizität $e = 0.1$	169
2.122Suchvolumen für ein monostatisches Radar bei 50.6168°N, 7.1321°E, 321.4 m Höhe. . .	170
2.123Suchvolumen für ein bistatisches Radar. Der Empfänger Rx ist an derselben Position wie für den monostatischen Fall aus Abbildung 2.122, der Sender Tx ca. 150 km entfernt weiter südlich bei 49.2683°N, 7.1321°E, 321.4 m Höhe.	171
2.124Suchvolumen für ein bistatisches Radar. Der Empfänger befindet sich in 600 km Entfernung, wie auf der Karte dargestellt. Die Sendeantenne ist dabei in Richtung des Empfängers ausgerichtet.	172
2.125Suchvolumen für ein bistatisches Radar. Der Empfänger befindet sich in 600 km Entfernung. Die Sendeantenne zeigt Richtung Norden.	173
2.126Tx- und Rx-Positionen und die entsprechenden Abstände (<i>baseline</i>). Der rote Stern markiert die Position des Tx. Jede Nummer bezeichnet die Kombination des Tx mit einem anderen Rx.	174
2.127Durch die Distanzauflösung limitiertes maximales Coherent Processing Interval (CPI) über Zielexzentrizität und Höhe für verschiedene Messgeometrien mit Rx-Anordnungen in Richtung Osten und Süden.	174
2.128Durch die Distanzauflösung limitiertes maximales CPI über Zielexzentrizität und Höhe für verschiedene Messgeometrien mit Rx-Anordnungen in Richtung Norden. Der Azimutwinkel des Ziels beträgt 90°. Die Exzentrizität des Zielorbits beträgt 0 (0.01 gestrichelt, 0.05 gepunktet).	175
2.129Durch die Distanzauflösung limitiertes maximales CPI über Zielexzentrizität und Höhe für verschiedene Messgeometrien mit Rx-Anordnungen in Richtung Norden. Der Azimutwinkel des Ziels beträgt 70°. Die Exzentrizität des Zielorbits beträgt 0 (0.01 gestrichelt, 0.05 gepunktet).	176
2.130Vergleich des durch die Distanzauflösung und Dopplerauflösung limitierten maximalen CPI über der Zielhöhe für unterschiedliche Exzentrizitäten des Zielorbits. Die blauen Linien beschreiben die nach Norden ausgerichtete Konfiguration 8 von Tx und Rx. Die orangenen Linien beschreiben das Maximum bzw. Minimum aller Konfigurationen von Tx und Rx für unterschiedliche Exzentrizitäten. Die Exzentrizität des Zielorbits beträgt 0 (0.05 gestrichelt, 0.1 gepunktet). Der Azimutwinkel des Ziels ist zu 70° gewählt. . .	177
2.131Skizze eines vom Radar abzudeckenden Raumvolumens.	178
2.132German Experimental Space Surveillance and Tracking Radar (GESTRA) Beam-Verteilung zur Abdeckung des FoV der Moden 1,2 und 3 [4, Abbildung 5].	178
2.133Beispiel für Beam-Positionen im Track-Modus mit <i>a priori</i> -Informationen [4, Abbildung 8].	179

2.134	Ressourcenzuweisung an einzelne Suchkeulen für zwei Transmitter (TX0, TX1). Die Ressource ist der Quotient aus der Länge eines Pulszugs und dem Wiederholzeitintervall. Einige Suchkeulen bekommen über 12 % der verfügbaren Ressourcen, während eine andere Suchkeule überhaupt nicht aktiviert wird. Das Beispiel zeigt den Fall von 100 % verfügbaren Ressourcen. In lokalen Koordinaten entspricht 0° Osten und 90° Norden.	182
2.135	Ausrichtung der Suchkeulen, Ressourcenverbrauch und Zielfunktion.	182
2.136	Aktivität der Suchaufgaben an den verschiedenen Radarstationen für 70 % Ressourcen und den dynamischen (links) und statischen Suchzaun mit sehr langer Wiederholperiode (rechts).	183
2.137	Anzahl der Messungen, entdeckten Ziele und Überflüge mit einem SNR > 10 dB aus dem Datensatz, der zur Berechnung der Ressourcenverteilung benutzt wurde.	183
2.138	Anzahl der Messungen, entdeckten Ziele und Überflüge mit einem SNR > 10 dB aus einem Datensatz mit dreifacher Zielanzahl im Vergleich zu dem Datensatz, aus welchem die Ressourcenverteilung berechnet wurde. Der kleinere Datensatz ist eine Teilmenge des größeren.	184
2.139	Histogramm von RCS und großer Halbachse der Ziele, mit Markierungen auf den entdeckten Zielen. Links ist der große Datensatz mit 333 Zielen, rechts der kleine Datensatz mit 111 Zielen.	184
2.140	Die Anordnung der nummerierten Suchkeulen im (u, v) -Koordinatensystem des Empfängers.	186
2.141	Illustration des Vergessensprozesses des erlangten Wissens des MAB-Spielers. Die Belohnungen bleiben für die Dauer von T Zeitschritten nach Erlangung der entsprechenden Sendekeule zugeordnet und verteilen sich danach, ebenfalls für die Dauer von T , auf die vorhandenen Nachbarpositionen.	191
2.142	Die schwarzen Linien markieren die Trajektorien der jeweils 200 Objekte. Die Färbung der Suchkeulen markiert die normierte Häufigkeit ihres Auftretens pro Sendekeule über die gesamte Simulationsdauer.	192
2.143	Vergleich klassischer Suchzaun (grün, Szenario A1), MAB-Spieler ohne Vergessen (grau, A2) und MAB-Spieler mit Vergessen (blau, A3) für rein zufällig verteilte Objekte. Die Ergebnisse wurden jeweils über 10 Monte Carlo Durchläufe gemittelt.	193
2.144	Vergleich klassischer Suchzaun (grün, Szenario A1), MAB-Spieler ohne Vergessen (grau, A2) und MAB-Spieler mit Vergessen (blau, A3) für korrelierte Objekte. Die Ergebnisse wurden jeweils über 10 Monte Carlo Durchläufe gemittelt.	194
2.145	Illustration des Sichtfeldes im Mehrspielerfall. Die hellgrünen Sendekeulen können ausschließlich von Spieler 1, die blauen nur von Spieler 2 angesteuert werden. Die türkisen Sendekeulen stehen sowohl Spieler 1 als auch 2 zur Verfügung.	195
2.146	Ausrichtung des Suchzauns.	198
2.147	Nutzenfunktion des gesamten Suchzauns und Qualitätsfunktion der einzelnen Suchkeulen.	200
2.148	Suchzaun in verschiedenen Konfigurationen.	201
2.149	Maximalentfernungen (Qualität) eines einfachen Suchzauns (rot) und den zwei Ebenen eines Suchzauns mit mehreren Ebenen (blau). Die minimale Höhe beträgt 350 km.	204
2.150	Sendekeule (rot) und Empfangskeulen.	208
2.151	Beispiel <i>Beam Paving</i>	208
2.152	Zweidimensionale Betrachtung des Kontaktlinsenproblems im kartesischen Raum: Der Sensor (\triangle) befindet sich im Ursprung, gesampled wird um die wahre Zielposition [1800m, 2400m] mit Standardabweichung 17 m in Range und 110 m sin in u . Die Zielposition ist mit \circ und der Mittelwert der Stichproben mit \times markiert.	210
2.153	Schaubild für die Berechnung des Geschwindigkeitsvektors \hat{v} anhand von \hat{p} , Ω , ω und e	212
2.154	Normalised Estimated Error Squared (NEES)-Werte für $e = 0.09$ über alle Werte von Ω und ω , gemittelt über 100 Monte Carlo (MC)-Läufe.	213

2.155	NEES-Werte für verschiedene Exzentrizitäten (grün), gemittelt über alle Werte von Ω und ω und über 100 MC-Läufe. Das χ^2 -Intervall ist blau schraffiert gekennzeichnet. . .	213
2.156	Violinen-Plot der NEES-Werte der Taylor-Näherung dritter Ordnung mit $e = 0.09$ und $\Omega = 0$ für alle Werte von ω , gemittelt über 100 MC-Läufe.	214
2.157	NEES-Werte der Taylor-Näherung dritter Ordnung für $e = 0.09$ über alle Werte von Ω und ω , gemittelt über 100 MC-Läufe, evaluiert auf der Position (den ersten drei Dimensionen) bzw. der Geschwindigkeit (den letzten drei Dimensionen des Zustandsvektors).	214
2.158	Euklidische Distanz zwischen der wahren Position bzw. Geschwindigkeit und deren Schätzungen.	225
2.159	NEES-Werte für die Schätzung der Position.	225
2.160	NEES-Werte für die Schätzung der Geschwindigkeit.	226
2.161	NEES-Werte für die Schätzung des vollen Zustandsvektors mit Position und Geschwindigkeit.	226
2.162	Darstellung des Nutzen und der benötigten Ressourcen für zwei verschiedene Beispiele einer Trackingaufgabe. Die verschiedenen Konfigurationen sind in blau dargestellt. Die grüne Linie kennzeichnet die konkave Majorante (Menge der Punkte, die eine optimale Lösung darstellen könnten) und in rot ist der Arbeitspunkt dargestellt, der vom QoS-based Resource Allocation Model (Q-RAM)-Algorithmus als optimaler Betriebspunkt ausgewählt wurde.	229
2.163	Darstellung des Szenarios mit Bahnen von 271 Zielen (blau) und den vom adaptiven Tracking erzeugten Messungen (orange).	230
2.164	Histogramm der Überflugdauer beobachteter Ziele und Anzahl beobachtbarer Ziele. . .	231
2.165	Ressourcenallokation (magenta) und Nutzen (cyan) für 25 Aufgaben, zwei Tx (rot) und zwei Rx (blau) für ein Beispielproblem gemäß (2.342).	232
2.166	Ressourcenallokation (magenta) und Nutzen (cyan) für 25 Aufgaben, zwei Tx (rot) und zwei Rx (blau) für ein Beispielproblem mit getrennter Berechnung von Tx und Rx Budgets.	234
2.167	Stabilität der Cäsiumuhren und GNSS. a) Zeitabweichung von Cäsiumuhr zu GNSS für einen freilaufenden und einen disziplinierten Fall. b) Allan-Varianz für beide Szenarien.	235
2.168a)	Geometrie der Antennenanordnung für Synchronisation über extraterrestrische Rauschquellen. b) Konzept des GNSS Common-View-Verfahrens. Durch Vergleich der relativen Verzögerungen τ_i vieler bekannter Signalquellen mit deren Erwartung kann ein Uhrenversatz geschätzt werden.	238
2.169	Skizze der bistatischen Geometrie mit Ellipse bzw. Kreis gleicher (bistatischer) Entfernung.	240
2.170	Linke Abbildung: Einfluss Zeit-Bias beim zweiten Empfänger auf die Positionsschätzung beispielhaft bei einem Überflug eines Objektes - Beobachtungen sind ohne zusätzliches zufälliges Rauschen simuliert. Rechte Abbildung: Gleicher Fall wie linke Abbildung mit dem Unterschied, dass Beobachtungen mit zusätzlichem zufälligen Rauschen simuliert werden.	241
2.171	Linke Abbildung: Für die Synchronisation der beiden Empfänger über GNSS werden interne Messungen verwendet. Rechte Abbildung: 30 minütiger Ausschnitt aus dem linken/ersten Plot.	242
2.172	Linke Abbildung: Zeit-Bias zwischen zwei Atomuhren ist in Form einer Sägezahnfunktion innerhalb der Simulation implementiert - Werte sind angelehnt an interne Messungen. Rechte Abbildung: Range-Bias, der zu jeder gemessenen bistatischen Entfernung addiert wird - für alle Überflüge innerhalb der 14 Tage Beobachtungszeit; Beispielhafte Darstellung für einen Orbit.	243
2.173	Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert. Prozent der angenommen Hypotesentest bei Pässen anhängig von Orbitparametern (Inklination und Orbhöhe)- Orbits mit 45° können mit den Simulationseinstellungen nicht detektiert werden.	244

2.174	Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert. Prozent der angenommenen Hypothesentests bei Pässen in Abhängigkeit der Orbitparameter (Inklination und Orbithöhe) - Modedesign beim Sender ist ein Trackmodus	245
2.175	Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert. Linke Abbildung: Differenz zwischen wahrer und geschätzter Position in Abhängigkeit Bahnhöhe und Inklination. Rechte Abbildung: Differenz zwischen wahrer und geschätzter Geschwindigkeit	246
2.176	Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert; Histogramm zeigt an welches Prozessrauschen für wie viele Orbits am besten ist. Dabei wird zwischen drei Bewertungskriterien unterschieden: Abweichung Position, Abweichung Geschwindigkeit, Quantilwert	247
2.177	Summe der Pässe wo der Hypothesentest angenommen wird. Plot zeigt die zwei verschiedenen Synchronisationsmethoden und den Fall perfekt synchronisiert für alle vier Simulationssetups - Für jeden Orbit wird das beste analysierte Prozessrauschen gewählt.	247

Tabellenverzeichnis

2.1	Typische Werte für den solaren Radioflussindex $F_{10.7}$ angegeben in solar flux units (sfu) mit $1sfu=10^{-22}\frac{W}{m^2Hz}$, übernommen aus [1]	42
2.2	Orbitalparameter Starlink-1008	43
2.3	Umgebungsabhängige path loss exponent (PLE) Werte [2, Tab. 2.15], [5].	75
2.4	Inputs für die Simulation der Direct Path Interference (DPI).	81
2.5	Auflistung der Radarparameter, die in Kapitel 2.14 durchgängig verwendet werden. . .	101
2.6	Lineare Fehlervolumen-Verhältnisse zwischen bester und schlechtester Basislinienausdehnung bei einer horizontalen bzw. vertikalen Basislinie im Tracking-Modus. Die Zahlen in Klammern zeigen jeweils an, bei welchem Orbit das minimale bzw. maximale Verhältnis auftritt.	105
2.7	Gemeinsame Parameter, die in numerischen Experimenten verwendet werden.	145
2.8	Leistungsmetriken für die Verfolgungsanwendung (dB).	147
2.9	Links zu den Abbildungen der AAF und CAF.	152
2.10	Ergebnisse der Leistungskennzahlen.	154
2.11	Ergebnisse der Leistungskennzahlen.	155
2.12	Standardabweichungen des Messrauschens.	156
2.13	Tabelle mit Radarparametern und weiteren Parametern zum Moden-Design und deren Auswirkung auf die Performance.	168
2.14	Parameterbereiche für die Erstellung des Suchvolumens.	169
2.15	Zielparameter	173
2.16	Positionen der Sende- und Empfangsstationen.	181
2.17	Nominelle Radarparameter.	181
2.18	Parameter der präsentierten Simulationsergebnisse.	190
2.19	Nominelle Radarparameter.	197
2.20	Beispielparameter des Suchzauns.	203
2.21	Beispielparameter.	207

1 Kurzdarstellung des Vorhabens

1.1 Aufgabenstellung

Die Nutzung des erdnahen Weltraums für Kommunikationsdienste, Erd- und Atmosphärenbeobachtung, Navigation und weitere Anwendungen gewinnt in unserer modernen Gesellschaft zunehmend an Bedeutung. Mit der stark steigenden Anzahl aktiver Satelliten als auch der gleichzeitigen Zunahme der Anzahl von inaktiven Satelliten, Endstufen und anderer Trümmerteile unterschiedlicher Größe erhöht sich das Risiko von Kollisionen. Daher besteht ein erhebliches wissenschaftliches und wirtschaftliches Interesse an einer radarbasierten Erfassung und Bewertung der Weltraumlage, um Kollisionen zu vermeiden und Wiedereintritte vorherzusagen.

Die zentralen Anforderungen an die radarbasierte Weltraumüberwachung beinhalten die Suche nach Trümmerteilen und aktiven Satelliten, die präzise Bestimmung ihrer Bahnparameter sowie das Wiederfinden bekannter Objekte zur Aktualisierung der Parameter. Der Einsatz von Phased-Array-Radaren bietet hierbei den Vorteil der trägheitslosen Strahlschwenkung. Diese ermöglicht einen schnellen Wechsel zwischen verschiedenen Aufgaben, wie der Bildung eines Suchraums und der Zielverfolgung. Die gesammelten Informationen dienen der Erstellung und Aktualisierung eines Objektkatalogs, der zur Warnung vor Annäherungen, zur Analyse von Fragmentierungen sowie zur Vorhersage von Wiedereintritten in die Atmosphäre verwendet werden kann.

Phased-Array-Radare mit separaten Empfangs- und Sendeeinheiten unterstützen sowohl quasi-monostatische als auch multistatische Betriebsmodi. Dieser Ansatz bietet inhärent die Möglichkeit, solche Systeme zu einem kooperativen Netzwerk aus mehreren, untereinander koordinierten Sende- und Empfangseinheiten auszubauen. Aus diesem innovativen Konzept und den damit verbundenen zusätzlichen Freiheitsgraden im Vergleich zu einem einzelnen monostatischen System ergeben sich zahlreiche Möglichkeiten zur Leistungssteigerung der Weltraumüberwachung aber auch methodische und technologische Herausforderungen.

Die zentrale Aufgabe dieses Vorhabens war eine wissenschaftlich fundierte, auf theoretischen Forschungen, numerischen Analysen und Simulationen beruhende Untersuchung von Phased-Array-Radarnetzwerken mit dem Ziel einer Leistungssteigerung der Weltraumüberwachung. Als zu optimierende Faktoren wurden dabei die räumliche Abdeckung, die Empfindlichkeit, die Genauigkeit der Bahnbestimmung und die Effizienz des Betriebs betrachtet. Dazu wurden die erforderlichen Methoden und Algorithmen für Betrieb und Signalverarbeitung erarbeitet und analysiert. Ein wichtiger Aspekt ist dabei die Entwicklung und Analyse eines dynamischen Radar-Ressourcen-Managements, um eine effiziente Nutzung der Netzwerke zu gewährleisten.

In diesem Vorhaben wurden zwei verschiedene Ausprägungen von Radarnetzwerken behandelt. Zum einen wurden lokale Netzwerke betrachtet, bei denen die einzelnen Systeme, also Sender und Empfänger, nur wenige Hundert Meter voneinander entfernt sind. Ein solches Netzwerk kann als quasi-monostatisches System behandelt werden. Dabei ist prinzipiell eine kabelgebundene Synchronisation von Zeit-, Phasen- und Frequenzsignalen möglich. Weiterhin wurden Netzwerke mittlerer Ausdehnung analysiert, bei denen sich Sender und Empfänger einige Hundert Kilometer voneinander entfernt befinden. Dabei können sich auch Sender und Empfänger am gleichen Ort des Netzwerks befinden, sofern es weitere Radare mit einem größeren Abstand gibt. Bei Netzwerken mittlerer Ausdehnung überlappen sich die Sichtfelder der einzelnen Systeme so stark, dass multistatische Signalpfade ausgewertet werden können. Eine kabelgebundene Synchronisation ist hier praktisch nicht umsetzbar, was die Untersuchung alternativer Konzepte erforderlich macht. Als dritte Kategorie gelten globale Netzwerke. Bei diesen sind die Systeme so weit voneinander entfernt, dass es keine signifikanten Überlappungen der Sichtfelder gibt oder das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) zu niedrig ist. Entsprechend findet keine direkte

Kooperation statt. Globale Netzwerke wurden in diesem Vorhaben nicht untersucht.

In einer vorhergehenden Zuwendung mit dem Titel „Ein Netzwerk von Radaren mit Gruppenantenne zur Weltraumüberwachung“ (Förderkennzeichen 50 LZ 1503) [2] haben das Fraunhofer-Institut für Hochfrequenzphysik und Radartechnik FHR und das Fraunhofer-Institut für Kommunikation, Informationsverarbeitung und Ergonomie FKIE grundlegende Untersuchungen zur Nutzung von Netzwerken von Phased-Array-Radaren und der dadurch möglichen Leistungssteigerung in der Weltraumüberwachung durchgeführt. Aus diesem Vorhaben ergaben sich sowohl neue und weiterführende Ansätze als auch wesentliche offene Fragestellungen, die eine Grundlage der hier dargelegten Aufgabenstellung bilden.

Die aus dem vorhergehenden Projekt entwickelten Ansätze und Fragestellungen beziehen sich auf die Optimierung von Netzwerkkonfigurationen und Betriebsweisen. Ein wichtiger Aspekt dabei war die Überwindung der Mehrdeutigkeiten bei der Schätzung der Einfallrichtung, die sich in lokalen Netzwerken gezeigt haben. Hierzu sollten verschiedene Lösungsansätze hinsichtlich Systemparametern, Tracking-Algorithmen und Netzwerkkonfigurationen verfolgt werden. Des Weiteren wurden, basierend auf der Untersuchung einzelner Beispiel-Konfigurationen im Vorgängerprojekt, geometrische Verteilungen der Netzwerkknoten in Zusammenhang mit Betriebsmoden statistisch hinsichtlich ihrer Eigenschaften analysiert. In diesem Zusammenhang wurden auch die Eigenschaften der Kombinationen von lokalen Netzwerken mit solchen mittlerer Ausdehnung analysiert. Ein weiterer wichtiger Punkt für die Nutzung multistatischer Signalpfade in Netzwerken ist die klare Unterscheidung der Signale der einzelnen Sender. Die in diesem Kontext durchgeführten Arbeiten zur Orthogonalisierung der Wellenformen mittels Codemultiplexverfahren sollten auf zusätzliche Codes und Wellenformen ausgeweitet werden.

Zur Untersuchung der verschiedenen Einflüsse auf die Umlaufbahnen und zur Bestimmung der orbitalen Zustandsvektoren wurden vereinfachte Störungsmodelle betrachtet. Darüber hinaus sollten die grundsätzlichen Möglichkeiten zur Untersuchung von Fragmentationsprozessen durch Phased-Array-Netzwerke evaluiert werden. Entsprechend der komplexeren Zielmodelle und Parametrisierungen der Umlaufbahnen waren auch die erforderlichen Anpassungen an die Signalverarbeitung zu untersuchen und für die weitere Analyse zu entwickeln.

Eine effiziente Nutzung von Radarnetzwerken erfordert ein dynamisches, intelligentes Radar-Ressourcen-Management (RRM). Dies umfasst adaptive Methoden und Algorithmen zur automatisierten Planung der zeitlichen Abfolge der Radaraufgaben, abhängig von der aktuellen Beobachtungssituation und den allgemeinen Anforderungen. Dazu wurden verschiedene Methoden in Hinblick auf ihre Anwendbarkeit auf ein System zur Weltraumbeobachtung mit mehreren verteilten Sensoren analysiert und weiterentwickelt. Hierzu sollten adaptive Suchzäune und Tracking-Methoden für Netzwerke entwickelt und untersucht werden. Ein besonderes Augenmerk lag dabei auf der Verschachtelung von Suchzäunen und Tracking-Modi in verschiedenen Raumbereichen, um eine Optimierung des Gesamtsystems zu erreichen.

Um eine umfassende und automatisierte Bewertung des Gesamtsystems aus Netzwerk und Ressourcen-Management sowie zur Analyse von Teilaspekten zu ermöglichen, war es Aufgabe, eine adaptive Simulationsumgebung zu schaffen. Zunächst waren die notwendigen Anforderungen zu ermitteln, um darauf basierend die grundlegende Softwarestruktur zu definieren und zu realisieren. In diese Struktur sollten dann in den einzelnen Arbeitspaketen die erforderlichen Teilaspekte agil implementiert werden. Dabei wurde besonders auf die Nutzung der im Vorgängerprojekt entwickelten Analysetools geachtet.

Eine realitätsnahe Untersuchung von Netzwerken und Ressourcen-Management erfordert zudem ein Verständnis der Bahnparameter und Eigenschaften von Objekten in den verfügbaren Katalogen der Weltraumüberwachung. Anhand dieser Informationen können die jeweiligen Raumbereiche für die Such- und Tracking-Aufgaben bestimmt werden. Außerdem sollten Katalogdaten zur Bestimmung statistischer Objektverteilungen verwendet werden, um beispielsweise die optimale räumliche Ausrichtung von Suchzäunen festzulegen.

Des Weiteren sollten die technischen Anforderungen und Möglichkeiten zur Koordination des Netzwerks evaluiert werden. Dies betrifft sowohl die Synchronisation von Zeit-, Phasen- und Frequenzsignalen und den Einfluss der entsprechenden Güte auf die Genauigkeit der Bahnparameter als

auch die Steuerung und Koordination der einzelnen Stationen des Netzwerks im Hinblick auf das Radar-Ressourcen-Management und die zu übergebenden Informationen.

Letztlich war es das Ziel dieses Vorhabens, Methoden zur Bewertung von Radarnetzwerken hinsichtlich Abdeckung, Sensitivität und Genauigkeit der Bahnbestimmung sowie der Effizienz des entsprechenden Ressourcen-Managements zu entwickeln und auf Beispielkonfigurationen anzuwenden. Alle Forschungsergebnisse wurden in Zwischenberichten und einem abschließenden Bericht dokumentiert.

1.2 Voraussetzungen, unter denen das Vorhaben durchgeführt wurde

Die Analyse und Optimierung von Phased-Array-Radarnetzwerken und deren Ressourcen-Management in diesem Vorhaben setzte eingehende Kenntnisse im Bereich Radar, Weltraumüberwachung, Signalprozessierung, Sensor-Management und Softwareentwicklung zur Simulation voraus. Das Fraunhofer-Institut für Hochfrequenzphysik und Radartechnik FHR und das Fraunhofer-Institut für Kommunikation, Informationsverarbeitung und Ergonomie FKIE verfügen in diesen Bereichen über langjährige Erfahrungen und boten somit die Voraussetzung zur Bearbeitung der Aufgabenstellung.

Am Fraunhofer FHR wurden eingehende Forschungen zur Weltraumüberwachung mit Phased-Array-Radaren durchgeführt. Ein aktueller Schwerpunkt liegt dabei auf dem GESTRA-Projekt ([6], [4]), für das neben der Hardware auch Betriebsmoden und die Signalprozessierung entwickelt wurden. Diese Entwicklungen liefern wichtige Erkenntnisse und die Grundlagen, die für die weitergehende Analyse von Radar-Netzwerken von Bedeutung sind.

Neben der Anwendung für die Weltraumüberwachung verfügt das FHR über weitere Erfahrungen mit Phased-Array-Radaren. Im Kontext des luftgestützten PAMIR-Systems wurden Studien zur Validierung der theoretischen Schätzgenauigkeit durchgeführt. PAMIR ist ein Phased-Array-Radar, das für die großflächige Überwachung beweglicher Ziele im Bereich SAR/GMTI (Synthetic Aperture Radar/Ground Moving Target Indication) eingesetzt wird. In diesem Zusammenhang wurden auch Effekte wie der Target Glint und die Auswirkungen von Unsicherheiten in der Antennenausrichtung auf die Fehlerrechnung analysiert.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der Weltraumüberwachung ist die Bahnbestimmung. In diesem Zusammenhang wurden am FHR Methoden zur Bestimmung der Orbitparameter entwickelt und getestet, insbesondere in Verbindung mit dem TIRA-System. Hierbei kamen Verfahren zur Echtzeitbahnbestimmung und zur Nutzung sehr kurzer Bahnabschnitte zum Einsatz. Am FHR wird finanziert durch die Europäische Union ein zusätzlicher Empfänger (GESTRA-EUSST) entwickelt, der zusammen mit GESTRA ein bistatisches Netzwerk zur Weltraumüberwachung bilden wird. Zusätzlich entwickelt das FHR im Auftrag der Raumfahrtagentur im Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt DLR die nötigen Methoden und Technologien zum kooperativen Betrieb der beiden Radarsysteme. Die Erkenntnisse aus diesen Entwicklungen bildeten eine weitere Grundlage für das hier beschriebene Vorhaben.

In einer vorhergehenden Zuwendung mit dem Titel „Ein Netzwerk von Radaren mit Gruppenantenne zur Weltraumüberwachung“ (Förderkennzeichen 50 LZ 1503) [2] haben das FHR und das FKIE grundlegende Untersuchungen zu alternativen Konzepten der Weltraumüberwachung durch Netzwerke von Phased-Array-Radaren durchgeführt. Die wesentlichen Aufgaben waren die Entwicklung eines grundlegenden Konzepts in Bezug auf Betriebsweisen und Datenverarbeitung, die Analyse der Performanz bezüglich Radarkenngrößen und Orbitbestimmung und schließlich eine Gesamtbewertung in Hinsicht auf die mögliche Leistungssteigerung gegenüber rein monostatistischen Systemen. Die im Rahmen dieser Zuwendung erworbene Expertise und die entwickelten Analysetools bildeten eine wesentliche Voraussetzung zur Durchführung des hier dokumentierten Vorhabens.

Im Rahmen der vorhergehenden Zuwendung wurde die Detektions- und Schätztheorie für Radarnetzwerke mittlerer Ausdehnung erweitert und in Analyse-Tools implementiert. Diese Erweiterungen ermöglichten Simulationen der Detektionswahrscheinlichkeit und des minimal detektierbaren Radarrückstreuquerschnitts (RCS) für Netzwerke. Dabei wurden drei Arten der Datenverarbeitung betrachtet: rein monostatisch, monostatisch fusioniert und multistatisch.

Zusätzlich wurden Erweiterungen der Schätztheorie entwickelt, um die Fusion von Positions- und Geschwindigkeitsinformationen zu optimieren. Die Leistungsfähigkeit von Netzwerken mittlerer Ausdehnung hinsichtlich der Genauigkeit der Parameterschätzung wurde damit verglichen. Es wurden Gleichungen der Detektions- und Schätztheorie für lokale Netzwerke angepasst, um räumlich kohärente Integration zu ermöglichen. Die Richtungsschätzung und Direktivität wurden simuliert, wobei die Auswirkungen der Netzwerkkonfiguration auf diese Parameter untersucht wurden. Verschiedene Verarbeitungsarchitekturen wurden hinsichtlich der Kombination der Richtungsschätzungen analysiert. Die Studie umfasste auch die Auswirkungen von Phasenfehlern auf die Zielentdeckung und Richtungsschätzung.

Für Radarnetzwerke wurden Betriebsweisen entworfen und die technischen Herausforderungen bei der Synchronisation der Stationen untersucht. Ein Such- und ein Track-Modus wurden für Netzwerke mittlerer Ausdehnung definiert und in die Analyse-Software integriert. Die Leistungsfähigkeit des Suchraums wurde anhand der Anzahl entdeckter Objekte in Low Earth Orbits (LEO) untersucht.

Detaillierte Untersuchungen zur Richtungsschätzung in lokalen Netzwerken wurden durchgeführt, wobei sowohl der klassische Fall zeitverzögerter Wellenformen als auch MIMO-Betrieb betrachtet wurde. Zur Orthogonalisierung von Wellenformen wurde das Code-Multiplex-Verfahren (CDMA) auf Radarwellenformen angewendet und dessen Funktionalität geprüft.

Schließlich wurden Tracking-Algorithmen zur Bahnbestimmung von Weltraumobjekten entwickelt, wobei verschiedene Zustands- und Beobachtungsräume berücksichtigt wurden. Die Tracking-Algorithmen basieren auf verschiedenen Ausprägungen eines Kalman-Filters und wurden anhand von Test-Szenarien verglichen. Die entwickelten Funktionen und Analyse-Tools wurden in eine Simulationsumgebung integriert, um die Performanz von Radarnetzwerken hinsichtlich der Bahnbestimmung zu analysieren.

Eine weitere wesentliche Voraussetzung für die Durchführung des Vorhabens war eine eingehende Kenntnis des Radar-Ressourcen-Managements. Am Fraunhofer FKIE werden Methoden für das Management von Sensor-Ressourcen erforscht, entwickelt und umgesetzt. Dabei spielt Radar als aktiver Sensor eine zentrale Rolle. Das traditionelle Radar wird durch moderne Verfahren der Signalverarbeitung, künstlichen Intelligenz und des Ressourcen-Managements zu einem multifunktionalen Sensor weiterentwickelt, der in vielen Bereichen eine wichtige Grundlage bestehender Sensortechnologien darstellt und ein wesentlicher Bestandteil zukünftiger Technologien sein wird.

Ein Schwerpunkt der Forschung liegt dabei auf Optimierungsalgorithmen zur automatischen Anpassung von Radarbetriebsparametern. Besonders im Fokus stehen neue Ansätze für Optimierungsverfahren wie das Quality of Service basierte Resource Allocation Model (Q-RAM) sowie Methoden der stochastischen Planung. Unter anderem wurde bereits ein stochastisches Optimierungsverfahren für die Suchfunktion eines Phased-Array-Radars entwickelt, und die Anwendbarkeit von Q-RAM auf ein Netzwerk von Radaren wurde erfolgreich demonstriert. Im Rahmen des Projekts „System zur Überwachung des niedrigen Erdorbits mittels Radar“ (SERA) wurden Methoden des Radar-Ressourcen-Managements für ein Weltraumbeobachtungsradar in erdnahen Orbits untersucht, und es wurde eine Management-Architektur vorgeschlagen.

1.3 Planung und Ablauf des Vorhabens

Zur Planung wurde das Vorhaben in verschiedene Arbeitspakete (AP) unterteilt, die im Folgenden aufgeführt sind. Die übergeordneten Arbeitspakete wurden weiter in spezifischere Arbeitspakete unterteilt, welche hier auch jeweils aufgelistet sind.

- AP1000 Recherche

Der Inhalt dieses Arbeitspakets war es, die relevante Literatur und sonstige Informationen in Hinsicht auf die Themen des Vorhabens zu identifizieren, die Ergebnisse zusammenzufassen und die relevanten Bezüge zum Vorhaben herzustellen. Dieses Arbeitspaket wurde kontinuierlich bezüglich des gesamten Themenrahmens fortgeführt, um während des Vorhabens neueste Erkenntnisse einfließen lassen zu können und so eventuell erforderliche Änderungen zu identifizieren.

- AP2000 Vorbereitende Arbeiten

Dieses Arbeitspaket umfasste Vorarbeiten, die grundsätzlich relevant für die Durchführung des gesamten Vorhabens sind. Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Festlegung von Systemparametern und Leistungskriterien, der Analyse von Objektkatalogen und der Bestimmung statistischer Objektverteilungen.

- AP2100 Festlegung von Radarsystemparametern und Rahmenbedingungen
- AP2200 Definition der Leistungskriterien eines Radarnetzwerks
- AP2300 Analyse und Implementierung zugänglicher Objektkataloge
- AP2400 Bestimmung statistischer Objektverteilungen

- AP3000 Simulationsumgebung

Das Vorhaben beinhaltete die Entwicklung von Software zur Erstellung einer adaptiven Simulationsumgebung, mit der sich ein dynamisches Modell einer jeweils aktuellen, lokalen Weltraumlage darstellen lässt. Eine solche war erforderlich, um der Analyse eines dynamischen, intelligenten Ressourcen-Managements, der entsprechenden Betriebsmodi und der Genauigkeit der Bahnbestimmung gerecht zu werden. Dieses Arbeitspaket beinhaltete die grundsätzlichen Arbeiten zu Design und Aufbau der Simulationsumgebung, während die Implementierung der verschiedenen Teilaspekte in den jeweiligen Arbeitspaketen erfolgte.

- AP3100 Analyse der Anforderungen an die Simulationsumgebung
- AP3200 Definition und Aufbau der grundlegenden Struktur
- AP3300 Identifikation, Anpassung und Implementierung vorhandener Software

- AP4000 Komplexe Zielmodelle

Eine möglichst realistische Bewertung der Leistungsfähigkeit von Radarnetzwerken in Hinsicht auf Abdeckung, Sensitivität und Genauigkeit der Bahnparameter erforderte die Betrachtung von Zielmodellen in Hinsicht auf Abweichungen von reinen Kepler-Orbits und Fragmentationen.

- AP4100 Auswahl und Implementierung von Swerling-Modellen
- AP4200 Modellierung, Implementierung und Analyse von komplexen Zielmodellen
- AP4300 Störungsmodelle
- AP4400 Fragmentationen
- AP4500 Signalverarbeitung

- AP5000 Optimierung von Topologien und Betriebsweisen

Das Arbeitspaket umfasste Untersuchungen zur Auflösung von Mehrdeutigkeiten in lokalen Netzwerken, statistischen Verteilung von Netzwerkknoten, Kombination von Radarnetzwerktypen und dem Wellenform-Design.

- AP5100 Auflösung der Mehrdeutigkeiten in lokalen Netzwerken
- AP5200 Statistische Verteilung von Knoten
- AP5300 Kombination von Radarnetzwerktypen
- AP5400 Untersuchung von Wellenform-Designs
- AP5500 Analyse der technischen Herausforderungen an die Sensoren in Hinsicht auf die Wellenform-Designs

- AP6000 Radar-Ressourcen-Management in Netzwerken

Ein wesentlicher Aspekt dieses Vorhabens ist der Einsatz eines effizienten Radar-Ressourcen-Managements (RRM) für die Weltraumüberwachung mittels Radarnetzwerken. Ziel war es, ein

Ressourcen-Management abzubilden, welches kontinuierlich den Betrieb des Radarnetzwerkes optimiert und automatisiert den besten Kompromiss zwischen Such- und Trackingfunktionen in einer dynamischen Umgebung im Hinblick auf ein Performanz-Kriterium findet.

- AP6100 Analyse der Methoden des Radar-Ressourcen-Managements in Hinsicht auf die speziellen Anforderungen der Weltraumüberwachung
- AP6200 Entwicklung und Analyse von Radarmoden in Netzwerken
- AP6300 Adaptive Suchzäune
- AP6400 Adaptives Tracking
- AP6500 Verschachtelung von Suchzäunen und Tracking

- AP7000 Koordination der Stationen

Ein gemeinsames Radar-Ressourcen-Management erfordert die Koordination und je nach Betriebsmodus und Netzwerkgeometrie auch die physikalische Synchronisation der Knoten des Netzwerks. Dazu war zu erkunden, welche technischen Voraussetzungen nötig und nach dem derzeitigen Stand der Technik möglich sind, um die Koordinaten und Synchronisation zu gewährleisten. Weiterhin wurde untersucht, wie sich Ungenauigkeiten der Synchronisation auf die Güte der Ergebnisse auswirken.

- AP7100 Verteiltes Radar-Ressourcen-Management
- AP7200 Möglichkeiten und Güte der Synchronisation von Zeit, Phase und Frequenz
- AP7300 Auswirkungen der Ungenauigkeiten der Synchronisation
- AP7400 Datenübertragung, Kommunikation und Steuerung

- AP8000 Bewertung von Radarnetzwerken und Ressourcen-Management

Auf Basis der vorhergehenden Untersuchungen und unter Nutzung der zu entwickelnden Simulationsumgebung wurde ein Verständnis der Leistungsfähigkeit verschiedener Radarnetzwerke und der Effizienz des entsprechenden Ressourcen-Managements in Hinblick auf Abdeckung, Sensitivität und Performanz der Bahnbestimmung hergestellt.

- AP9000 Dokumentation

Dieses Arbeitspaket umfasste die Erstellung der Dokumentation in Form von Zwischenberichten, Präsentationen und dem Schlussbericht.

Der Bezug der in der eingehenden Darstellung beschriebenen Ergebnisse zu den einzelnen Arbeitspaketen ist durch Angabe der zugehörigen Arbeitspaketnummer gekennzeichnet, sofern eine eindeutige Zuordnung besteht. Die Arbeiten zur Recherche (AP1000, AP6100) und Dokumentation (AP9000) erfolgten durchgängig während des gesamten Vorhabens. Die sich aus der Recherche ergebenden Publikationen sind in den jeweiligen Abschnitten zitiert und im Literaturverzeichnis gelistet. Zur Dokumentation wurde zu Beginn des Vorhabens eine Infrastruktur (LaTeX, gitlab-Repository) aufgesetzt, in der die Ergebnisse der Arbeitspakete agil niedergeschrieben wurden. Auch die Bewertung (AP8000) und die Betrachtungen zur Signalprozessierung (AP4500) erfolgten kontinuierlich während der Bearbeitung der jeweils relevanten Arbeitspakete und sind in den entsprechenden Abschnitten der eingehenden Darstellung dokumentiert.

Der Ablauf der Arbeiten zu den übrigen Paketen erfolgte anhand eines Ablaufplans, wobei verschiedene Themen je nach inhaltlicher Abhängigkeit sequentiell und parallel bearbeitet wurden. Ein während der Vorbereitung abgeschätzter Zeitplan diente als Orientierung. Aufgrund der Neuartigkeit der Fragestellungen und der Tatsache, dass einige Ansätze Risiko-behaftet waren, gab es zu erwartende Abweichungen von diesem Zeitplan in beide Richtungen; einige Forschungen nahmen mehr und andere weniger Zeit in Anspruch. Sämtliche Arbeiten wurden durch regelmäßige Treffen aller jeweils Beteiligten untereinander abgestimmt.

1.4 Wissenschaftlicher und technischer Stand, an den angeknüpft wurde

Im Folgenden ist der wissenschaftliche und technische Stand beschrieben, an dem zu Beginn des Vorhabens angeknüpft wurde. Bezüglich bestehender und geplanter Phased-Array-Radarnetzwerke zur Weltraumüberwachung wird auch auf den aktuellen Stand zum Ende des Vorhabens eingegangen. Bei der Durchführung des Vorhabens wurden keine Schutzrechte Dritter berührt. Wesentliche Fachliteratur ist im Folgenden zitiert. Außer den gängigen Diensten zur Literaturrecherche wurden keine weiteren Informations- und Dokumentationsdienste genutzt.

1.4.1 Weltraumüberwachung mit Radarsystemen

Die zentralen Aufgaben der Weltraumüberwachung umfassen die Detektion bislang unbekannter Trümmer und Satelliten, die Bestimmung der entsprechenden Bahnparameter sowie die Aktualisierung der Bahnparameter bekannter Objekte [7]. Die gewonnenen Daten sind entscheidend für die Erstellung und Pflege eines Objektkatalogs, der vor Annäherungen und Kollisionen warnt [8], sowie für die Analyse von Fragmentierungen und die hochgenaue Bahnbestimmung [9]. Um katastrophale Kollisionen zu vermeiden, müssen Objekte ab einem Durchmesser von 5 cm erfasst werden [9].

Die Weltraumüberwachung erfolgt mithilfe verschiedener Sensoren: Optische Sensoren für den infraroten Bereich oder sichtbare Wellenlängen, Lasersysteme und Radare [10]. Radare sind besonders geeignet zur Beobachtung des erdnahen Weltraums (Low Earth Orbit, LEO) [9], können unabhängig von Wetterbedingungen und Tageszeit eingesetzt werden und liefern Werte für die relative Entfernung, Geschwindigkeit und Beschleunigung zum Sensor.

Phased-Array-Radare zeichnen sich durch ihre trägheitslose Strahlschwenkung aus und sind daher sehr effektiv in der Weltraumüberwachung [11]. Die separate Digitalisierung der Signale an jedem Empfangselement ermöglicht eine digitale Strahlausrichtung, die leistungsfähigere Datenverarbeitungsverfahren unterstützt, jedoch auch neue Herausforderungen im Umgang mit Grating Lobes [11] und der Strahlaufweitung beim elektronischen Scannen der Antenne [12] mit sich bringt.

In einem Radarnetzwerk bildet jede Kombination eines Senders und eines räumlich getrennten Empfängers ein eigenes bistatisches Radarsystem. Im Vergleich zu klassischen Radaren erfordern bistatische Radarsysteme zusätzliche Kontroll- und Signalverarbeitungsverfahren. Ziele können nur in Raumvolumina entdeckt werden, die gleichzeitig von der Sende- und Empfangskeule abgedeckt sind [13]. Die effizienteste Methode hierfür ist das Pulse Chasing ([14],[15],[16]), bei dem die Empfangskeule zeitabhängig der zu erwartenden Richtung des rückgestreuten Signals folgt. Diese Technik erfordert eine hohe Scanrate und kann nur mit Phased-Array-Radaren realisiert werden [15].

Zusätzlich benötigen bistatische Radare eine präzise Zeitsynchronisation [15], beispielsweise durch die Nutzung von GPS-Signalen [16]. Für die kohärente Integration der Signale muss eine Phasensynchronisation erfolgen, die wesentlich genauer sein muss als die Zeitsynchronisation. Des Weiteren ist bei bistatischen Systemen auch die Modellierung eines bistatischen Radarrückstreuquerschnitts (RCS) zu berücksichtigen [17], was mit dem bistatischen Winkel unter Verwendung des Bistatic Equivalence Theorem [18] erfolgen kann.

1.4.2 Weltraumüberwachung mit Phased-Array-Radarnetzwerken

Radarnetzwerke bieten im Vergleich zu monostatischen Systemen einige Vorteile, darunter [17]: Diversity Gain, hohe Schätzgenauigkeit der Zielposition, präzise Schätzung des Geschwindigkeitsvektors des Ziels, verbesserte Auflösungsfähigkeit, geringere erforderliche Aktualisierungsrate bei der Zielverfolgung, was die Anzahl gleichzeitig verfolgbarer Ziele erhöht, eine verbesserte Klassifikationsfähigkeit von Zielen sowie eine höhere Ausfallsicherheit. Dem gegenüber stehen jedoch höhere technische Anforderungen wie zentralisierte Kontrolle, Datenübertragung zwischen entfernten Systemen, Synchronisation der Systeme, hohe Genauigkeit in der Position und Ausrichtung der Radare sowie eine komplexere Datenverarbeitung.

Die wissenschaftliche Literatur zur Weltraumüberwachung mittels Radar konzentriert sich überwiegend auf die Nutzung großer monostatischer Systeme. Ansätze und Messkampagnen zu

bistatischen und multistatischen Systemen sind in [19], [20], [21] und [22] beschrieben, wobei in diesen Fällen Parabolantennen verwendet wurden. Der aktuelle Stand der Wissenschaft zur Anwendung von Phased-Array-Radarnetzwerken in der Weltraumüberwachung ist stark von den Ergebnissen der vorhergehenden Zuwendung „Ein Netzwerk von Radaren mit Gruppenantenne zur Weltraumüberwachung“ (Förderkennzeichen 50 LZ 1503) [2] geprägt. Die daraus resultierenden Erkenntnisse werden im Folgenden zusammengefasst.

In dem vorhergehenden Vorhaben wurde die Leistungsfähigkeit von lokalen Radarnetzwerken und Radarnetzwerken mittlerer Ausdehnung zur Weltraumüberwachung untersucht. Beide Radarnetzwerktypen zeigen einen signifikanten Gewinn in der Schätzgenauigkeit der Bahnparameter im Vergleich zu einem monostatischen Radar. Ein Vorteil von mittleren Netzwerken gegenüber lokalen Netzwerken besteht in der größeren räumlichen Abdeckung und der Möglichkeit einer sofortigen Schätzung des dreidimensionalen Geschwindigkeitsvektors, der zur Objektzuordnung und -verfolgung genutzt werden kann. Zudem ergibt sich ein inhomogener Gewinn in der Sensitivität und Positionsschätzung im abgedeckten Raumbereich, der stark von der geometrischen Beziehung zwischen Zielobjekt und den Stationen abhängt. Daher ist eine Vermessung und Auswertung von aufeinanderfolgenden Überflügen für eine präzise Bewertung erforderlich. Die Verwendung mehrerer Überflüge führt zu einer signifikanten Steigerung der Genauigkeit in der Positions- und Geschwindigkeitsschätzung, wobei die Genauigkeit auch von der Diversität der Beobachtungswinkel innerhalb eines Überflugs abhängt.

Im Gegensatz dazu führen lokale Netzwerke kaum zu einer Vergrößerung der räumlichen Abdeckung, bieten jedoch einen homogenen Gewinn in der Positionsschätzung und insbesondere der Sensitivität, was die Detektion kleinerer Objekte ermöglicht. Bei der Hinzufügung weiterer Empfänger ist eine Platzierung außerhalb eines bestehenden Netzwerks vorteilhaft. Je größer der Abstand der Stationen, desto größer der Gewinn in der Positionsschätzung, wobei jedoch auch das Problem der Mehrdeutigkeit in der Richtungsschätzung zunimmt. Diese Mehrdeutigkeiten hängen von der geometrischen Anordnung der Stationen ab, und Änderungen der Netzwerkparameter beeinflussen die (Antennen-)Direktivität unregelmäßig.

Für die Positionsschätzung der Zielobjekte kommen verschiedene Versionen des Kalman-Filters (KF) zum Einsatz: Iterated Extended KF, Unscented KF und Converted Measurement 2nd Order KF, deren Performanz stark vom Orbit und der Stationskonfiguration abhängt. Entsprechend sind abhängig vom Orbit und der Konfiguration verschiedene Filter und Parametereinstellungen zu bevorzugen. Generell laufen die Filter stabiler, je mehr Stationen das Objekt gleichzeitig erfassen.

Die Grundlage zur Definition der Betriebsweisen bildet das Pulse Chasing ([14], [15],[16]), bei dem das ausgesendete Signal vom Empfänger verfolgt wird, um eine höhere Genauigkeit zu erreichen. Die verschiedenen Anforderungen an die Systeme zur digitalen Strahlformung variieren je nach Systemkonfiguration. Die Betriebsmodi sind so definiert, dass das gesamte Field-of-View (FoV) durch mehrere Beams während des möglichen Durchflugs eines Objekts lückenlos abgetastet wird. Bei kleineren FoVs können pro Beamposition mehr Pulse integriert werden, um ein höheres Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) zu erzielen. Bei einem großen FoV wird zwar ein kleineres SNR erreicht, jedoch können mehr Objekte und Überflüge beobachtet werden. Daher ist eine Abwägung zwischen SNR und Abdeckung erforderlich.

Die Fusion von Messdaten mit gleichem Zeitstempel führt zu einer genaueren Positionsschätzung sowie einer präziseren Schätzung der Bahnparameter. Zur Fusion werden der Covariance Intersection Algorithmus und der Weighted Mean Algorithmus eingesetzt.

1.4.3 Bestehende und geplante Phased-Array-Radarnetzwerke zur Weltraumüberwachung

GRAVES ist ein seit 2005 betriebenes französisches Radarsystem zur Weltraumüberwachung [23], das von ONERA¹ betrieben wird. Es handelt sich um ein bistatisches Continuous Wave (CW) System, das bei einer Frequenz von 143,050 MHz arbeitet, wobei Sender und Empfänger in einem Abstand von

¹<https://www.onera.fr>

364 km in Nord-Süd-Ausrichtung angeordnet sind. Der Sender nutzt elektronische Strahlschwenkung, während der Empfänger über die Fähigkeit zur digitalen Strahlformung verfügt. Die Sendeleistung beträgt einige Megawatt [24] und die Signalverarbeitung erfolgt für einen Satz von Werten bezüglich der bei einem Satelliten möglichen Radialbeschleunigung (Änderungsrate der Radialgeschwindigkeit) [25].

Die European Incoherent Scatter Scientific Association (EISCAT²) betreibt im nördlichen Skandinavien und auf Spitzbergen mehrere Radarsysteme zur Untersuchung der Ionosphäre. In den letzten Jahren wurden von EISCAT auch Experimente zur Detektion von Weltraumtrümmern durchgeführt. In [26] und [27] werden Messkampagnen mit monostatischen Radarsystemen beschrieben. Bei einem der Experimente wurden mehrere Pulse kohärent verarbeitet [12]. EISCAT plant den Bau eines neuen Radarnetzwerks namens EISCAT-3D, das vom Europäischen Strategieforum für Infrastrukturen im Rahmen seiner „Roadmap 2008 for Large-Scale European Research Infrastructures for the next 20-30 years“ ausgewählt wurde³. Es handelt sich um ein multistatisches System mit fünf Phased-Array-Antennenfeldern im Norden Skandinaviens, wobei alle Stationen als Empfänger fungieren und die zentrale Station als Sender im VHF-Band arbeitet. Die Möglichkeiten des Systems zur Weltraumüberwachung werden in [28] beschrieben. Gemäß <https://eiscat.se/eiscat3d-information/> sind derzeit (Stand Februar 2025) an drei der geplanten fünf Standorte die Antennen-Einheiten installiert, das System ist aber noch nicht funktional.

Seit Anfang 2021 entwickelt das FHR im Auftrag des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt DLR einen zusätzlichen Empfänger zur Erweiterung des GESTRA-Systems. Das Projekt mit dem Titel GESTRA-EUSST wird durch die Europäische Union im Rahmen des Projekts European Space Surveillance and Tracking (EU SST⁴) finanziert. Der zusätzliche Empfänger schafft die Möglichkeit zu einem Ausbau der Systeme zu einem Netzwerk und einer Demonstration der dadurch zu erwartenden Leistungssteigerung der Weltraumüberwachung. Zur Verwirklichung der Synergie des so entstehenden bistatischen Netzwerks von Phased-Array-Radaren entwickelt das FHR finanziert durch das Raumfahrtmanagement im DLR die benötigten technologischen Lösungen. Ein zentraler Aspekt dabei ist Synchronisation der Systeme mittels hochgenauer Zeitnormale, die durch Atomuhren realisiert werden sollen.

1.5 Zusammenarbeit mit anderen Stellen

Das Vorhaben wurde vom Fraunhofer-Institut für Hochfrequenzphysik und Radartechnik FHR in Kooperation mit dem Fraunhofer-Institut für Kommunikation, Informationsverarbeitung und Ergonomie FKIE durchgeführt. Aufgrund der vorhandenen Projekterfahrung, der Expertise im Bereich Radar, Weltraumüberwachung, Signalprozessierung und Radar-Ressourcen-Management, der qualifizierten Mitarbeitenden und der eigenständig zu bearbeitenden Thematik war eine weitere Arbeitsteilung und direkte Zusammenarbeit mit Dritten nicht geplant. FHR und FKIE sind jedoch offen für einen Austausch mit weiteren nationalen Kompetenzträgern. Durch die Relevanz der Thematik und die Synergien mit angrenzenden Forschungsfeldern ist eine zukünftige Zusammenarbeit mit Dritten auf wirtschaftlicher und wissenschaftlicher Ebene mehr als wahrscheinlich.

²<https://eiscat.se>

³<https://www.eiscat3d.se/idea>

⁴<https://www.eusst.eu>

2 Detaillierte Darstellung des Vorhabens

2.1 Vorbereitende Arbeiten (AP2000)

Dieses Arbeitspaket dient der Festlegung von Systemparametern und Leistungskriterien, der Analyse von Objektkatalogen und der Bestimmung statistischer Objektverteilungen. Die nachfolgenden Arbeitspakete bauen auf den Definitionen und Konventionen dieses Arbeitspaketes auf.

2.1.1 Definition der Geometrie und der Variablen

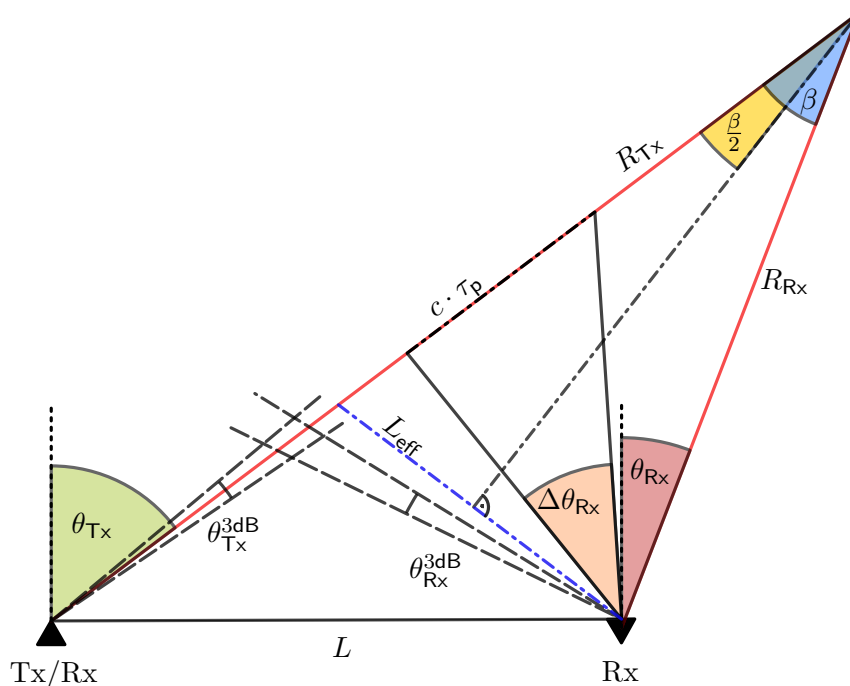


Abbildung 2.1: Skizze einer elementaren Netzwerk-Geometrie aus einem quasi-monostatischen System (Tx/Rx) und einem zusätzlichen Empfänger (Rx).

Dieser Abschnitt dient der Darstellung einer elementaren Netzwerk-Geometrie bestehend aus einem quasi-monostatischen System (Tx/Rx) und einem zusätzlichen Empfänger (Rx). Neben den Aufstellorten der Systeme wird auch die Richtung der Tx-Sendekeule berücksichtigt. Abbildung 2.1 zeigt eine Skizze der Geometrie mit den wichtigsten Variablen. Die folgenden Variablen sind in Abbildung 2.1 dargestellt und werden im weiteren Verlauf dieses Dokuments genutzt:

Tx/Rx ist das quasi-monostatische System.

Rx ist ein entfernter Empfänger.

β ist der bistatische Winkel.

L ist die Basislänge des bistatischen Setups.

L_{eff} ist die effektive Basislänge des bistatischen Setups, d.h. die Projektion der Basislänge auf die Normale zum halben bistatischen Winkel β .

R_{Tx} ist die Entfernung vom Sender (Tx) zu einem Zielobjekt.

R_{Rx} ist die Entfernung vom Rx zu einem Zielobjekt.

θ_{Tx} ist die Richtung der Tx-Keule in der bistatischen Ebene.

θ_{Rx} ist die Richtung der Rx-Keule in der bistatischen Ebene.

$\theta_{\text{Tx}}^{3\text{dB}}$ ist die 3 dB Keulenbreite der Tx-Keule.

$\theta_{\text{Rx}}^{3\text{dB}}$ ist die 3 dB Keulenbreite der Rx-Keule.

τ_{p} ist die unkomprimierte Pulslänge des Sendesignals.

$\Delta\theta_{\text{Rx}}$ ist der Winkelsektor in der bistatischen Ebene welcher vom Rx abgedeckt werden muss.

In Abhängigkeit von der Basislänge L handelt es sich bei dem dargestellten Verbund entweder um ein lokales Netzwerk für $L < 7$ km oder um ein Radar Netzwerk mittlerer Ausdehnung für $L \geq 7$ km [2]. Netzwerke ohne multistatische Signalpfade, globale Netzwerke, werden in dieser Zuwendung nicht betrachtet.

2.2 Systemparameter und Rahmenbedingungen (AP2100)

2.2.1 Definition der Radarsystemparameter

Im Folgenden werden die verschiedenen Radarparameter und deren Einfluss auf die Radargleichung dargestellt.

Die Radargleichung wird zur Bestimmung des Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) eines eingehenden Echo-Signals verwendet. Somit bestimmt das SNR die Performance eines Radarsystems. Wir nutzen hier die Radargleichung für ein bistatisches Radar, da ein Radar Netzwerk als eine Kombination von bistatischen Pärchen von Sendern und Empfängern aufgefasst werden kann. Die Gleichung für ein monostatisches Radar ist analog, mit Tx und Rx am selben Ort, definiert. Die Radargleichung für ein räumlich kohärentes Netzwerk ergibt sich dann beispielsweise als Summe der einzelnen bistatischen Zellen des Netzwerks [17, Kap. 3.2].

Im Folgenden werden zunächst die Radargleichung dargestellt und im Anschluss die einzelnen Faktoren der Gleichung erläutert. Die Radargleichung für ein gepulstes Radar mit kohärenter Integration mehrerer Pulse hat nach Pulskompression die folgende Form [29, 11]

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{Tx}} \cdot \tau_{\text{p}} \cdot n_{\text{p}} \cdot G_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Rx}} \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \cdot k_{\text{B}} \cdot T_{\text{sys}} \cdot L_{\text{sys}} \cdot R_{\text{Tx}}^2 \cdot R_{\text{Rx}}^2}, \quad (2.1)$$

wobei die Variablen wie folgt definiert sind:

P_{Tx} ist die Leistung der Sendeantenne und ergibt sich aus dem Produkt der Sendeleistung eines Einzelements $P_{\text{Tx,elm}}$ und der Anzahl der Elemente des Arrays N_{elm} zu

$$P_{\text{Tx}} = N_{\text{elm}} P_{\text{Tx,elm}} \quad (2.2)$$

τ_{p} beschreibt die Sendedauer eines Pulses. Je länger ein Puls dauert, desto mehr Leistung wird ausgesandt. Dieser Faktor geht linear in das SNR und somit in die Performance des Radars ein.

n_{p} ist die Anzahl an kohärent integrierten Pulsen. Diese geht linear in das SNR und damit die Performance des Systems ein.

G_{Tx} ist der Antennengewinn der Sendeantenne. Dieser beschreibt sowohl die Richtwirkung der Sendeantenne als auch deren Leistungsverlust. Der Antennengewinn geht linear in das SNR und somit in die Gesamtperformance ein. Für eine Array-Antenne ist der Antennengewinn abhängig von der Richtung der Abstrahlung des Signals, wobei der maximale Antennengewinn bei einer Abstrahlung zur Flächennormalen des Arrays zu erwarten ist. Der Antennengewinn eines Arrays mit N_{elm} Elementen und einem Gewinn von $G_{\text{Tx,elm}}$ pro Element kann als

$$G_{\text{Tx}} = N_{\text{elm}}G_{\text{Tx,elm}} \quad (2.3)$$

dargestellt werden.

G_{Rx} ist der Antennengewinn der Empfangsantenne, welcher auch deren Leistungsverlust beinhaltet. Für eine Arrayantenne ist der Antennengewinn ebenfalls abhängig von der Richtung des Einfalls des Signals und ergibt sich, analog zu (2.3), aus dem Produkt des Einzelelementgewinns und der Anzahl der Array-Elemente $G_{\text{Rx}} = N_{\text{elm}}G_{\text{Rx,elm}}$.

λ ist die Wellenlänge der Trägerwelle des Signals, deren Quadrat proportional zum SNR ist.

σ beschreibt den Radarrückstreuquerschnitt (RCS), welcher ein Maß für die Reflektivität des Zielobjekts darstellt. Der RCS ist abhängig von der Größe, der Form und dem Material des Zielobjekts und die Einheit ist m^2 .

k_{B} ist die Boltzmann-Konstante.

T_{sys} beschreibt die gesamte Rauschtemperatur. Diese beinhaltet die Standardtemperatur, die System-Rausch-Temperatur und die Rauschtemperatur des zufälligen äußeren Rauschens. Aus diesem Hintergrundrauschen muss das reflektierte Signal herausgefiltert werden, weshalb man das Verhältnis des reflektierten Signals zum Rauschen betrachtet.

L_{sys} charakterisiert den gesamten Empfangsverlust des Systems. Der Faktor beinhaltet den Leistungsverlust des Sende- und Empfangssystems, den atmosphärischen Verlust sowie den Verlust durch die Signalverarbeitung.

R_{Tx} ist die Entfernung zwischen Tx und dem Zielobjekt. Mit der Erhöhung dieses Parameters fällt das SNR quadratisch ab. Dies ist auf die Ausbreitung des Signals im Volumen zurückzuführen.

R_{Rx} ist die Entfernung zwischen Rx und dem Zielobjekt. Auch hier fällt das SNR quadratisch mit der Erhöhung dieses Parameters ab.

Zusätzlich zu den genannten Parametern sollen hier weitere wichtige Radar-Parameter beschrieben werden, welche indirekt die Radargleichung bzw. deren Parameter beeinflussen.

Die 3 dB Keulenbreite $\theta^{3\text{dB}}$ ist ein solcher Parameter. Für den Tx beschreibt die Keulenbreite, welcher Winkelbereich mit mehr als der Hälfte (-3dB) der Maximalleistung ausgeleuchtet wird. Im Empfangsfall beschreibt die Keulenbreite den Winkelbereich, aus dem ein einfallendes Signal entsprechend verstärkt wird. In beiden Fällen ist die Keulenbreite abhängig von der Wellenlänge des Signals λ und der (effektiven) Antennengröße L_{ant} . In [29, (9.4)] wird die 3 dB Keulenbreite im allgemeinen durch die Gleichung

$$\theta^{3\text{dB}} = \frac{\alpha\lambda}{L_{\text{ant}}} \quad (2.4)$$

angegeben, wobei α der Keulenbreiten-Faktor ist, welcher von der Apertur-Taper-Funktion und der Form der Apertur abhängt [29, Tab. 9-1]. Für eine kreisförmige Apertur mit einer gleichmäßigen Verteilung gilt $\alpha \approx 1$.

Gleichung (2.4) beschreibt den Zusammenhang von Keulenbreite und effektiver Antennengröße. Diese ist bei Gruppenantennen jedoch abhängig vom Abstrahl- bzgl. Einfallswinkel des Signals. Die

effektive Antennengröße ergibt sich für eine Gruppenantenne der Größe $L_{\text{ant},0}$ und einem Sende- bzw. Einfallswinkel φ , gemessen von der Flächennormalen der Gruppenantenne, aus

$$L_{\text{ant}}(\varphi) = \cos(\varphi)L_{\text{ant},0} . \quad (2.5)$$

Aus (2.4) und (2.5) ergibt sich somit für die winkelabhängige Keulenbreite

$$\theta^{3\text{dB}}(\varphi) = \frac{\alpha\lambda}{\cos(\varphi)L_{\text{ant},0}} = \frac{\theta^{3\text{dB}}(0)}{\cos(\varphi)} . \quad (2.6)$$

Diese Zunahme der Keulenbreite um den Faktor $\frac{1}{\cos(\varphi)}$, und somit der Verlust des gerichteten Antennengewinns um den Faktor $\cos(\varphi)$, ist in der Literatur unter dem Begriff *beam broadening* bzw. *directivity loss* bekannt [29, Kap. 9.7.4]. Betrachtet man die Keulenbreite jedoch im Richtungskosinus, auch *directional cosine* (Richtungskosinus) oder *u-space* genannt, so bleibt die Keulenbreite unabhängig vom Abstrahl- bzw. Einfallswinkel konstant [12, p.22]. Sie ergibt sich mit (2.4) aus

$$\theta_u^{3\text{dB}} = 2 \sin\left(\frac{\theta^{3\text{dB}}}{2}\right) . \quad (2.7)$$

Die Apertur der Antenne A_{ant} ist ein weiterer wichtiger Parameter, welcher sowohl für die Sende- als auch für die Empfangsantenne festzulegen ist. Der Zusammenhang zwischen der Apertur und dem Antennengewinn ist gegeben durch [29, (2.7)]

$$G = \frac{4\pi\eta_a A_{\text{ant}}}{\lambda^2} , \quad (2.8)$$

wobei η_a die Antenneneffizienz bzw. den Leistungsverlust der Antenne beschreibt. Auch die Apertur der Antenne ist abhängig vom Sende- bzw. Einfallswinkel des Signal. Diese Darstellung kann in (2.1) genutzt werden um das SNR abhängig von der Apertur zu berechnen.

2.3 Definition der Leistungskriterien (AP2200)

Leistungskriterien werden verwendet um verschiedene Netzwerkkonfigurationen mit einander zu vergleichen und zu bewerten. Die Leistungskriterien sollen dabei möglichst quantitativ bestimmbar sein, um somit als Parameter einer Optimierung dienen zu können. Letztlich sollen in diesem Sinne für das Gesamtsystem hybride Leistungsparameter entwickelt werden. Daher wird AP2200 fortlaufend während dieses Projektes angepasst, um neue Erkenntnisse bei der Wahl der Leistungskriterien einfließen zu lassen. Als Vergleichsbasis wird dabei immer auch ein rein monostatisches System betrachtet.

Genauigkeit Die Genauigkeiten der geschätzten Orbitparameter werden über die Posterior Cramér–Rao Lower Bound (PCRLB) berechnet. Aus den 6×1 geschätzten Keplerparametern folgt eine 6×6 -Kovarianzmatrix. Zur Veranschaulichung wird das Fehlervolumen über

$$V = \sqrt{\det(\Sigma)} \quad (2.9)$$

berechnet. Dabei wird die Kovarianzmatrix in Position und Geschwindigkeit unterteilt, um die Genauigkeiten in Relation zu den Werten der Position und Geschwindigkeit setzen zu können. Dadurch entstehen getrennte Fehlervolumen für Position und Geschwindigkeit.

Sensitivität Für die Sensitivität wird der minimal detektierbarer Durchmesser einer Netzwerkkonfiguration benutzt. Alternativ kann auch der minimal detektierbare RCS-Wert verwendet werden.

Abdeckung Die Abdeckung des Raumvolumens kann über die Anzahl der Detektion verschiedener Orbitklassen bewertet werden. Für die Optimierung des Radar-Ressourcen-Managements kann eine Umrechnung von Orbitklassen zu realen Objekten in dieser Orbitklasse erfolgen.

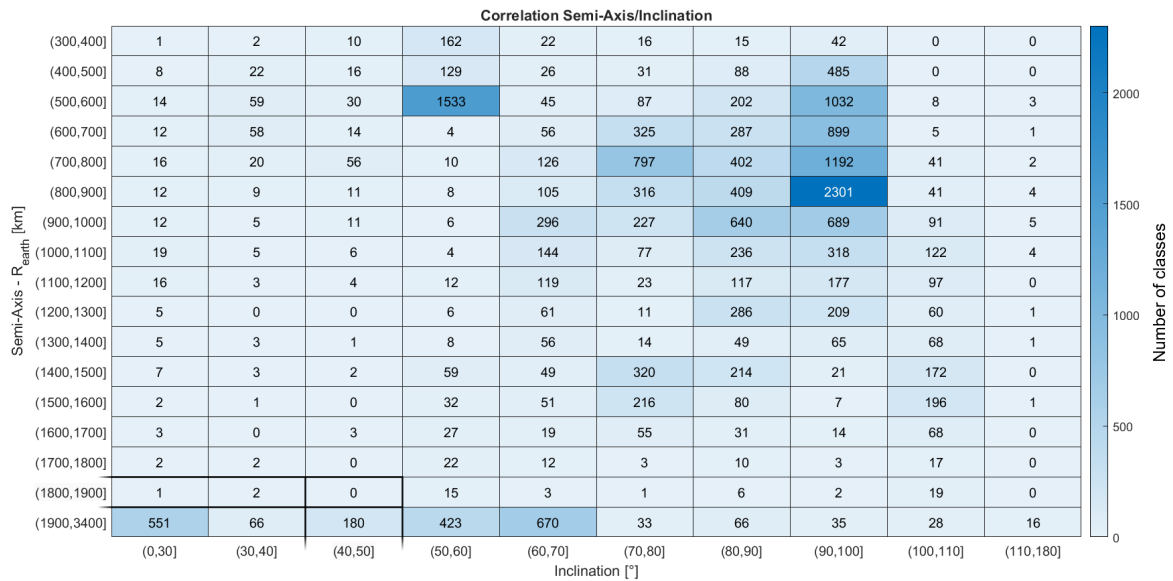


Abbildung 2.2: Heatmap: Clusterung anhand der Inklination und der großen Halbachse der Weltraumobjekte.

2.4 Analyse zugänglicher Objektkataloge (AP2300)

Für das RRM soll eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Objekte generiert werden. Aufbauend auf der Verteilung können Objekte nach bestimmten Kriterien selektiert werden, beispielsweise wann und wo welche Objekte zu erwarten sind. Dieses Wissen kann in die räumliche Ausrichtung eines Suchraums, in eine effektive Netzwerkkonfiguration oder in einen verschachtelten Trackingalgorithmus fließen. Als ersten Schritt zur Wahrscheinlichkeitsverteilung erfolgt eine Analyse und Implementierung zugänglicher Objektkataloge.

Als Datengrundlage werden die TLE-Sets (Two Line Element) von der Website CelesTrack genutzt (www.celestrak.com). Die folgenden Plots beziehen sich auf den Stand 01.12.2021. Alle Objekte mit einer größeren Umlaufzeit als 160 min bleiben unberücksichtigt.

2.4.1 Clusterung der Objekte nach Inklination und Höhe

Wird die Bodenspur eines Objektes über einen längeren Zeitraum betrachtet, hängt diese maßgeblich von Orbithöhe und Inklination eines Objektes ab. Deswegen wird als erster Analyseschritt eine Heatmap über die große Halbachse und über die Inklinationen erzeugt. In Abbildung 2.2 ist auf der x-Achse die Inklination in 10° Schritten aufgetragen. Die Intervalle 0° - 30° und 110° - 180° sind zusammen gefasst, da in diesen Intervallen verhältnismäßig wenige Objekte liegen. Auf der y-Achse ist die Differenz zwischen großer Halbachse und mittlerem Erdradius (6371 km) in 100 km Intervallen dargestellt. Das Intervall von 1900 km bis 3400 km wird aus Gründen der geringen Objektdichte zusammengefasst.

Die Anzahl der Objekte innerhalb eines Intervalls wird sowohl über die Farbe wie auch über die dargestellte Zahl im Intervall angegeben. Insgesamt sind 22321 Objekte von CelesTrack in der Heatmap dargestellt. Deutlich hervorgehoben sind zwei Intervalle. Das eine befindet sich bei 50° - 60° Inklination und 500 km-600 km Bahnhöhe, welches die Kepler-Elemente der Starlink-Satelliten sind. Das andere Intervall ist über die Grenzen 90° - 100° Inklination und 800 km-900 km Bahnhöhe beschrieben. Insgesamt gibt es in diesem Intervall 2301 Objekte. Orbits innerhalb dieses Inklinationsintervalls gehören zu den solaren Orbits und gelten als ideal, um den Satelliten kontinuierlich mit solarer Energie zu versorgen.

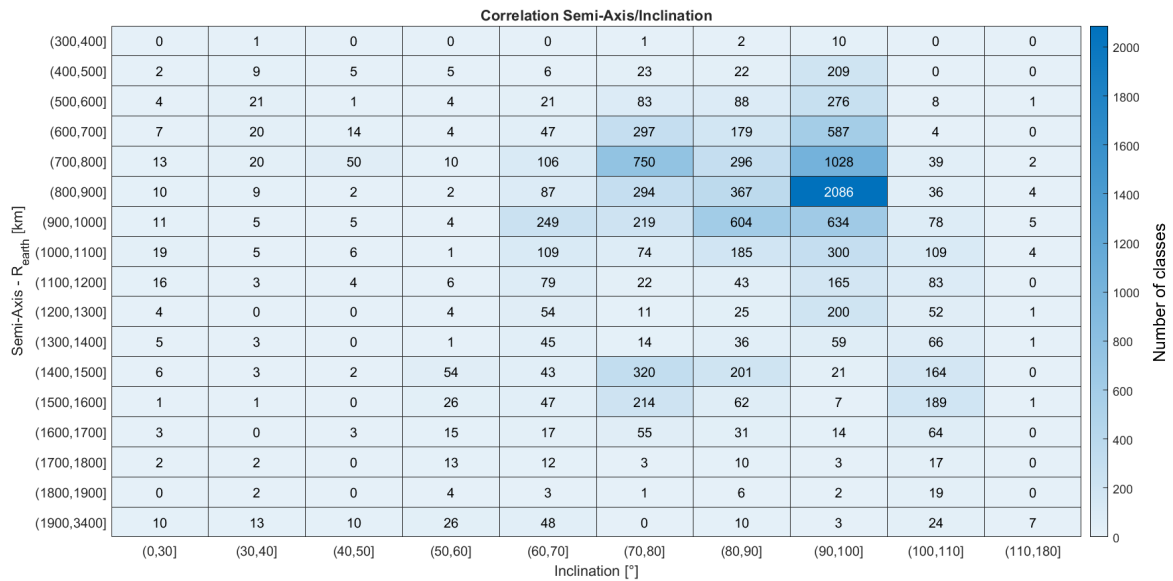


Abbildung 2.3: Heatmap: Clusterung anhand der Inklination und der großen Halbachse der Weltraumobjekte - nur für Objekte mit angegebenen RCS-Werten.

2.4.2 Clusterung der Objekte nach Inklination und Höhe - RCS

Für Radar-Detektionen ist das SNR entscheidend. Neben der Orbithöhe ist das SNR auch abhängig von dem RCS-Wert. Aufgrund dessen werden im nächsten Schritt nur Objekte mit angegebenen RCS-Werten weiter betrachtet. Über das NASA SEM (Size Estimation Model) werden die RCS-Werte aus Gründen der Analysefreundlichkeit in einen Objektdurchmesser umgerechnet. Analog zur Abbildung 2.2 wird erneut eine Heatmap erzeugt. Da lediglich zu 12647 Objekten ein RCS-Wert vorliegt, fällt diese Heatmap kleiner aus.

In Abbildung 2.3 fällt erneut das Intervall 90°-100° Inklination und 800 km-900 km Höhe besonders auf.

Die Verteilung der RCS-Werte abhängig von der Orbithöhe wird in Abbildung 2.4 dargestellt. Der Aufbau der Heatmap ist analog zu Abbildung 2.2. Der Unterschied ist, dass nun die x-Achse den Durchmesser statt der Inklination anzeigt. In Abbildung 2.4 fällt auf, dass 75 % der analysierten Weltraumobjekte kleiner als 0.5 m sind. Eine Herausforderung des Radar-Ressourcen-Management (RRM) ist es, möglichst viele dieser kleinen Objekte detektieren zu können - besonders in größeren Bahnhöhen.

2.5 Bestimmung statistischer Objektverteilungen (AP2400)

In Kapitel 2.4 wird die Objektdichte abhängig von Inklination und Orbithöhe für einen bestimmten Datensatz untersucht. Für ein breiteres Verständnis von Raumbereichen mit hoher Objektdichte und der RCS Verteilung von Objekten in Bezug auf verschiedene Bahnparameter werden in diesem Kapitel GUIs vorgestellt, um einfacher beliebige Datensätze zu verwenden.

Wenn ein einzelnes Objekt auf einem bestimmten Keplerorbit untersucht werden soll, kann die in Kapitel 2.5.1 vorgestellte GUI zur Generierung verwendet werden. In Kapitel 2.5.2 wird eine GUI beschrieben, mit der ein beliebiger TLE Datensatz für die Analyse der Objektverteilung eingelesen werden kann. Die dritte GUI in Kapitel 2.5.3 verknüpft RCS-Werte aus *satcat* Dateien mit TLE Dateien

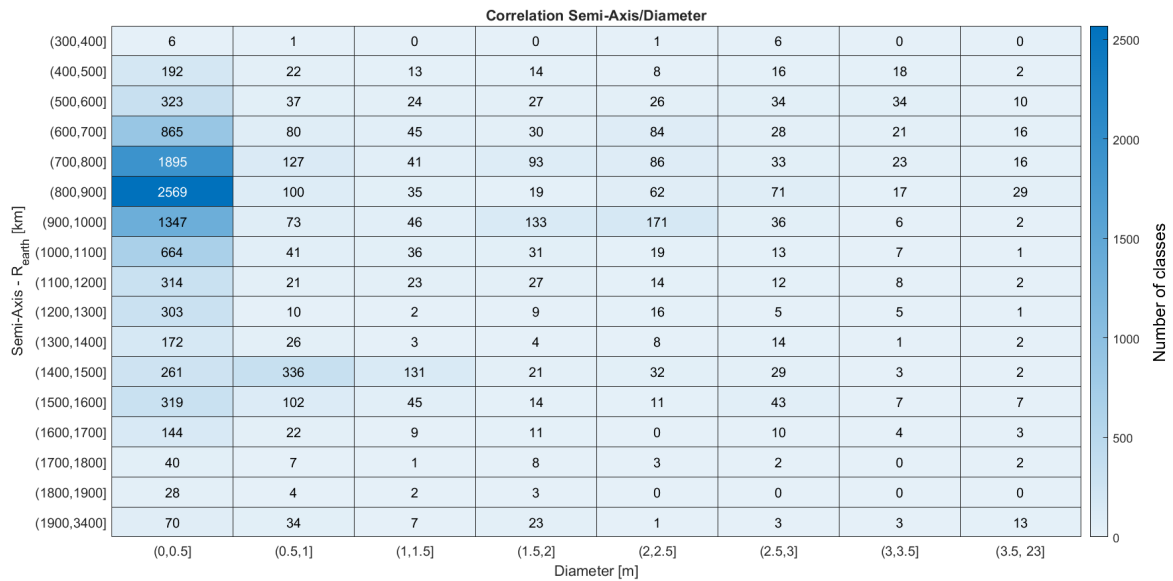


Abbildung 2.4: Heatmap: Clustering anhand der Objektdurchmesser und der großen Halbachse der Weltraumobjekte.

2.5.1 GUI für die Simulation eines Objektes

Wenn ein einzelner Keplerorbit für die Validierung eines Algorithmus gebraucht wird, kann ein Objekt des gewünschten Orbits über eine GUI generiert werden. Ein gewünschter Orbit kann zum Beispiel sein, dass ein Objekt genau zu einem bestimmten Zeitpunkt mittig über eine zuvor definierte Radarstation fliegt. Die Einstellparameter der GUI sind in Abbildung 2.5 dargestellt. Der Zeitpunkt *TimeOrigin* gibt die Realisierung des Koordinatensystems an. Für den Fall dass das Objekt zu einem bestimmten Zeitpunkt über die Radarstation fliegen soll, wird *TimeOrigin* als zeitliche Referenz verwendet.

Um den Keplerorbit zu definieren, können verschiedene Darstellungsweisen benutzt werden. Entweder kann der Orbit über Position und Geschwindigkeit, Position und drei klassische Keplerparameter oder über die sechs klassischen Keplerparameter bei der Nutzung der GUI definiert werden. Die Position und Geschwindigkeit des Objektes kann dabei entweder in dem Koordinatensystem ECI oder ECEF angegeben werden. Zusätzlich ist es möglich die Radarstation für den mittigen Überflug eines Kepler-Objektes in WGS-84 Koordinaten zu beschreiben.

Zum Schluss kann die GUI das generierte Kepler-Objekt mit einem Umlauf anzeigen, um zu prüfen, ob die Bahndaten den Vorstellungen entsprechen.

2.5.2 GUI zum einlesen und filtern von TLE Dateien

Mit dieser GUI lassen sich beliebige TLE-Objektkataloge (Two-Line-Element) einlesen und anhand der TLE-Datei Raumbereiche von besonderem Interesse identifizieren. In der GUI können die Parameter für die relevanten Raumbereiche frei eingestellt werden. Da über einen längeren Zeitraum hauptsächlich die Orbithöhe und die Inklination eines Objektes von besonderem Interesse sind, erfolgt die Einteilung in Intervalle durch diese. In Abbildung 2.6 ist die GUI dargestellt. Die benutzende Person kann die Intervallgrenzen und die Intervallschrittweite von Inklination und der Apogäumshöhe frei wählen. Außerdem ist der Zeitpunkt der Realisierung des Koordinatensystemes einstellbar. Das Ergebnis der Filterung ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Die Farbskalierung korreliert mit der Häufigkeit der Objekte in dem entsprechenden Intervall. Bei Bedarf kann die benutzende Person in ein Intervall rein zoomen. Zum Schluss kann die benutzende Person entscheiden, ob und wie viele Intervalle mit den entsprechenden Objekten gespeichert werden sollen. Es können entweder alle Objekte einer Klasse oder ein repräsentatives Objekt der Klasse gespeichert werden. Das Dateiformat kann zwischen TLE-Format,

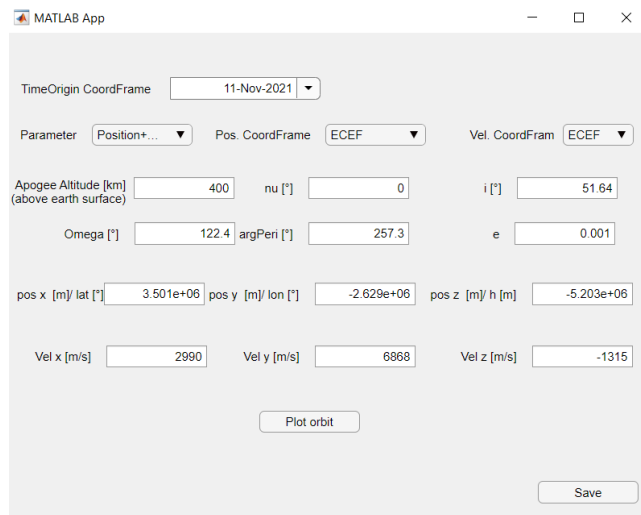


Abbildung 2.5: GUI um ein Kepler-Objekt mit benutzerdefinierten Eigenschaften zu simulieren

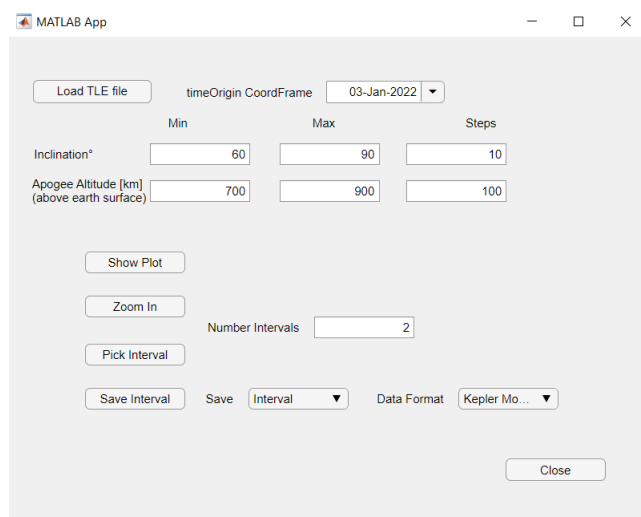


Abbildung 2.6: GUI um Objektkatalog nach bestimmten Keplerparametern zu filtern und/oder Objektpopulationen zu analysieren

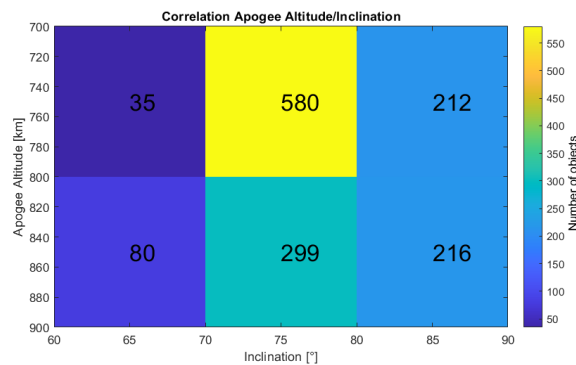


Abbildung 2.7: Häufigkeit der Orbitklassen in ausgewählten Intervallen. Die Bildung der Klassen erfolgt anhand von Inklination und Apogäumshöhe.

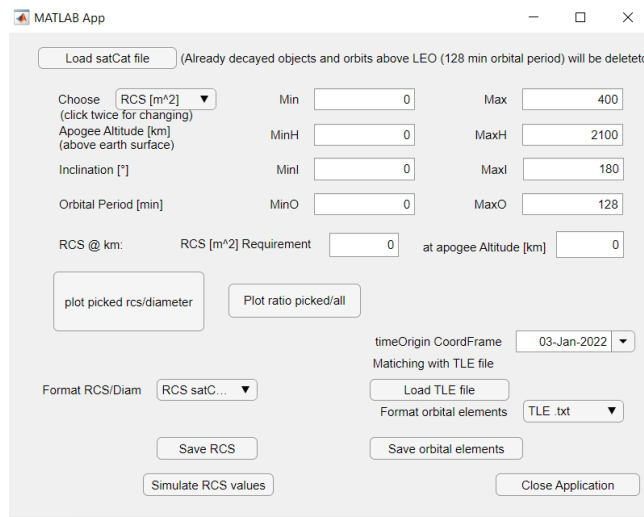


Abbildung 2.8: GUI um RCS-Werte von Weltraumobjekten einzulesen

Kepler-Motionstate und Sgp4-Motionstate frei gewählt werden.

2.5.3 GUI um RCS-Werte mit TLE-Datei zu verbinden

Falls neben den Kepler-Elementen ebenfalls die RCS-Werte von Objekte von Interesse sind, werden sogenannte *satcat* Dateien benötigt. Um diese auszulesen, wird eine GUI in Matlab geschrieben. Für die komplette Information zu der Umlaufbahn und den RCS-Werten werden in der GUI *satcat* Dateien und *TLE* Dateien über die NORAD ID verknüpft. In Abbildung 2.8 ist die GUI zum einlesen der RCS-Werte dargestellt. Zu Beginn werden in der GUI von der eingelesenen *satcat* Datei alle Objekte, die bereits abgestürzt sind oder eine größere Umlaufzeit als 128 Minuten aufweisen, gelöscht. Die anwendende Person kann Objekte filtern nach dem RCS-Wert, dem RCS-Wert mit der Höhe skaliert, der Inklination, der Apogäumshöhe und der Umlaufzeit. Die verbleibenden Objekte können in einem Histogramm dargestellt werden. Ein Beispiel ist in Abbildung 2.9 zu sehen. Die x-Achse gibt den RCS-Wert an und auf der y-Achse ist die Anzahl der Objekte in dem jeweiligen Intervall angeben. In diesem Beispiel sind 1827 in dem Histogramm abgebildet, die den Filterkriterien entsprechen (RCS-Wert, RCS-Wert mit der Höhe skaliert, Inklination, Apogäumshöhe und Umlaufzeit). Insgesamt sind in der Datei 13034 Objekte, welche sich noch im LEO befinden. Bei Bedarf kann das Verhältnis von gefilterten Objekten zu eingelesenen Objekten, welche noch im LEO sind, in Hinblick auf die klassischen Keplerelemente untersucht werden. Beispielhaft ist das Verhältnis zwischen gefilterten und allen RCS-Werten in Abbildung 2.10 dargestellt. Die anwendende Person kann die gefilterten RCS-Werte entweder als *satcat* Format oder als Matlab Datei speichern.

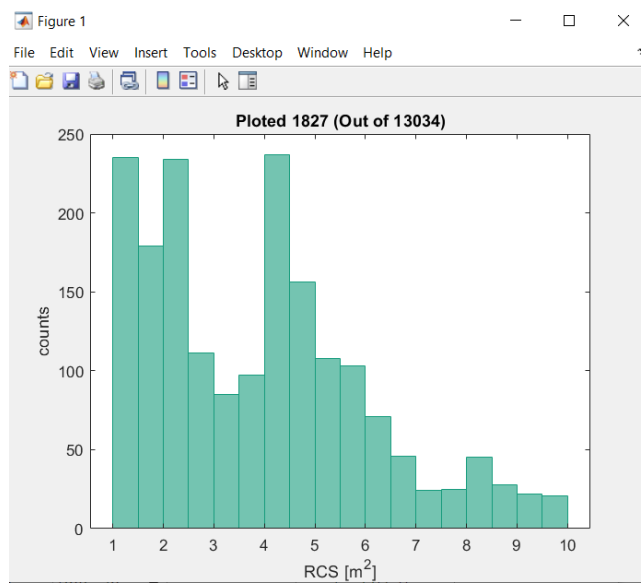


Abbildung 2.9: Histogramm über die Verteilung der RCS-Werte. Die Überschrift gibt an, wie viele Objekte den Filtereinstellungen entsprechen (RCS-Wert, Inklination, Apogäumshöhe, Umlaufzeit).

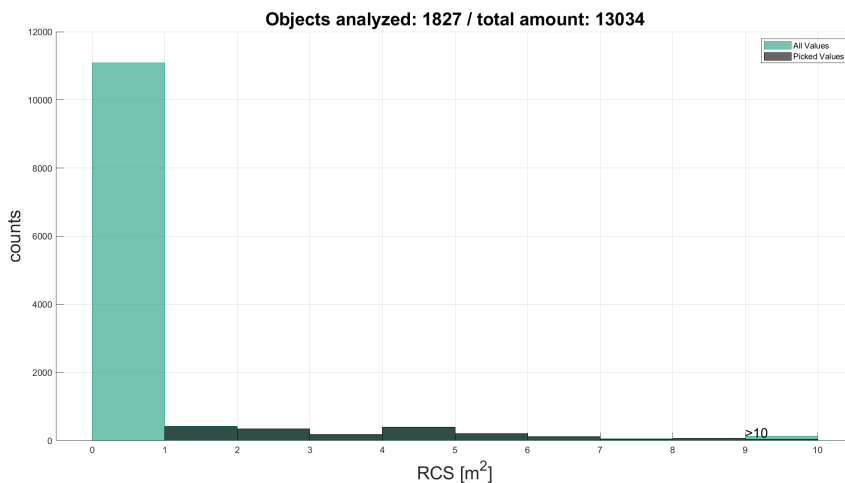


Abbildung 2.10: Verhältnis von gefilterten RCS-Werten zu RCS-Werten im eingelesenen *satcat file*, die noch nicht abgestürzt sind und sich im LEO befinden.

2.6 Simulationsumgebung (AP3000)

Die folgenden Unterkapitel des AP3000 beschreiben den Aufbau der Softwarekomponenten zur Simulation von Radarnetzwerken.

2.7 Analyse der Anforderungen (AP3100)

Ziel der Simulationen ist es, die Leistung eines Radarnetzwerkes bezüglich der Detektion von Objekten, deren Verfolgung und des Aufbaus eines Objektkatalogs vorherzusagen. Anhand dieser Daten können Algorithmen (z.B. zur Steuerung der Sensorknoten, zur Zielverfolgung oder zur Korrelation von Signalen), die zur Erzeugung der Daten benutzt wurden, beurteilt werden. Abbildung 2.11 gibt einen Überblick zu der funktionellen Struktur einer Simulation und der Beziehung der Komponenten zueinander. Damit können Abhängigkeiten und Schnittstellen identifiziert werden.

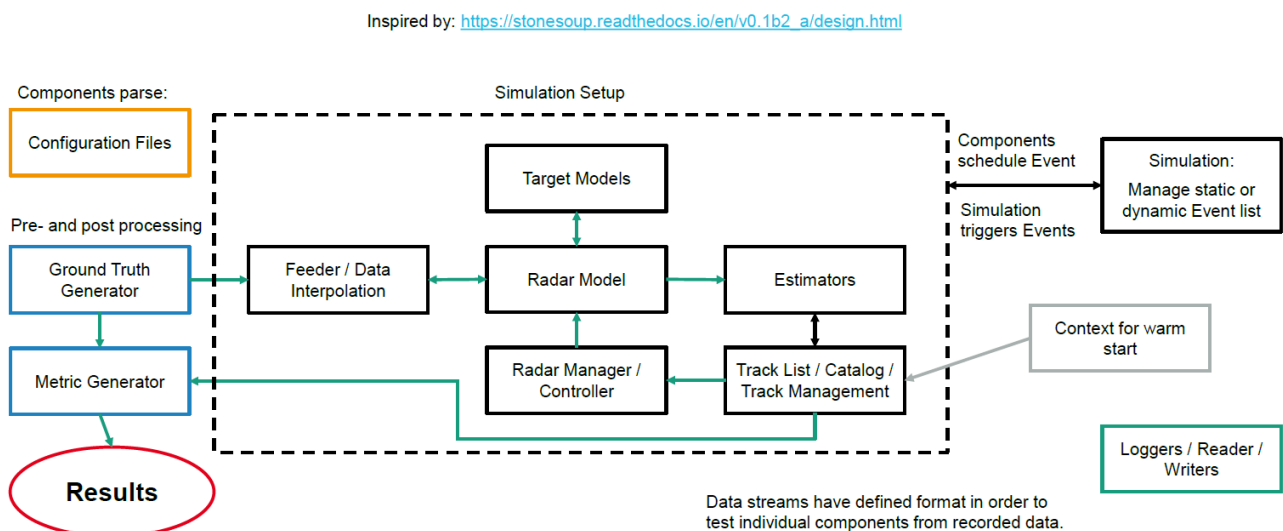


Abbildung 2.11: Software Module.

Die Simulation ist ereignisgesteuert, d.h. einzelne Komponenten können neue Ereignisse (z.B. Messung von Tx0, Rx1 und Ziel mit ID: 42) anlegen, die von der Simulation in die richtige Reihenfolge gebracht und anschließend ausgeführt werden. Die Instanzen der einzelnen Komponenten werden von der Simulation dynamisch erzeugt, je nachdem wann und ob sie benötigt werden.

Zunächst werden Eingabedaten benötigt, die das simulierte Szenario beschreiben. Dieser Schritt wird vor der eigentlichen Simulation durchgeführt. Als Eingabedaten kann z.B. eine Liste von TLEs gelten, die in einem entsprechenden Format dem *Feeder* zur Verfügung steht.

Ein *Feeder* stellt die Eingabedaten allen nachfolgenden Komponenten in dem jeweils angeforderten Format bereit. Je nach Art der Eingabedaten kann diese Komponente die Daten interpolieren, extrapolieren oder in ein anderes Format umrechnen. Bei einer großen Menge an Daten könnte der *Feeder* außerdem einen Cache implementieren, um sukzessive Läufe einer Simulation zu beschleunigen.

Um Messungen zu generieren muss ein Modell des Messprozesses existieren. In einem *Radar Model* werden anhand eines statistischen Modells die Eingabedaten zu Messungen konvertiert. Dazu greift das Modul auf eine Modellierung des Radarquerschnitts zu, die in Abhängigkeit von dem individuellen Ziel definiert sein kann. Wann und mit welchen Parametern eine Messung berechnet werden soll wird durch den *Radar Manager* bestimmt, der dann das *Radar Model* aufruft.

Sind die Messungen des Radarnetzwerks vorhanden, müssen die Zustände (Position, Geschwindigkeit, etc.) geschätzt werden. Dafür können im *Estimators* Modul verschiedene Algorithmen implementiert sein, die Messungen mit vorhandenen Zielen assoziieren und die Zieldaten aktualisieren.

Ein weitere Komponente ist das *Track Management*. Hier müssen Methoden implementiert werden, die auf einem höheren Level als die Schätzer beurteilen, ob ein Track aktiv ist oder verworfen werden kann. Außerdem kann an dieser Stelle ein Katalog implementiert werden, der ja nach Konfiguration des Netzwerks mehrere Tracklets zu einer Schätzung des Zielorbits zusammenfasst.

Mit den Daten der *Track List* berechnet schließlich der *Radar Manager* neue Kontrollparameter mit denen das Radarnetzwerk aktualisiert wird. Dadurch entsteht eine Rückkopplung, welche für die gesamte Dauer der Simulation besteht.

Die *Track List* enthält außerdem die Daten, welche nach der Simulation ausgewertet werden. Durch einen Vergleich mit den Eingabedaten kann dann beurteilt werden, ob sich das Radarnetzwerk wie erwartet verhält. Dieser Schritt wird außerhalb der eigentlichen Simulation durchgeführt.

2.8 Definition und Aufbau der Struktur (AP3200)

Die Struktur der Software zur Simulation des Radarnetzwerks mit einem Radar Ressourcen Management orientiert sich an den ursprünglichen JDL-Level, die sonst in der Datenfusion Anwendung finden [30]. Abbildung 2.12 zeigt, wie das Konzept der JDL-Level für die Sensordatenfusion auf eine Struktur zur optimierten Steuerung von Sensoren übertragen werden kann [31]. Das Prinzip der JDL-Level ist, dass die Messdaten auf mehreren Ebenen aggregiert und komprimiert werden (rechte Säule), während Steuerungsbefehle von einer oberen Ebene ausgehend immer weiter verfeinert werden, bis die vollständige Konfiguration des Sensors gegeben ist. Die Simulation implementiert *Object management*, *Measurement management*, *Signal management* und *Object assessment*. *Measurement assessment* und *Signal assessment* sind zusammengefasst als eine Komponente, die aus der Sensorkonfiguration und dem Szenario verbrauchte Messdaten generiert.

Alle Komponenten der Ansteuerung werden in regelmäßigen Intervallen aufgerufen. Je tiefer das Level ist, desto kürzer sind die Intervalle. Dementsprechend reduziert sich auch die verfügbare Rechenzeit auf den unteren Kontrollebenen.



Abbildung 2.12: JDL-Level von Datenfusion und Sensormanagement.

Das *Object management* definiert die Ressourcenaufteilung für den Sensorverbund. Es erhält Aufgaben (z.B. Suche und Zielverfolgung), für die es mit Modellen eine Vorhersage über die Nützlichkeit der Aufgabe berechnet. Aus der Beurteilung aller Aufgaben werden Parameter für die Ansteuerung der Sensoren abgeleitet. Diese Parameter betreffen in der Regel das Zeitbudget, Leistungsbudget oder das Frequenzband des Sensors. In jedem Fall sind es diejenigen Größen, die nur begrenzt verfügbar sind, oder die eine Koordination der Sensoren erfordern. Das Intervall,

mit welchem das *Object Management* ausgeführt wird, beträgt in der Regel eine oder mehrere Sekunden.

In der nächsten Ebene, dem *Measurement management*, werden die Aufgaben, welche Ressourcen zugeteilt bekommen haben, priorisiert und in eine zeitliche Abfolge gebracht. Hierfür können Scheduler eingesetzt werden, die z.B. *earliest deadline first* oder *earliest time first* als Kriterium implementieren. Die Aufgaben werden immer in regelmäßigen Abständen wiederholt ausgeführt. Daher wird eine Aufgabe in viele Jobs umgewandelt, die dann jeweils nur für einen festen Zeitpunkt gültig sind. Der Zeitplan des Sensornetzwerkes ist nicht präemptiv, d.h. jeder Job wird vollständig ausgeführt und nicht für einen höher priorisierten Job unterbrochen. Das *Measurement management* wird in einem zehnfach kürzeren Intervall ausgeführt als das darüber liegende *Object management*, da die Optimierungen weniger komplex zu berechnen sind und diese Ebene auf aktualisierte Zustände der Ziele reagieren muss.

In der untersten Ebene, dem *Signal management*, werden zeitkritische Parameter bestimmt und es entsteht eine vollständige Konfiguration, die von einem Sensor ausgeführt werden kann. Bei dem Radarnetzwerk sind das die Positionen der Sende- und Empfangskeulen, die auf der aktuellsten Schätzung der Zielposition basieren, um das SNR zu maximieren. Das *Signal management* wird asynchron aufgerufen, wenn ein neuer Job entsprechend dem Zeitplan ausgeführt wird.

Auf der Datenfusionsseite ist nur das *Object assessment* Level implementiert. Hier werden die Messungen aggregiert, korreliert und zu Tracks zusammengefasst. Zusätzlich erzeugt dieses Level noch asynchrone Aufrufe der *Measurement management* Ebene wenn Messungen keinem Ziel zugeordnet werden können. Ein unbekanntes Ziel wird dann durch eine zweite Messung bestätigt, die zeitlich möglichst nahe an der ersten Detektion liegt.

Measurement assessment und *Signal assessment* haben die Aufgabe Signale zu korrelieren und Detektionen zu erzeugen. In der Softwarestruktur sind diese beiden Komponenten zu einem Modul zusammengeführt, das mit dem Radarmodell Messungen generiert, die dann von der nächsten Ebene, dem *Object assessment*, ausgewertet werden.

2.9 Vorhandene Software (AP3300)

Um den Implementationsaufwand zu reduzieren wird auf existierende interne und externe Softwarebibliotheken zurückgegriffen, deren Lizenzen die freie Nutzung erlauben.

2.9.1 Identifikation, Anpassung und Implementierung vorhandener Software

Zur Untersuchung des Radarressourcenmanagements wird eine `java`-Simulation genutzt. Dafür werden externe Bibliotheken hinzugezogen, die etablierte Algorithmen zur Verfügung stellen, Standardfunktionalitäten abdecken und spezialisierte Methoden zur Berechnung von z.B. Orbits implementieren. Die wichtigsten externen Softwarebibliotheken sind im Folgenden aufgeführt:

2.9.1.0.1 orekit Mit `orekit` können zum Beispiel Koordinatentransformationen, Transformationen für unterschiedliche Darstellungen von Zeitzonen, Satellitenbahnen und generell Probleme der Astrodynamik berechnet werden [32]. Außerdem implementiert die Bibliothek noch zahlreiche andere Methoden, um Berechnungen zu Umlaufbahnen, Beobachtbarkeit, Zielverfolgung und Bahnbestimmungen durchzuführen. Die Bibliothek ist in `java` implementiert und stellt außerdem `python`-Bindings zur Verfügung. `orekit` unterliegt der Apache Lizenz 2.0 [33].

2.9.1.0.2 OR-Tools `OR-Tools` ist eine Softwarebibliothek zur Lösung von Optimierungsproblemen [34]. Sie unterstützt Constraintprogrammierung, Rucksackprobleme, lineare Optimierungsprobleme

und Graphenalgorithmen. Die Bibliothek ist in C++ implementiert und stellt außerdem Schnittstellen für java, python und C# zur Verfügung. OR-Tools unterliegt der Apache Lizenz 2.0 [33].

2.9.1.0.3 hipparchus Diese Softwarebibliothek basiert auf der *Apache Commons Math* Bibliothek und wird als Abhängigkeit von `orekit` benötigt. `hipparchus` implementiert viele Standardfunktionalitäten und Datenstrukturen, die man zur Lösung mathematischer Probleme benötigt [35]. Die Bibliothek unterliegt der Apache Lizenz 2.0 [33].

2.10 Störungsmodelle (AP4300)

2.10.1 Einleitung

In diesem Arbeitspaket werden die Einflüsse von verschiedenen Kräften, die auf Objekte im Orbit wirken und deren verursachte Bahnstörungen betrachtet. Desweiteren werden vereinfachte Perturbationsmodelle (Simplified perturbation models) wie etwa das Simplified General Perturbations (SGP) Model mit einem einfachen Keplerorbit gegenübergestellt.

Nach den Newtonschen Gesetzen wird die Bewegung eines Satelliten durch die folgende Differentialgleichung beschrieben

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})/m, \quad (2.10)$$

wobei \mathbf{r} und \mathbf{v} hier der Positions- und Geschwindigkeitsvektor und m die Masse des Satelliten beschreiben. Im einfachsten Fall einer radial symmetrischen Gravitationskraft einer Punktmasse auf einen Satelliten wird die wirkende Kraft wie folgt beschrieben

$$\mathbf{F} = -m \frac{GM}{r^2} \mathbf{e}_r, \quad (2.11)$$

wobei hier G die Gravitationskonstante, M die Masse des anziehenden Körpers und \mathbf{e}_r den normalisierten Positionsvektor des Satelliten in Radialrichtung darstellen. Mit diesem einfachen Model lassen sich simple Keplerbahnen für Satelliten bestimmen, die durch ihre Einfachheit eine gute erste Näherung darstellen.

2.10.2 Bahnstörungen

Die Erde ist durch ihre ausgedehnte Masse und Eigenrotation weder eine Punktmasse, noch eine perfekte Kugel, sodass die einfachen Annahmen für eine simple Keplerbahn eines Satelliten in der Realität nicht vorliegen. Der Effekt der Massenverteilung der Erde auf die Satellitenbahn muss daher mitbetrachtet werden. Außerdem muss u.a. die Atmosphäre für Satelliten auf niedrigen Bahnhöhen beachtet werden, da diese für Reibung (als Drag bezeichnet) und damit eine Abbremsung und Absenkung der Satellitenbahnen führt.

Die Stärke verschiedener Bahnstörungen in Abhängigkeit von der Bahnhöhe des Satelliten ist in Abbildung 2.13 dargestellt. Der Graph ist dem Buch [1] von Seite 55 entnommen und zeigt neben der ausgeübten Beschleunigung auf Satelliten durch verschiedene Bahnstörungen, bekannte Satelliten wie Iridium oder GPS und ihre Position in diesem Graphen. Im Folgenden werden die wichtigsten Bahnstörungen kurz erläutert und motiviert, für eine detailliertere Betrachtung siehe [1].

2.10.2.1 Geopotential

Die Bewegungsgleichung aus Gleichungen 2.10 und 2.11 kann in der Form des Gravitationspotentials U dargestellt werden

$$\ddot{\mathbf{r}} = \nabla U \quad \text{mit} \quad U = GM \frac{1}{r}. \quad (2.12)$$

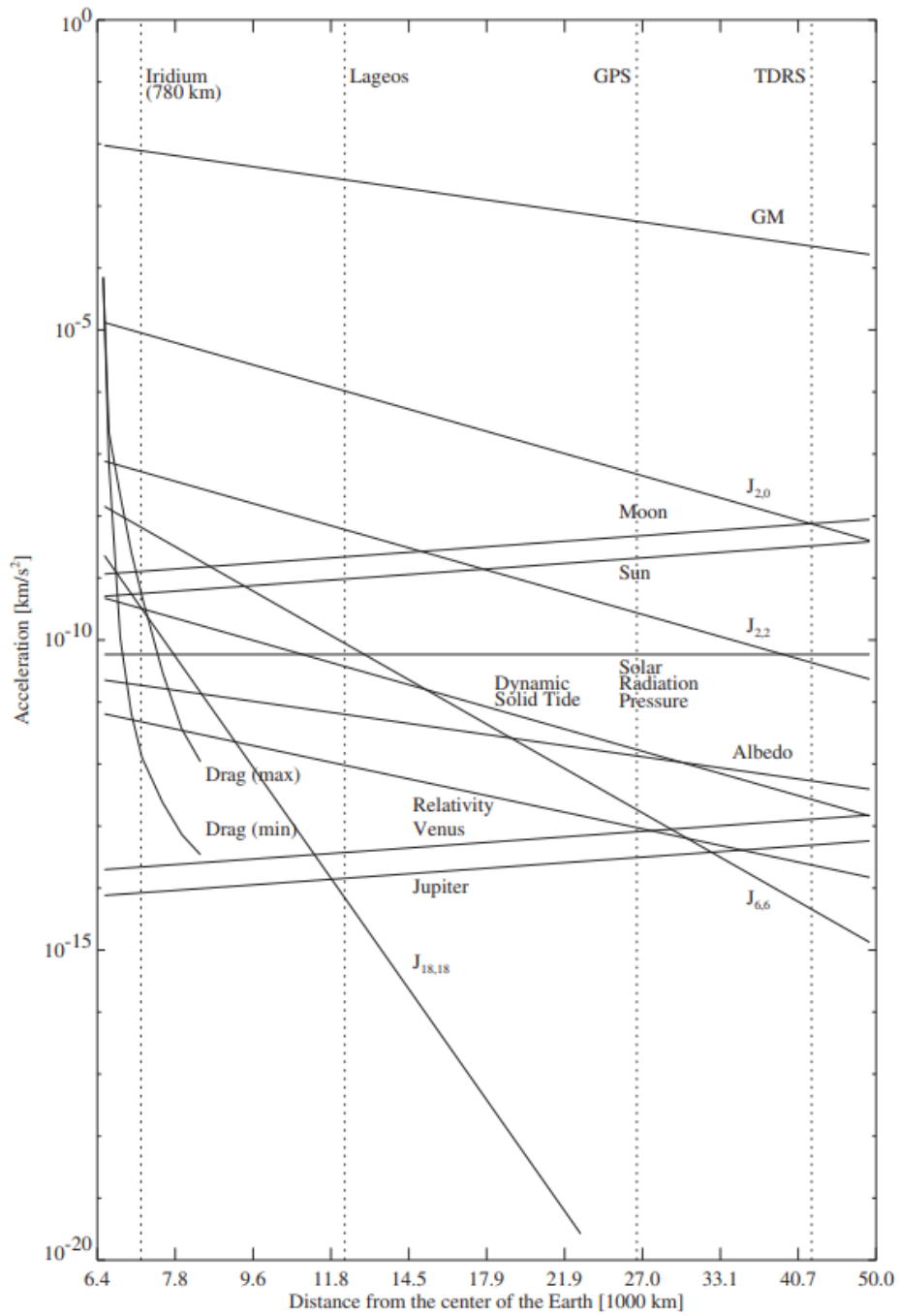


Abbildung 2.13: Ausübte Beschleunigung auf Satelliten verursacht durch verschiedene Kräfte in Abhängigkeit von der Bahnhöhe. Der Satellit ist hier mit einem area-to-mass-ratio von $0.01 \text{ m}^2/\text{kg}$ für den Drag berechnet, bei einer exosphärischen Temperatur zwischen 500 K und 2000 K (Minimum und Maximum). Graph entnommen aus [1] Seite 55.

Anstelle der zentralen Masse M wird nun eine Massenverteilung angenommen, die sich als Summe der individuellen Massenelemente $dm = \rho(s)d^3s$ ergibt, mit $\rho(s)$ als Dichte am Punkt s in der Erde. Dann lässt sich das Gravitationspotential darstellen als

$$U = G \int \frac{\rho(s)d^3s}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|}, \quad (2.13)$$

dabei entspricht $|\mathbf{r} - \mathbf{s}|$ der Distanz zwischen Satelliten und Punkt s in der Erde. Um das Integral zu lösen lässt sich die Inverse der Distanz als Serie von Legendre Polynomen $P_n(u)$ darstellen, sodass

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{s}{r}\right)^n P_n(\cos \gamma) \quad \text{mit} \quad \cos \gamma = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}}{rs}. \quad (2.14)$$

Mit Einführung von Kugelkoordinaten in Form der geographischen Länge λ und Breite ϕ kann das Gravitationspotential dargestellt werden als

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{R^n}{r^n} P_{nm}(\sin \phi) (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)), \quad (2.15)$$

mit den Koeffizienten

$$C_{nm} = \frac{2 - \delta_{0m}}{M} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int \frac{s^n}{R^n} P_{nm}(\sin \phi') \cos(m\lambda') \rho(s) d^3s$$

$$S_{nm} = \frac{2 - \delta_{0m}}{M} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int \frac{s^n}{R^n} P_{nm}(\sin \phi') \sin(m\lambda') \rho(s) d^3s,$$

diese werden auch als tesserale Koeffizienten bezeichnet, da sie breiten- und auch längenabhängige Terme enthalten. Koeffizienten mit $m = 0$ werden als zonale Koeffizienten bezeichnet, da hier per Definition die Koeffizienten S_{n0} verschwinden und nur breitenabhängige Terme übrig bleiben, die dann auch als als

$$J_n = -C_{n0} \quad (2.16)$$

notiert werden. Der größte zonale Koeffizient J_2 stellt die Abweichung der Erde von der Kugelform durch seine Eigenrotation dar. Dabei weist die Erde einen Unterschied von etwa 21 km zwischen dem Äquatorradius und dem Polradius auf. Einige der zonalen und tesseralen Koeffizienten sind in Abbildung 2.13 mit ihrer Größenordnung auf die Bahnstörung angegeben. Es lässt sich festhalten, dass ihr Einfluss mit größerer Orbithöhe und somit größerem Abstand zur Erde abnimmt.

2.10.2.2 Atmosphärischer Strömungswiderstand

Den größten nicht gravitativen Einfluss auf Bahnstörungen für Satelliten mit geringen Bahnhöhen hat der atmosphärische Strömungswiderstand auch Drag genannt. Die Beschleunigung des Satelliten durch Drag kann wie folgt beschrieben werden

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{1}{2} C_D \frac{A}{m} \rho v_r^2 \mathbf{e}_v, \quad (2.17)$$

dabei ist C_D ein dimensionsloser Koeffizient der die Interaktion zwischen Satellitenoberfläche und Atmosphäre beschreibt und typischerweise zwischen 1.5 – 3 liegt, m ist die Masse des Satelliten, A seine Querschnittsfläche, ρ die Atmosphärendichte, v_r die Relativgeschwindigkeit zur Atmosphäre und $\mathbf{e}_v = \mathbf{v}_r/v_r$ der Einheitsvektor.

Die Gleichung zeigt bereits, dass der Drag immer entgegen der Geschwindigkeit des Satelliten gerichtet ist und ihn somit abbremst. Außerdem hängt der Drag neben Satellitenkenndaten wie Masse, Geschwindigkeit und Größe nur von der Atmosphärendichte ab, sodass diese für eine präzise Orbitbestimmung modelliert werden muss. Die Komplexität der Erdatmosphäre und deren Abhängigkeit von verschiedensten Parametern macht die Modellierung zu einer großen Herausforderung. Bei einem einfachen

Modell zur Veranschaulichung der Einflüsse von Weltraumwetter auf die Atmosphäre und den Drag nehmen wir den einfachen exponentiellen Abfall der Atmosphärendichte als

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-h/H_0} \quad (2.18)$$

an. Dabei ist ρ_0 die Atmosphärendichte auf einer Referenzhöhe und H_0 die Skalenhöhe, die mithilfe der Gasgleichung bestimmt werden kann als

$$H_0 = \frac{RT}{\mu g}, \quad (2.19)$$

dabei ist R die universelle Gaskonstante, T die Temperatur, μ die molare Masse und g die Erdbeschleunigung. Zur Bestimmung der Dichte in einer bestimmten Höhe benötigt es nun also die Zusammensetzung der Atmosphärenschicht zur Bestimmung der molaren Masse, sowie ein Modell für die Bestimmung der Temperatur. Ein einfaches Modell zur Bestimmung der Atmosphärentemperatur ist das Jacchia 1971 Density Model, welches den solaren Radioflussindex $F_{10.7}$ als Kenngröße nutzt. Der solare Radioflussindex gibt die spektrale Flussdichte der solaren Radiostrahlung bei der Frequenz 2800 MHz bzw. der Wellenlänge 10,7 cm an und ist eine Kenngröße für die Aktivität der Sonne. Bei erhöhter Aktivität der Sonne kommt es u.a. zu verstärkter Ultraviolettstrahlung und damit zur Aufheizung der oberen Atmosphäre. Die Sonne durchläuft einen etwa 11-Jahres-Zyklus der Aktivität zwischen Maximum zu Maximum, dabei liegen typische Werte für $F_{10.7}$ wie in Tabelle 2.1 vor. Die Atmosphärentemperatur nach dem Jacchia71 Model bestimmt sich dann über

$$T = 379.0^\circ + 3.24^\circ \bar{F}_{10.7} + 1.3^\circ (F_{10.7} - \bar{F}_{10.7}), \quad (2.20)$$

wobei $F_{10.7}$ der aktuelle und $\bar{F}_{10.7}$ der über 27-Tage gemittelte solare Radioflussindex ist.

Tabelle 2.1: Typische Werte für den solaren Radioflussindex $F_{10.7}$ angegeben in solar flux units (sfu) mit $1 \text{ sfu} = 10^{-22} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ Hz}}$, übernommen aus [1]

	$F_{10.7}$ [sfu]	$\bar{F}_{10.7}$ [sfu]
Minimum	70	70
Normal	200	155
Maximum	330	240

2.10.2.3 Solarer Strahlungsdruck

Satelliten sind dauerhaft solarer Strahlung ausgesetzt und durch die Absorption oder Reflexion von Photonen wird eine Beschleunigung auf sie ausgeübt, die abhängig ist von der Masse und Querschnittsfläche des Satelliten. Der Strahlungsdruck P wird bestimmt durch die Strahlungsintensität I

$$P = \frac{I}{c}, \quad (2.21)$$

mit c als Lichtgeschwindigkeit. Die Kraft die auf den Satelliten wirkt ist somit

$$F = P \cdot A = \frac{I}{c} \cdot A \quad (2.22)$$

wobei A die Querschnittsfläche des Satelliten ist. Mit der Solarkonstante, die die Strahlungsintensität der Sonne am mittleren orbitalen Radius der Erde mit $I_S = 1367 \text{ W/m}^2$ ergibt sich ein Strahlungsdruck von

$$P_S = 4.56 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2 \quad (2.23)$$

Abhängig von der Querschnittsfläche des Satelliten, sowie von Absorptions- und Reflexionskoeffizienten lässt sich nun so der solare Strahlungsdruck bestimmen. Der Strahlungsdruck ist der stärkste nicht gravitative Einfluss auf Satellitenbahnen mit mittleren bis hohen Orbithöhen und ist somit für diese nicht zu vernachlässigen.

Tabelle 2.2: Orbitalparameter Starlink-1008

	Umlaufzeit [min]	Inklination [°]	Apogäum [km]	Perigäum [km]	Exzentrizität
Starlink-1008	95.59	53.05	548	546	0.0001283

2.10.3 Simplified perturbation models

Als Simplified perturbations models werden die Simplified General Perturbations (SGP) models und die Simplified Deep Space Perturbations (SDP) models bezeichnet. In Verbindung mit den two-line element sets (TLE-sets) spricht man hauptsächlich über das SGP4 bzw. SDP4 Modell. Dabei handelt es sich um ein mathematisches Modell, das die Bahnstörungen von Satellitenbahnen vorhersagt und für die Simulation des Orbits berücksichtigt. Dabei werden Gravitationseffekte der Erde, des Mondes und der Sonne, der atmosphärische Drag und Strahlungseffekte berücksichtigt. SGP4 wird dabei für Orbits mit geringen Orbithöhen (unter 5877,5 km) bzw. kurzen Umlaufzeit von unter 225 min verwendet, wohingegen SDP4 für Orbits mit Umlaufzeiten über 225 min verwendet wird, da hier der Einfluss des Drag abnimmt und somit vereinfachte Modelle dafür benutzt werden.

Die Bahnsimulationen und deren Ergebnisse, die in diesem Teil gezeigt werden wurden mit [32] erstellt. Dabei handelt es sich um eine in Java geschriebene Astrodynamik Bibliothek zur einfachen Simulation von u.a. Orbits.

2.10.3.1 Vergleich Kepler und SGP4

Für einen ersten einfachen Vergleich zwischen einem Keplerorbit und einem mit SGP4 simulierten Orbit, wird der Satellit Starlink-1008 für eine volle Umlaufzeit einmal als Keplerorbit und einmal mit SGP4 simuliert. Die orbitalen Parameter für Starlink-1008 sind in Tabelle 2.2 dargestellt.

Die Abbildung 2.14 zeigt die Bodenspur der beiden propagierten Orbits, einmal Kepler in blau und SGP4 in rot. Der Versatz zwischen Start- und Endpunkt des Orbits ist durch die Rotation der Erde zu erklären. Es ist zu erkennen, dass die beiden Orbits bereits während des ersten Umlaufs auseinanderlaufen. Die tatsächliche Distanz zwischen den Punkten der beiden simulierten Orbits ist in Abbildung 2.15 dargestellt. Man sieht, dass die beiden simulierten Orbits bereits nach wenigen Minuten mehrere Kilometer Differenz aufweisen bis hin zu knapp 70 km nach einem vollständigen Umlauf. Damit lässt sich wie zu erwarten war bereits jetzt festhalten, dass Keplerorbits nicht für langfristige Simulationen von Satellitenbahnen geeignet sind, wenn es um die Genauigkeit der Vorhersage geht.

Um den Einfluss der Orbithöhe auf den Unterschied zwischen Kepler und SGP4 zu untersuchen wurden Orbits startend mit einer Orbithöhe von 300 km in 200 km Schritten bis hin zu 25000 km Orbithöhe simuliert und für diese ebenfalls nach einem Orbit die Differenz zwischen Kepler und SGP4 bestimmt. Die Differenz zwischen Kepler und SGP4 gegen die Orbithöhe ist in Abbildung 2.16 geplottet. Die Differenz zwischen Kepler und SGP4 nimmt mit steigender Orbithöhe ab, was ebenfalls zu erwarten war, da die großen Bahnstörungen wie Drag und J_2 mit der Orbithöhe ebenfalls abnehmen, siehe Abbildung 2.13. Allerdings bleibt auch in hohen Orbithöhen eine Differenz erhalten, die hier mit vernachlässigbarem Drag hauptsächlich von gravitativen Einflüssen (J_2 , Sonne, Mond) und Strahlungsdruck bestimmt werden.

Als letzte Simulation zur Betrachtung Kepler vs SGP4 wurde betrachtet wie weit in die Zukunft Keplerorbits als Vorhersage für Detektoren dienen können, um eine Detektion vom gewünschten Zielobjekt zu ermöglichen. Dazu wurde eine Field of View (FoV) Detektor mit einem FoV von $\pm 45^\circ$ simuliert und der Detektor nur während der Zeit eines vom Keplerorbit vorhergesagten Beobachtungszeitraums eingeschaltet. Der FoV Detektor mit einem Beispielorbit ist in Abbildung 2.17 dargestellt.

Der Detektor wurde in einer Simulation über 30 Tage entsprechend den vorhergesagten Detektionszeiträumen des Keplerorbits eingeschaltet. Im Gleichen Zeitraum wurde der Satellit ebenfalls als SGP4-Orbit simuliert um zu überprüfen, wie oft, wie weit in die Zukunft und wie lange pro



Abbildung 2.14: Plot der Bodenspur von Starlink-1008 für einen Orbit propagiert als Keplerorbit (blau) und SGP4-orbit (rot).

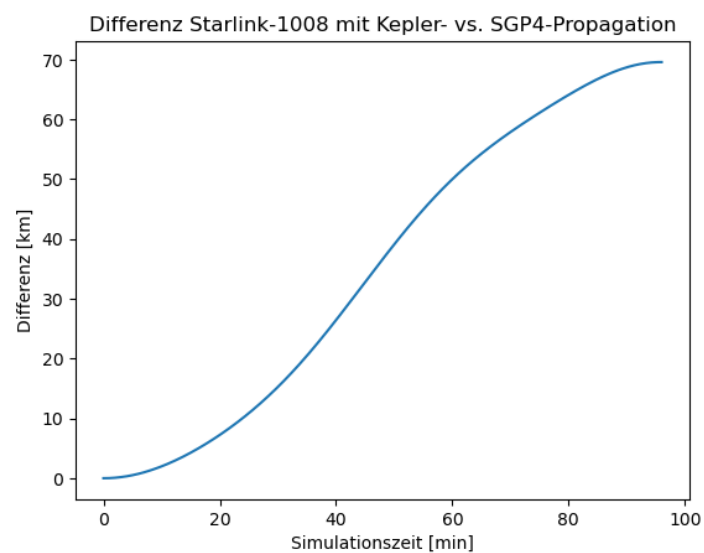


Abbildung 2.15: Berechnete Differenz zwischen dem simulierten Keplerorbit und SGP4-orbit von Starlink-1008 für einen Orbit. Dargestellt ist die Differenz in km gegenüber der Simulationszeit in min.

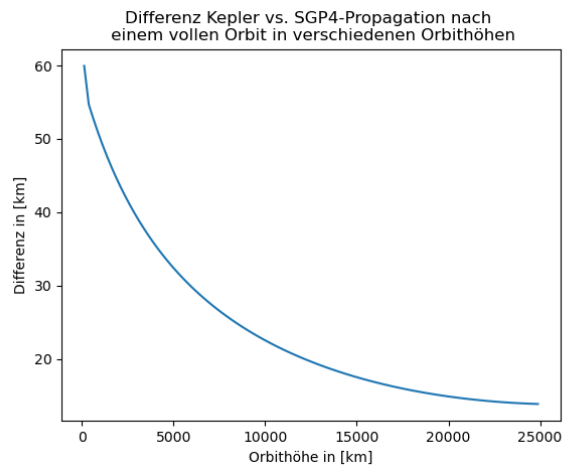


Abbildung 2.16: Berechnete Differenz zwischen den simulierten Keplerorbits und SGP4-orbits mit Orbithöhen von 300 km bis 25000 km in 200 km Schritten. Dargestellt ist die Differenz nach einem Orbit in km gegenüber der Orbithöhe in km.

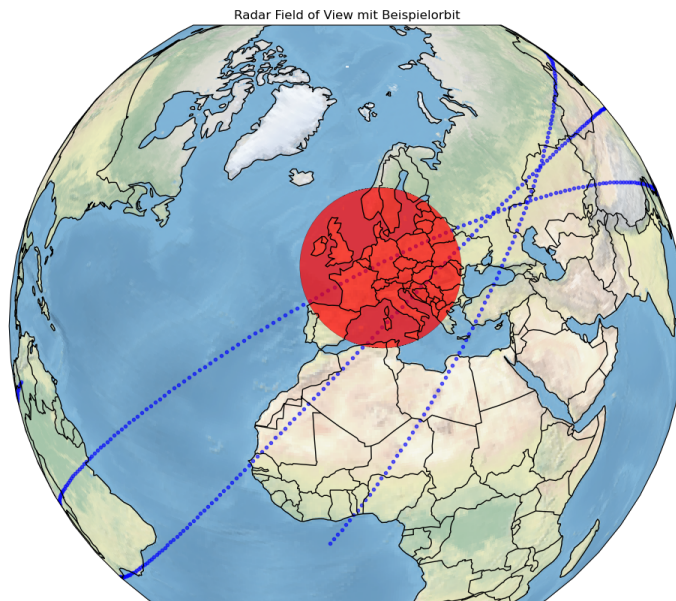


Abbildung 2.17: Field of View eines simulierten Detektors in rot dargestellt mit einem Beispielorbit in blau, im Fall der Überschneidung kommt es zur Detektion.

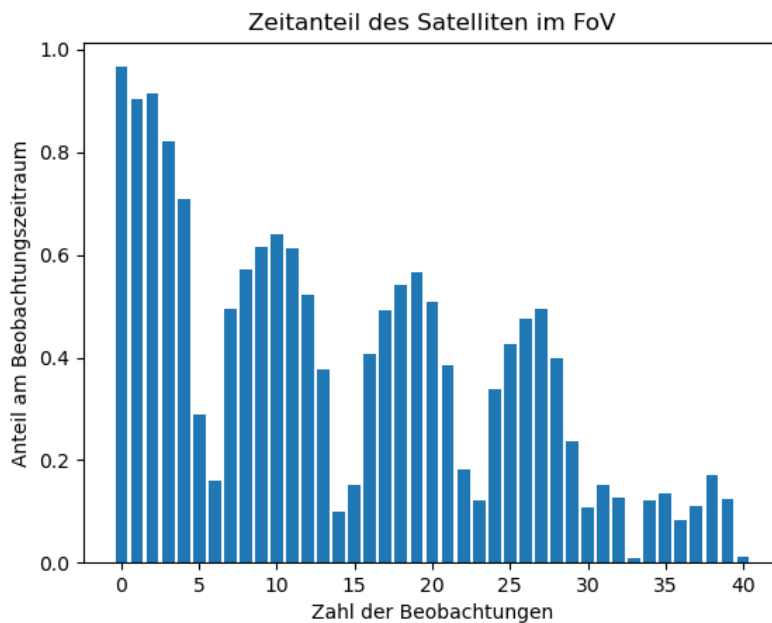


Abbildung 2.18: Field of View eines simulierten Detektors in rot dargestellt mit einem Beispielorbit in blau, im Fall der Überschneidung kommt es zur Detektion.

festgelegtem Detektionszeitraum der SGP4-propagierte Satellit tatsächlich detektiert werden konnte. Diese Simulation wurde für verschiedene Orbits durchgeführt und ein typisches Ergebnis für einen Satelliten im Low Earth orbit (LEO) ist dargestellt in Abbildung 2.18. Man sieht, dass der Anteil des Satelliten an den vorhergesagten Beobachtungszeiträumen von anfangs 90% auf unter 20% fällt. Dazu kommt es nach nur wenigen Tagen zu keiner Detektion mehr im vorhergesagten Zeitraum. Das bedeutet, dass der SGP4-Orbit und Keplerorbit soweit abweichen, dass der Satellit nicht mehr das FoV während des vorhergesagten Beobachtungszeitraums durchquert. Das Ergebnis dass die Vorhersage des Keplerorbits nach wenigen Tagen nicht mehr nützlich ist, um den Satelliten zu detektieren gilt für alle hier simulierten Orbits und kann somit als Fazit gezogen werden.

2.11 Fragmentationen (AP4400)

2.11.1 Einleitung

Das United Nations Office for Outer Space Affairs (UNOOSA) hat einen bemerkenswerten Anstieg der Anzahl der Satelliten, die die Erde umkreisen, festgestellt, wobei die Gesamtzahl im Oktober 2023 10.000 erreicht hat. Davon sind etwa 5.000 Satelliten derzeit betriebsbereit und spielen eine wesentliche Rolle in verschiedenen Aspekten des modernen Lebens [36][37]. Sie unterstützen die globale Kommunikation, bieten präzise Navigation über GPS, überwachen Wetterbedingungen, führen wissenschaftliche Untersuchungen durch und liefern wichtige Informationen für die Katastrophenreaktion und Umweltüberwachung. Allerdings geht die schnelle Ausweitung des Satelliteneinsatzes nicht ohne erhebliche Konsequenzen vonstatten. Der bloße Akt des Starts von Satelliten in die Umlaufbahn kann Kollateralschäden in der nahen Weltraumumgebung verursachen. Jeder Raketenstart bringt nicht nur den Satelliten selbst, sondern auch die letzte Stufe der Rakete und verschiedene zugehörige Komponenten ins All. Sobald diese Objekte ihre beabsichtigten Zwecke erfüllt haben, werden sie häufig obsolet und tragen zum wachsenden Problem des orbitalen Schrotts bei. Dieser Schrott ist ein großes Anliegen für Raumfahrtagenturen und Betreiber, da er sowohl aktive Satelliten als auch bemannte Missionen, einschließlich der Internationalen Raumstation (ISS), bedroht. Das Problem des Weltraumschrotts ist vielschichtig. Am Ende ihrer Betriebslebensdauer zerfallen Satelliten oft aufgrund von Kollisionen

oder natürlichem Verfall in unzählige Fragmente und reißen sich in die Reihen dieses Schrotts ein. Darüber hinaus verschärft die absichtliche Zerstörung von Satelliten – oft aus Sicherheitsgründen oder im Rahmen von Anti-Satelliten-Tests (ASAT) – das Problem weiter. Solche Tests sind zunehmend verbreitet, da Nationen versuchen, ihre Fähigkeiten in der Weltraumkriegsführung unter Beweis zu stellen, was zu erheblichen Mengen an Schrott führt, der jahrelang oder sogar jahrzehntelang in der Umlaufbahn verbleiben kann.

Da die Anzahl der Objekte im Weltraum weiterhin wächst, steigt auch die Wahrscheinlichkeit von unabsichtlichen Kollisionen zwischen Satelliten. Die Dynamik der orbitalen Mechanik besagt, dass selbst kleine Zunahmen der Anzahl von Satelliten zu exponentiellen Anstiegen des Kollisionsrisikos führen können. Dies ist besonders besorgniserregend in der niedrigen Erdumlaufbahn (LEO), wo viele Satelliten betrieben werden und wo sich die Umlaufbahnen häufig überschneiden. Die potenziellen Folgen dieser Kollisionen können verheerend sein, da sie bei einem Zusammenstoß erhebliche Energie freisetzen können, was oft zur Fragmentierung beider kollidierenden Objekte in tausende kleinere Trümmerstücke führt. Kollisionsevents können in zwei Haupttypen kategorisiert werden.

Die erste Kategorie umfasst eine große Satellitenkollision mit einem relativ größeren Projektil, oft das Ergebnis von ASAT-Tests oder Satellitenfehlfunktionen. Bedeutende Beispiele dieser Kategorie sind der ASAT-Test von Cosmos 1402 am 15. November 2021, bei den Koordinaten 62.93N und 40.58E in einer Höhe von 480 km [38][39][40][41]; der ASAT-Test von FENGYUN-1C am 11. Januar 2007, bei den Koordinaten 98.64N und 94.02E in einer Höhe von 860 km [42][43][44]; und der ASAT-Test von MICROSAT-R am 27. März 2019, bei den Koordinaten 17.68N und 87.65E in einer Höhe von 272 km [45][46]. Diese Vorfälle können große Trümmerwolken erzeugen, die in der Umlaufbahn verweilen, das Risiko zukünftiger Kollisionen erhöhen und zu einem kaskadierenden Effekt führen, der als Kessler-Syndrom bekannt ist. Dieses Szenario deutet darauf hin, dass, wenn die Dichte der Objekte in der niedrigen Erdumlaufbahn ein kritisches Niveau erreicht, Kollisionen eine Kettenreaktion auslösen könnten, die noch mehr Trümmer erzeugt und bestimmte orbitale Regionen unbrauchbar macht.

Die zweite Kategorie umfasst Kollisionen zwischen zwei Satelliten ähnlicher Größe, die typischerweise aus Fehlkalkulationen, Nachverfolgungsfehlern oder Kommunikationsfehlern zwischen Satellitenbetreibern resultieren. Ein herausragendes Beispiel für diese Art von Kollision ist das Ereignis zwischen den Satelliten Cosmos 2251 und Iridium 33 am 10. Februar 2009, bei den Koordinaten 72.51N und 97.86E in einer Höhe von 776 km [47][48][49][50]. Diese Vorfälle unterstreichen die dringende Notwendigkeit, verbesserte Systeme zur Raumverkehrslenkung zu entwickeln und internationale Kooperationen zur Festlegung von Richtlinien und Protokollen zur Minderung von Kollisionsrisiken zu etablieren.

Da wir unsere Präsenz im Weltraum weiterhin ausbauen, wird es unverzichtbar, die Herausforderungen im Zusammenhang mit orbitalem Schrott und Kollisionsrisiken anzugehen. Dies erfordert einen umfassenden Ansatz, der die Entwicklung fortschrittlicher Nachverfolgungstechnologien, die Umsetzung von Maßnahmen zur Kollisionvermeidung und die Schaffung internationaler Politiken zur Reduzierung der Erzeugung von Weltraumschrott umfasst. Durch die Priorisierung nachhaltiger Praktiken und die Förderung der Zusammenarbeit zwischen weltraumfahrenden Nationen können wir darauf hinarbeiten, die Sicherheit unserer orbitalen Umgebung zu gewährleisten und sie für zukünftige Generationen der Erkundung, Innovation und wissenschaftlichen Entdeckung zu bewahren. Letztendlich geht die fortwährende Reise ins All nicht nur um technologischen Fortschritt; sie betrifft auch unsere Verantwortung, die Umwelt jenseits unseres Planeten zu schützen, um sicherzustellen, dass wir weiterhin die Möglichkeit haben, das Universum zu erkunden und davon zu profitieren, auch in den kommenden Jahren.

Dieser Bericht beschreibt das Fragmentierungsmodell für die Kollision von zwei Objekten im Weltraum. Die Masse und die Verteilung der Fragmentanzahl werden unter Verwendung des NASA-Zerfallsmodells bewertet [51][52][53][54][55][56]. Die Verteilung der orbitalen Parameter dieser Fragmente wird untersucht, indem das Modell mit TLE-Daten einen Monat nach dem Zerfall und den neuesten TLE-Daten verglichen wird, um Schlussfolgerungen über den Wiedereintritt dieser Fragmente zu ziehen. Die Geschwindigkeitsverteilungen dieser Fragmente werden berechnet, um Muster unter ihnen zu identifizieren, und ihre ungefähren Größen werden geschätzt. Im folgenden Abschnitt werden

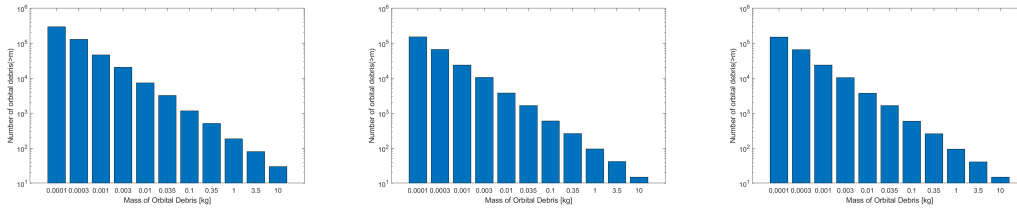


Abbildung 2.19: Masse vs. geschätzte Anzahl der Fragmente für COSMOS 1408, FENGYUNG1C und MICROSAT-R ASAT-Tests.

die Fragmente propagiert und mit einem Radarnetzwerk verfolgt, das aus einem Sender und vier Empfängern besteht. Der Tracking- und Fusionsalgorithmus wird in verschiedenen Szenarien bewertet. Die TLEs werden zurückpropagiert, um das Fragmentierungsereignis im Suchmodus zu beobachten, wobei dasselbe Radarnetzwerk verwendet wird, und für unterschiedliche Baselines und Suchvolumina bewertet.

2.11.2 Hypervelocity-Kollisionen

Eine Hypervelocity-Kollision wird definiert als eine Kollision, bei der die Geschwindigkeit des Eindringlings so hoch ist, dass seine kinetische Energie die Energie übersteigt, die bei der Detonation einer gleichwertigen Masse an hoch explosivem Material freigesetzt wird. Typischerweise liegt die relative Geschwindigkeit zwischen dem Ziel und dem Eindringling über 4 km/s, während diese Geschwindigkeit in niedriger Erdumlaufbahn auf etwa 10 km/s geschätzt wird. Die absichtliche Zerstörung eines Satelliten qualifiziert sich ebenfalls als Hypervelocity-Kollision. In solchen Fällen muss ein Projektil keinen explosiven Gefechtskopf tragen, da die Zerstörung durch den kinetischen Aufprall die Zerstörung übertrifft, die mit hoch explosiven Materialien erreicht werden könnte. Hypervelocity-Kollisionen können als katastrophal oder nicht-katastrophal klassifiziert werden. Bei einer katastrophalen Kollision werden sowohl das Ziel als auch der Eindringling zerstört, während bei einer nicht-katastrophalen Kollision der Eindringling zerstört wird, das Ziel jedoch beschädigt bleibt, ohne vollständig obliteriert zu werden.

Die empirische Formel, die die Anzahl der Fragmente (N) von Masse (m) oder größer beschreibt, die während einer katastrophalen Hypervelocity-Kollision ausgestoßen werden, lautet [51][52][53][54][55][56]:

$$N(> m) = K(m/M_e)^\eta \quad (2.24)$$

Wo M_e die Gesamtmasse der kollidierenden Objekte (Satellit und Eindringling) ist und für Raumfahrzeuge $K = 0.8$ und $\eta = 0.8$. Der obige Ausdruck erzeugt eine unendliche Anzahl sehr kleiner Fragmente und ist unrealistisch. Es gibt eine Grenze, bei der die Produktion kleiner Fragmente abnimmt. Es gibt nicht viele Daten zu dieser Größe, aber wir haben $m = 5$ mg in den Simulationen verwendet, da dies das kleinste Teilchen ist, das von den aktuellen Überwachungs-Sensoren erkannt werden kann. Die Anzahl der Fragmente, die als Funktion der Massendiskussion von den ASAT-Tests von Cosmos1408 (1750 kg), FENGYUN1C (750 kg) und MICROSAT-R (740 kg) ausgestoßen werden, ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

Die Größe der Fragmente mit der Masse (m) wird durch die Form und Dichte (ρ) des Materials beeinflusst. Um die Berechnungen zu vereinfachen, werden Fragmente approximiert, um kugelförmige, kubische und zylindrische Formen zu haben, obwohl dies möglicherweise nicht die genaueste Darstellung ist. Dennoch ermöglicht dieser Ansatz analytische Berechnungen und bietet eine grobe Schätzung der Größenverteilung der Fragmente. Das Material, das üblicherweise in Raumfahrzeugen verwendet wird, ist Aluminium, das eine Dichte von 2.700 kg/m^3 hat. Das Volumen (m/ρ) kann aus der Massendiskussion und der entsprechenden Größenverteilung berechnet werden, gegeben durch:

$$s = \frac{6 * (\text{Volumen}^{1/3}) + (0.75 * \text{Volumen}^{1/3}) + (\text{Volumen}/\pi)^{1/4}}{3} \quad (2.25)$$

Die kleineren Fragmente werden im Durchschnitt mit höheren Geschwindigkeiten als die größeren Fragmente ausgestoßen. Bei Größen über 100 mm werden die meisten Fragmente mit Geschwindigkeiten unter 250 km/s ausgestoßen. Die empirische Formel, die die Modell-Ausstossgeschwindigkeit (ΔV) in Beziehung zur Fragmentgröße setzt, lautet:

$$\log(\Delta V) = 1.4856 - 0.804 \log(s) - 0.0676(\log(s))^2 \quad (2.26)$$

Die Fragmente, die aus Kollisionen ausgestoßen werden, nehmen neue Umlaufbahnen an, abhängig von der Größe und Richtung der Ausstoßgeschwindigkeit (ΔV) relativ zum Geschwindigkeitsvektor zum Zeitpunkt der Kollision. Die Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Umlaufbahn beeinflusst die Form und Größe der neuen Umlaufbahn. Wenn die Geschwindigkeitskomponente mit der orbitalen Richtung übereinstimmt, erhöht sich die Größe der Umlaufbahn; umgekehrt verringert sich die Größe der Umlaufbahn, wenn sie der orbitalen Richtung entgegenwirkt. Die Umlaufbahnelemente können unter Verwendung der Hohmann-Transferorbit-Gleichungen geschätzt werden [57][10]:

$$\text{Semimajor axis}(a) = \frac{\mu}{v^2 \pm 2v\Delta V} \quad (2.27)$$

$$\text{Perigee}(P) = \text{altitude of the satellite.} \quad (2.28)$$

$$\text{Eccentricity}(e) = 1 - \frac{P}{a} \quad (2.29)$$

$$\text{Apogee}(A) = a(1 \pm e) \quad (2.30)$$

$$\text{Orbital period}(T) = 2\pi \left(\frac{a^3}{\mu} \right)^{1/3} \quad (2.31)$$

John Gabbard entwickelte ein Diagramm, das die Veränderungen der orbitalen Eigenschaften effektiv veranschaulicht, bekannt als das Gabbard-Diagramm [58][59][60][56]. Dieses Streudiagramm stellt die Beziehung zwischen Höhe (Altitude) und orbitaler Periode dar und zeigt, wie diese beiden Parameter für verschiedene orbitale Konfigurationen interagieren. Im Diagramm werden das Apogäum (der höchste Punkt einer Umlaufbahn) und das Perigäum (der niedrigste Punkt) der ausgestoßenen Fragmente als distinct Punkte dargestellt. Die Gabbard-Diagramme zeigen charakteristische Merkmale für verschiedene Arten von Umlaufbahnen – kreisförmig, nahezu kreisförmig, elliptisch und stark elliptisch – basierend auf dem Standort der Fragmentierung innerhalb der Umlaufbahn. Diese Diagramme sind besonders nützlich zur Verfolgung des orbitalen Verfalls von Schrottfragmenten.

Wenn eine Kollision in einer ausreichend niedrigen Höhe auftritt, können einige Fragmente in die entgegengesetzte Richtung zur ursprünglichen Bewegung ausgestoßen werden. Diese Fragmente können in Umlaufbahnen gezwungen werden, deren Perigäum unter die Erdoberfläche sinkt, was dazu führt, dass ihr atmosphärischer Eintritt in weniger als der Hälfte ihrer orbitalen Periode erfolgt. Die meisten dieser ausgestoßenen Fragmente tendieren dazu, kleiner in der Masse zu sein, wie in Abbildung 2.2 dargestellt, und sie verbrennen typischerweise beim Wiedereintritt in die Atmosphäre. Schwerere Fragmente, die das Potenzial haben, einen Teil ihrer Masse auf der Erdoberfläche abzulegen, sind in der Regel die letzten, die verfallen, aufgrund der Auswirkungen des atmosphärischen Widerstands. Es ist wichtig zu beachten, dass es nicht unbedingt erforderlich ist, dass ein Fragment ein negatives Perigäum hat, um innerhalb einer einzigen Umlaufbahn in die Atmosphäre wieder einzutreten. Jedes Fragment mit einem Perigäum von weniger als etwa 100 km wird erheblichen Widerstand erfahren, was verhindert, dass es sein Apogäum erreicht, und zu einem Abstieg in weniger als einer orbitalen Periode führt. Fragmente, die sich in höheren Höhen befinden, verlieren allmählich Energie, hauptsächlich an ihrem Perigäum, was anschließend die Höhe ihres Apogäums verringert. Interessanterweise verringert sich die Apogäums-Höhe erheblich, während sich die Perigäums-Höhe bis zum Annähern des Apogäums an das Perigäum viel weniger ändert. Dieses Phänomen wird im Gabbard-Diagramm als eine hängende Kurve des Apogäumsplots auf der linken Seite des Diagramms visuell dargestellt. Darüber hinaus erfahren Fragmente, die in höhere Umlaufbahnen ausgestoßen werden, einen langsameren Zirkularisierungsprozess und können Jahrzehnte in der Umlaufbahn bleiben, bevor sie in die Atmosphäre zurückkehren, wobei die

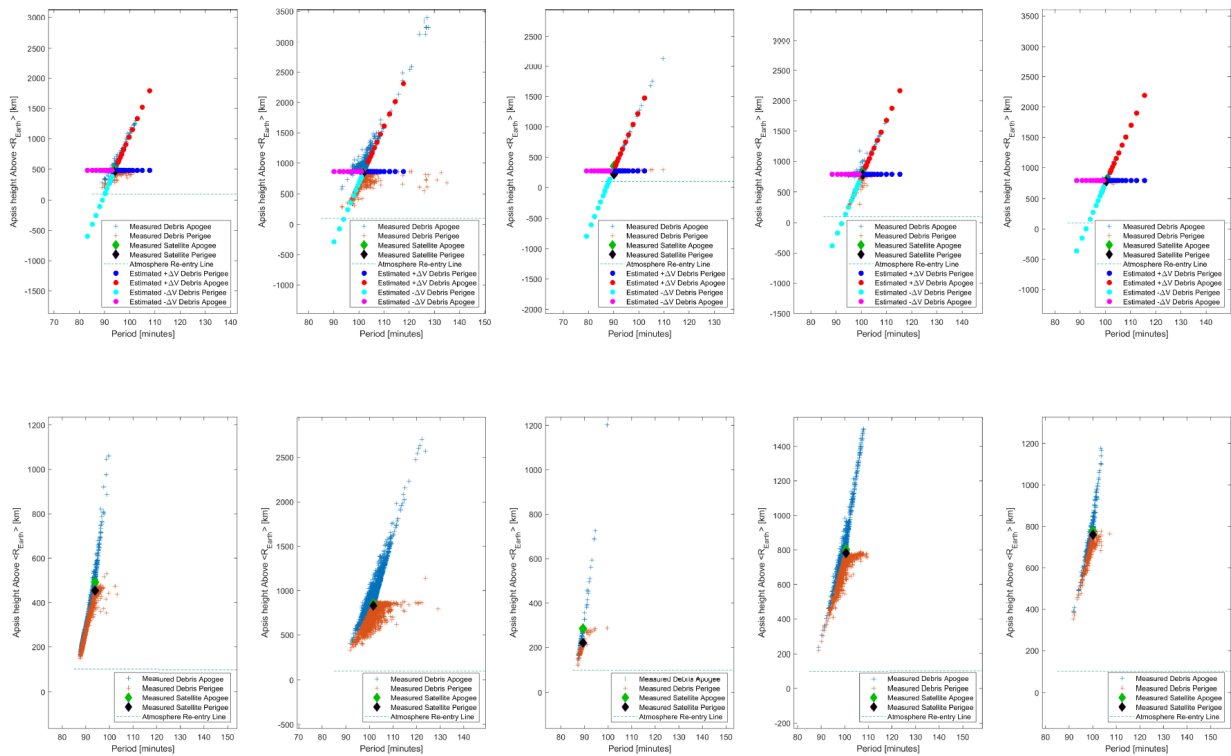


Abbildung 2.20: Gabbard-Diagramme und geschätzte ΔV -Modellanpassung für die initialen TLE-Daten nach dem Fragmentierungsevent und (darunter) Gabbard-Diagramme für die neuesten TLE-Daten von COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmenten.

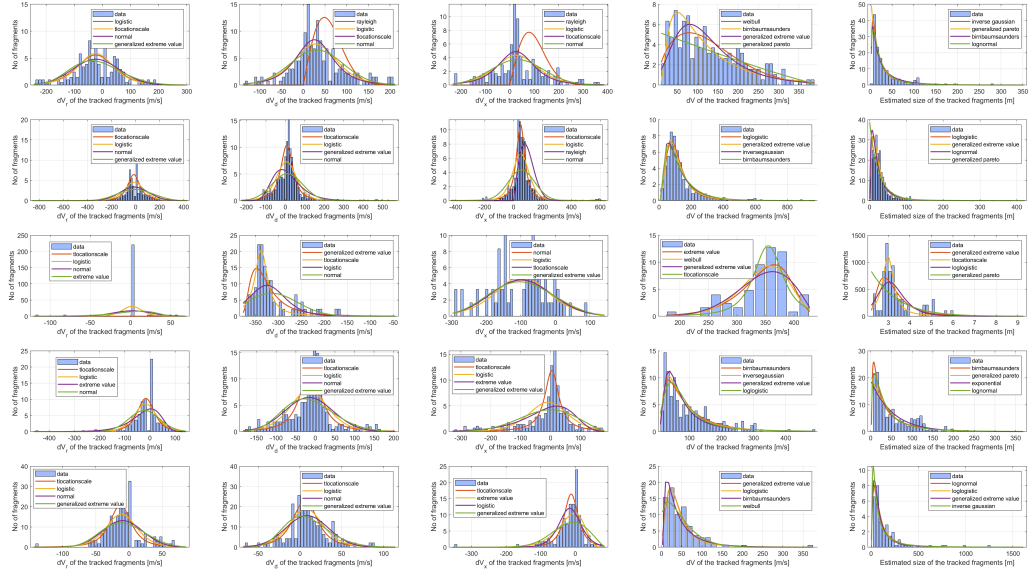


Abbildung 2.21: Geschwindigkeitsperturbationen und Größenabschätzung aus den TLE-Daten von COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmenten.

Dauer von der Höhe abhängt, in der die Kollision stattfand. Dieser verzögerte Wiedereintritt verdeutlicht die langfristigen Auswirkungen von Weltraumschrott und die Bedeutung des Verständnisses orbitaler Dynamik für das Management der Nachhaltigkeit von Weltraumaktivitäten. Die Gabbard-Plots der Fragmente aus den neuesten TLE-Daten sind in der zweiten Reihe von Abbildung 2.2 dargestellt.

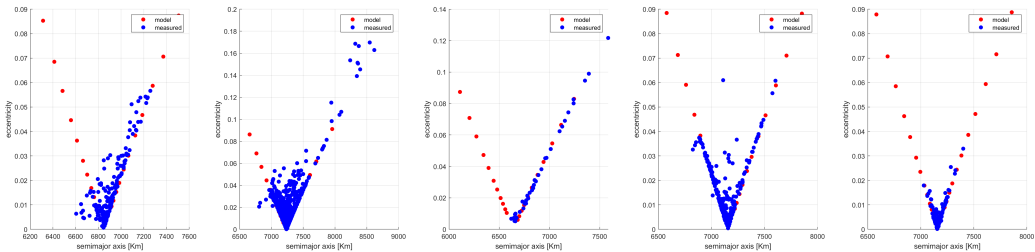


Abbildung 2.22: Modelle und gemessene Plots für die große Halbachse vs. Exzentrizität für COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmente.

Die genauen Geschwindigkeitsstörungen, die den Fragmenten bei einem Zerschlagereignis aufgeprägt werden, werden im lokalen trägheitsbezugssystem des fragmentierenden Satelliten zum Zeitpunkt des Zerbruchs geschätzt. Dieses System kann aus dem geozentrisch-äquatorialen System durch: Rotation um einen Winkel Ω um die z -Achse, Rotation um einen Winkel i um die Knotenlinie und Translation des Koordinatenursprungs bis zur Satellitenposition erhalten werden. In diesem Koordinatensystem werden die drei orthogonalen Richtungen definiert durch: lokale vertikale oder radiale Richtung vom Erdmittelpunkt r , die lokale tangentielle Richtung in der Ebene der Umlaufbahn oder die Abwärtsrichtung d und die transverse Richtung entlang des orbitalen Drehimpulsvektors des Satelliten oder die Quer-Richtung x . In diesem Koordinatensystem hat die Geschwindigkeit v des Elternteils die Komponenten $(v_r, v_d, 0)$. Aus der elementaren orbitalen Mechanik haben wir [60][61]:

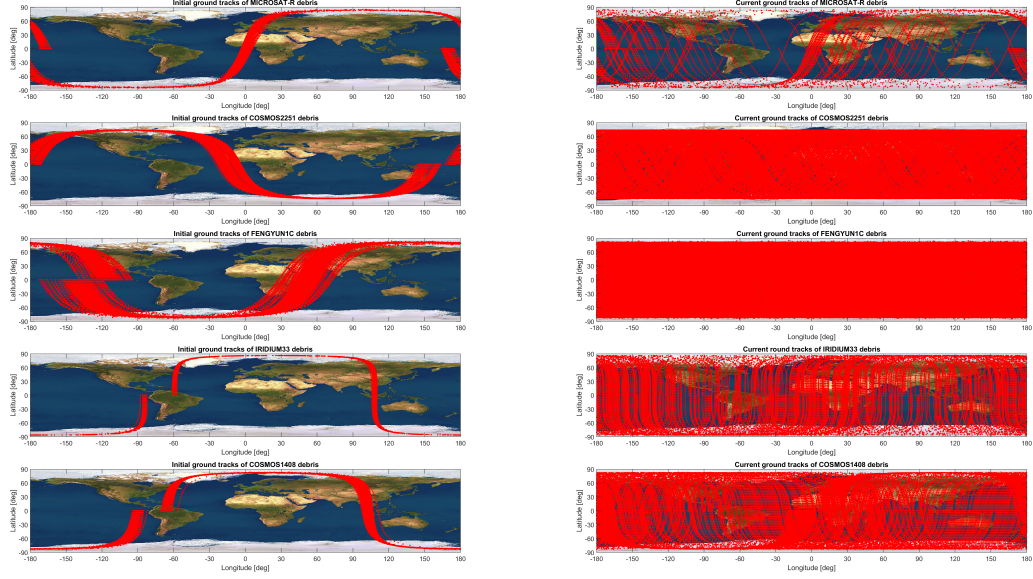


Abbildung 2.23: Ursprüngliche und gegenwärtige Bodenbahnen von COSMOS 1408, FENGYUNG1C, MICROSAT-R, COSMOS 2251 und Iridium 33 Fragmenten.

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (2.32)$$

$$v_d = \frac{1}{r} \sqrt{\mu a (1 - e^2)} \quad (2.33)$$

$$v_r = \pm \sqrt{v^2 - v_d^2} \quad (2.34)$$

wobei r der radiale Abstand vom Erdmittelpunkt ist. Im obigen Ausdruck entspricht das ”+Zeichen dem aufsteigenden Modus des Satelliten (wahre Anomalie $\theta < \pi$) und das ”-Zeichen dem absteigenden Modus ($\theta > \pi$). Ein Fragment mit Geschwindigkeitsstörung dv hat die Komponenten $(v_r + dv_r, v_d + dv_d, dv_x)$. Die genaue Lösung der gewünschten Geschwindigkeitsstörung der Fragmente wird gegeben durch [60][61]:

$$dv_r = \pm \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a'} \right) - \frac{\mu}{r^2} a' (1 - e'^2)} - v_r \quad (2.35)$$

$$dv_d = \frac{\cos \xi}{r} \sqrt{\mu a' (1 - e'^2)} - v_d \quad (2.36)$$

$$dv_x = \frac{\sin \xi}{r} \sqrt{\mu a' (1 - e'^2)} \quad (2.37)$$

wobei a' und e' die große Halbachse und die Exzentrizität der Umlaufbahn des Fragmentes darstellen. Im obigen Ausdruck entspricht das ”+Zeichen dem aufsteigenden Modus des Fragmentes (wahre Anomalie $\theta' < \pi$) und das ”-Zeichen dem absteigenden Modus ($\theta' > \pi$). Der Winkel der Bahnänderung ξ kann als Funktion der Neigungen i und i' der Umlaufbahnen des Satelliten und des Fragmentes sowie λ , der Breite des Zerbruchpunkts, ausgedrückt werden, gegeben durch [60][61]:

$$\xi = \pm \cos^{-1} \frac{\cos i \cos i' + \sqrt{\cos^2 \lambda - \cos^2 i} \sqrt{\cos^2 \lambda - \cos^2 i'}}{\cos^2 \lambda} \quad (2.38)$$

Das ”+Zeichen zeigt an, dass $i' > i$ (südliche Umlaufbahnen), während das ”–Zeichen $i' < i$ darstellt (nördliche Umlaufbahnen). Die Geschwindigkeitsstörungen, die aus den TLEs der Fragmente abgeleitet wurden, die während der ASAT-Tests von COSMOS1408, FENGYUNG-1C, MICROSAT-R und der Kollision zwischen Cosmos2251 und Iridium33 erzeugt wurden, sind in Abbildung 2.3 dargestellt. Eine Anpassung der vier besten Wahrscheinlichkeitsverteilungen an diese Datensätze zeigt, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion (pdf), die die Geschwindigkeits- und Größenabschätzungen am genauesten darstellt, geplottet ist. Es ist offensichtlich, dass die Geschwindigkeits- und Größenverteilungen aus allen Fragmentierungsereignissen denselben Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen entsprechen. Das Modell wird mit einem Plot der großen Halbachse vs. Exzentrizität verglichen, und die Daten aus den TLEs liegen innerhalb der vom Modell geschätzten Grenzen, wie in Abbildung 2.4 dargestellt. Abbildung 2.5 zeigt die initialen und aktuellen Bodenverläufe der Fragmente und zeigt, dass die Fragmente anfangs in einem Cluster reisen, sich aber im Laufe der Zeit internen Kollisionen und anderen Störungen unterziehen, was zu Änderungen ihrer orbitalen Parameter führt.

2.11.3 Fragmentations-Detektion und Tracking

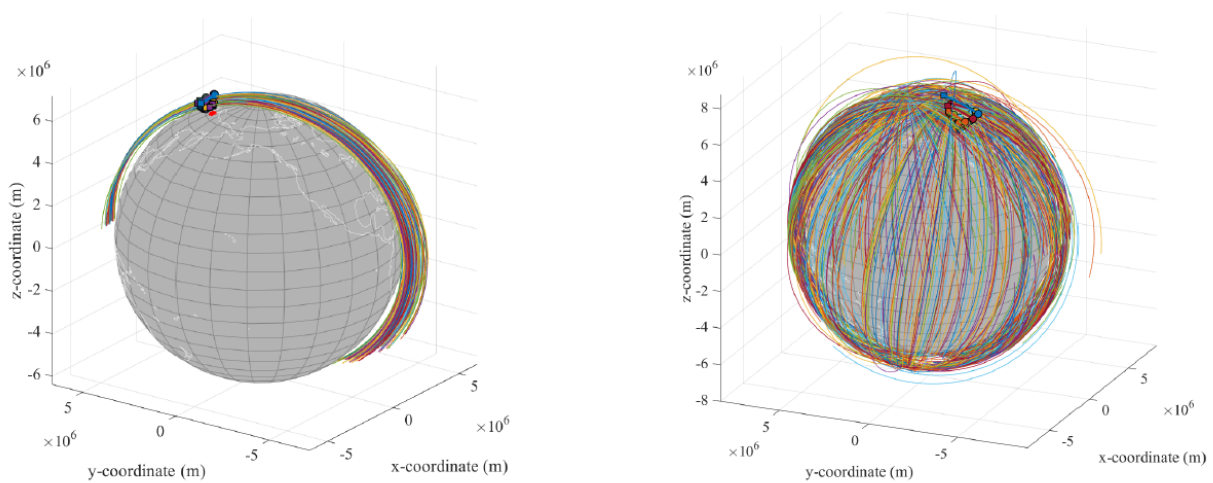


Abbildung 2.24: Trümmerfragmente von COSMOS 1408 und FENGYUNG 1C, die einen Monat nach dem Fragmentierungsereignis aufgezeichnet wurden.

Die TLEs, die einen Monat nach dem Fragmentierungsereignis generiert wurden, werden propagiert und analysiert, indem ein Radarnetzwerk mit einem Tx/Rx und drei Rx verwendet wird. Die Fragmente des Cosmos 1408- und FENGYUNG-1C-Ereignisses werden propagiert, wie in Abbildung 2.6 dargestellt. Die Trümmerwolke nach dem Fragmentierungsereignis kann entweder im Such- oder im Verfolgemodus beobachtet werden. Im Verfolgemodus nehmen wir an, dass alle Fragmente, die durch den Radarstrahl passieren, detektiert werden. Der maximale Off-Broadside-Winkel des Empfängers ist auf 60 Grad eingestellt. Im Suchmodus wird ein Suchvolumen definiert, und die Objekte innerhalb des Suchvolumens werden durch Umschalten eines Rx-Strahls von 10 Grad detektiert. Das SNR eines Signalpfades im Zielverfolgungsmodus ist gegeben durch [62]:

$$\text{SNR}_{\text{track}} = \frac{P_{\text{avg}} T_d G_t G_r \lambda^2 \sigma_b}{(4\pi)^3 R_t^2 R_r^2 k T_0 F L_s} \approx \left(\frac{P_{\text{avg}} T_d A_t A_r \sigma_b}{4\pi \lambda^2 R_t^2 R_r^2 k T_0} \right); \quad (2.39)$$

wobei $\text{SNR}_{\text{track}}$ das Signal-Rausch-Verhältnis im Zielverfolgungsmodus ist, P_{avg} die durchschnittliche Sendeleistung, T_d die Dauer des Pulses, G_t und G_r die Verstärkung der sendenden bzw. empfangenden Antenne, λ die Wellenlänge des Signals, σ_b die Radarquerschnittsfläche des Ziels, R_t und R_r die Reichweite zum Ziel vom Sender und Empfänger, T_0 die Standardtemperatur (typischerweise 270K), F die Rauschzahl des Empfängers und L_s die Systemverluste.

Für den Suchmodus haben wir [62]:

$$\text{SNR}_{\text{search}} = \frac{P_{\text{avg}} A_r \sigma_b T_{\text{sur}}}{4\pi R_t^2 R_r^2 k T_0 F L_s \Omega_{\text{sur}}} \approx \left(\frac{P_{\text{avg}} A_r \sigma_b T_d}{4\pi R_t^2 R_r^2 k T_0 \theta_3 \phi_3} \right); \quad (2.40)$$

Zusätzlich wird die folgende Beziehung für die Transformation verwendet:

$$\frac{T_{\text{sur}}}{\Omega_{\text{sur}}} = \frac{M T_d}{M \theta_3 \phi_3} = \frac{T_d}{\theta_3 \phi_3} \quad (2.41)$$

wobei M die Anzahl der Scan-Positionen ist, die erforderlich sind, um den festen Winkel σ_{sur} mit einem Strahl von Strahlbreite θ_3 in der Azimut- und θ_3 in der Elevation zu durchsuchen. Die Schätzungen der Zielparameter sind immer fehlerbehaftet. Der Messfehler wird durch die Fehlerkovarianzmatrix beschrieben. Die Varianzen der Schätzungen der Zielentfernung und der Einfallswinkel werden gemäß den Gleichungen 2.18 und 2.19 bestimmt [62]:

$$\sigma_u = \sigma_v = \sigma_{\theta, \min} = \frac{\theta_3}{1.61 \sqrt{2\text{SNR}}} \quad (2.42)$$

$$\sigma_r = \frac{c \cdot \sigma_{td, \min}}{2} \quad (2.43)$$

$$\sigma_{td, \min} = \frac{1}{1.81 B \sqrt{2\text{SNR}}} \quad (2.44)$$

Die rauschbehaftete Reichweite und die Ankunftsrichtung (DOA) an den Empfängern sind gegeben durch:

$$R_{R_{xnoisy}} = R_r + \sigma_R * \text{randn} \quad (2.45)$$

$$u_{R_{xnoisy}} = u_{R_x} + \sigma_\theta * \text{randn} \quad (2.46)$$

$$v_{R_{xnoisy}} = v_{R_x} + \sigma_\theta * \text{randn} \quad (2.47)$$

Um mehrere Empfänger zu verfolgen und dann zu fusionieren, müssen die Messdaten aus verschiedenen Empfangspfaden zuerst in ein gemeinsames Koordinatensystem transformiert werden. Dies beinhaltet die Verknüpfung zweier Transformationen. Zunächst werden die Messungen von sphärischen Koordinaten in kartesische Koordinaten umgewandelt. Anschließend werden die Messdaten aus einem lokalen Radar-Koordinatensystem (ENU) in ein gemeinsames ECEF-Koordinatensystem transformiert.

2.11.3.1 Einführung und Notationen

Ein Zufälliges endliches Set (Random finite set (RFS)) ist eine Zufallsvariable mit endlichem Setzwert, d.h. es besteht aus einer zufälligen Anzahl von Punkten, die ungeordnet sind und deren individuelle Zustände zufällig sind (in der Regel zufällige Vektoren). Anstelle eines einzelnen Zielzustandsvektors $x \in \mathbb{X}$ wird somit ein endliches Set von Zustandsvektoren $X \subset \mathbb{X}$ im Bayes'schen Multi-Ziel-Filter verwendet. Wenn der vorherige Multi-Ziel-Zustand gemäß $\pi(\cdot)$ verteilt ist, wird der nachfolgende Multi-Ziel-Zustand gegeben durch [63][64][65]:

$$\pi(X|Z) = \frac{g(Z|X)\pi(X)}{\int g(Z|X)\pi(X)\delta X} \quad (2.48)$$

wobei das Integral im Nenner ein Mengenintegral ist, das definiert ist durch:

$$\int f(X)\delta X = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} \int_{\mathbb{X}^i} f(\{x_1, \dots, x_i\}) d(x_1, \dots, x_i). \quad (2.49)$$

Die Multi-Ziel-Nachverteilung enthält alle Informationen über die Anzahl der Ziele und deren aktuellen Zustände, gegeben die aktuelle Menge von Messungen $Z \subset \mathbb{Z}$. Die Multi-Ziel-Wahrscheinlichkeitsfunktion $g(Z/X)$ modelliert den Messprozess des Sensors. Neben dem Messrauschen

berücksichtigt $g(Z/X)$ die Unsicherheit bei der Detektion und Datenzuordnung sowie Unrat oder Fehlalarme im folgenden Sinne. Gegeben einen Multi-Ziel-Zustand X wird die Messmenge Z durch Erzeugen von Detektionen und Unrat erhalten. Jeder Zustand $x \in X$ wird mit einer Wahrscheinlichkeit $p_D(x)$ detektiert und, unter der Bedingung der Detektion, erzeugt er eine Messung $z \in Z$ gemäß der Einzelziel-Wahrscheinlichkeitsfunktion $g(z/x)$, während Unrat angenommen wird, einem Poisson-Prozess mit Intensitätsfunktion $\kappa(\cdot)$ zu folgen, die auf Z definiert ist. Somit ist $g(Z/X)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte für eine bedingte Beobachtung und wird vollständig parametrisiert durch p_D , $g(z/x)$ und κ . Um die Multi-Ziel-Nachverteilung mit der nächsten Menge von Messungen zu aktualisieren, wird die Verteilung auf den Zeitpunkt der nächsten Beobachtung unter Verwendung der Multi-Ziel-Chapman-Kolmogorov-Gleichung vorhergesagt [63][66]:

$$\pi_+(X_+) = \int f(X_+|X)\pi(X)\delta X. \quad (2.50)$$

Die Multi-Ziel-Markov-Übergangsdichte $f(X_+|X)$ modelliert die Evolution des Multi-Ziel-Zustands und integriert die Bewegung der Objekte zusätzlich zu Zielgeburten und -sterben im folgenden Sinne. Gegeben einen Multi-Ziel-Zustand X wird die vorhergesagte Menge X_+ durch die Erzeugung von Überlebenden und Geburten erhalten. Jeder Zustand $x \in X$ überlebt oder besteht mit einer Wahrscheinlichkeit $p_S(x)$, und unter der Bedingung des Überlebens wechselt er zu einem neuen Zustand $x_+ \in X_+$ gemäß dem Einzelziel-Übergang $f(x_+|x)$, während Geburten angenommen werden, einem Multi-Bernoulli-Prozess π_B zu folgen, der durch eine Menge von Geburtswahrscheinlichkeiten und anfänglichen Bahnen $\{r_B^{(l)}, p_B^{(l)}(x)\}$ spezifiziert ist. Somit ist $f(X_+|X)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte eines Übergangs und wird vollständig parametrisiert durch p_S , $f(x_+|x)$ und π_B .

In den weiteren Abschnitten werden Einzelzielzustände durch Kleinbuchstaben (z.B. x) und Multi-Zielzustände durch Großbuchstaben (z.B. X) bezeichnet. Um beschriftete Zustände und Verteilungen von unbeschrifteten zu unterscheiden, werden fettgedruckte Buchstaben für beschriftete verwendet (z.B. $\mathbf{x}, \mathbf{X}, \pi$). Zusätzlich stellen die schwarzboardfetten Buchstaben Räume dar, z.B. wird der Zustandsraum durch X und der Messraum durch Z dargestellt. Die Sammlung aller endlichen Teilmengen von X wird durch $\mathcal{F}(X)$ bezeichnet, und $\mathcal{F}_n(X)$ bezeichnet alle endlichen Teilmengen mit genau n Elementen. Zur Notationsvereinfachung werden im gesamten Dokument mehrere Abkürzungen verwendet. Das innere Produkt wird durch folgendes dargestellt:

$$\langle f, g \rangle \triangleq \int f(x)g(x)dx. \quad (2.51)$$

Wir verwenden die Multi-Objekt-Exponentialnotation wie folgt:

$$h^X \triangleq \prod_{x \in X} h(x) \quad (2.52)$$

für reellwertige Funktionen h , wobei $h^\emptyset = 1$ aus Konvention. Um beliebige Argumente wie Mengen, Vektoren und ganze Zahlen zu unterstützen, wird die verallgemeinerte Kronecker-Delta-Funktion gegeben durch:

$$\delta_Y(X) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{if } X = Y \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.53)$$

und die Einschlussfunktion wird gegeben durch:

$$1_Y(X) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{if } X \subseteq Y \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.54)$$

Wenn X ein Singleton ist, d.h. $X = \{x\}$, wird die Notation $1_Y(x)$ anstelle von $1_Y(\{x\})$ verwendet.

Ein Bernoulli-RFS X ist mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - r$ leer oder ist mit Wahrscheinlichkeit r ein Singleton mit einer spatialen Verteilung $p(\cdot)$ im Zustandsraum X . Seine Kardinalitätsverteilung

folgt einer Bernoulli-Verteilung mit Parameter r und seine Wahrscheinlichkeitsdichte wird gegeben durch [63][64][65]:

$$pi(X) = \begin{cases} 1 - r, & X = \emptyset \\ r \cdot p(x), & X = \{x\}. \end{cases} \quad (2.55)$$

Ein Multi-Bernoulli-RFS X wird durch die Vereinigung der M unabhängigen Bernoulli-RFSs $X^{(i)}$ gegeben, d.h. $X = \cup_{i=1}^M X^{(i)}$, und ist vollständig durch die Parametersätze $\{(r^{(i)}, p^{(i)})\}_{i=1}^M$ definiert. Die Wahrscheinlichkeitsdichte eines Multi-Bernoulli-RFS wird gegeben durch [63][64][65][66]:

$$\pi(\{x_1, \dots, x_n\}) = \prod_{j=1}^M (1 - r^{(j)}) \times \sum_{1 \leq i_1 \neq \dots \neq i_n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(i_j)} p^{(i_j)}(x_j)}{1 - r^{(i_j)}}, \quad (2.56)$$

Die Form der Dichte kann wie folgt interpretiert werden. Die Summe wird über alle Permutationen von $n \leq M$ der M konstituierenden Bernoulli-RFSs genommen. Der Zähler der Produkte innerhalb der Summe ist die Wahrscheinlichkeitsdichte, dass die Bernoulli-Komponenten mit den Indizes i_1, \dots, i_n die Realisierungen x_1, \dots, x_n erzeugen. Die führende Konstante wird dann mit den Divisoren innerhalb der Summe gekürzt, um die Wahrscheinlichkeit zu geben, dass die verbleibenden Bernoulli-Komponenten mit den Indizes $\{1, \dots, M\} - \{i_1, \dots, i_n\}$ null Realisierungen \emptyset erzeugen. Im Folgenden wird die Abkürzung $\pi = \{(r^{(i)}, p^{(i)})\}_{i=1}^M$ für die Wahrscheinlichkeitsdichte verwendet. Darüber hinaus wird die Kardinalitätsverteilung eines Multi-Bernoulli-RFS gegeben durch das Vernachlässigen der spatialen Verteilung in:

$$\rho(n) = \prod_{j=1}^M (1 - r^{(j)}) \sum_{1 \leq i_1 \neq \dots \neq i_n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(i_j)}}{1 - r^{(i_j)}}. \quad (2.57)$$

In einem beschrifteten Multi-Bernoulli-RFS wird ein Zustand $x \in X$ durch ein Label $\ell \in \mathbb{L}$ erweitert, um die Identität oder Trajektorie eines Einzelziels in einem Multi-Ziel-Szenario schätzen zu können. Die Labels stammen normalerweise aus einem diskreten Labelspektrum $\mathbb{L} = \alpha_i : i \in \mathbb{N}$, wobei alle α_i unterschiedlich sind und der Indexraum \mathbb{N} die Menge der positiven ganzen Zahlen ist. Die folgende Konvention wird hinsichtlich der Ziel-Labels und Labelspektren angenommen. Labels für einzelne Ziele sind geordnete Paare von ganzen Zahlen $\ell = (k, i)$, wobei k die Geburtszeit ist und $i \in \mathbb{N}$ ein eindeutiger Index ist, um neue Ziele zu unterscheiden, die zur gleichen Zeit geboren werden. Ziel-Labels sind somit einzigartig und statisch.

Ein beschriftetes RFS mit Zustandsraum \mathbb{X} und Labelspektrum \mathbb{L} ist einfach ein RFS auf $\mathbb{X} \times \mathbb{L}$ mit unterschiedlichen Labels, d.h. eine Zufallsvariable mit endlichem Setzwert auf $\mathbb{X} \times \mathbb{L}$, sodass alle Realisierungen der Labels einzigartig sind. Die Menge der Labels eines beschrifteten RFS \mathbf{X} wird durch $\mathcal{L}(\mathbf{X}) = \{\mathcal{L}(x) : x \in \mathbf{X}\}$ gegeben, wobei $\mathcal{L} : \mathbb{X} \times \mathbb{L} \rightarrow \mathcal{L}$ die Projektion ist, die durch $\mathcal{L}((x, \ell)) = \ell$ definiert ist. Für jede Realisierung \mathbf{X} eines beschrifteten RFS müssen die Labels unterschiedlich sein, d.h. $|\mathcal{L}(\mathbf{X})| = |\mathbf{X}|$, wobei $|\cdot|$ die Kardinalität einer Menge bezeichnet. Der Indikator für unterschiedliche Labels wird verwendet, um unterschiedliche Labels sicherzustellen.

$$\Delta(\mathbf{X}) = \delta_{|\mathbf{X}|}(|\mathcal{L}(\mathbf{X})|) \quad (2.58)$$

Beschriftetes Multi-Bernoulli (LMB) RFS: Ein LMB RFS wird vollständig durch einen Parametersatz $\{(r^{(\zeta)}, p^{(\zeta)}) : \zeta \in \psi\}$ mit dem Indexsatz ψ beschrieben. Wenn eine einzelne Bernoulli-Komponente $(r^{(\eta)}, p^{(\eta)})$ eine nicht leere Menge zurückgibt, wird ein Label $\alpha(\eta)$ angehängt, wobei $\alpha : \psi \rightarrow \mathbb{L}$ eine 1-1-Abbildung ist. Da α eine 1-1-Abbildung ist, sind die Labels eines beschrifteten Multi-Bernoulli RFS unterschiedlich, und zur Vereinfachung wird auch die Abkürzung $\pi = \{(r^{(\eta)}, p^{(\eta)})\}_{\zeta \in \psi}$ für die Dichte eines LMB RFS verwendet. Die Dichte eines LMB RFS mit dem Parametersatz $\pi = \{(r^{(\ell)}, p^{(\ell)})\}_{\ell \in \mathcal{L}}$ wird kompakter gegeben durch [63][64][65][66]:

$$\pi(\mathbf{X}) = \Delta(\mathbf{X}) w(\mathcal{L}(\mathbf{X})) p^{\mathbf{X}} \quad (2.59)$$

wo,

$$w(L) = \prod_{i \in \mathbb{L}} (1 - r^{(i)}) \prod_{\ell \in L} \frac{1_{\mathbb{L}}(\ell) r^{(\ell)}}{1 - r^{(\ell)}}, \quad (2.60)$$

$$p(x, \ell) = p^{(\ell)}(x). \quad (2.61)$$

Generalisiertes beschriftetes Multi-Bernoulli RFS: Ein generalisiertes beschriftetes Multi-Bernoulli (GLMB) RFS ist ein beschriftetes RFS mit Zustandsraum \mathbb{X} und (diskretem) Labelspektrum \mathbb{L} , das gemäß [63][64][65][66] verteilt ist,

$$\pi(\mathbf{X}) = \Delta(\mathbf{X}) \sum_{c \in \mathbb{C}} w^{(c)}(\mathcal{L}(\mathbf{X})) \left[p^{(c)} \right]^{\mathbf{X}} \quad (2.62)$$

wobei \mathbb{C} ein diskreter Indexsatz ist. Die Gewichte $w^{(c)}(L)$ und die räumlichen Verteilungen $p^{(c)}$ erfüllen die Normalisierungsbedingungen,

$$\sum_{L \subseteq \mathbb{L}} \sum_{c \in \mathbb{C}} w^{(c)}(L) = 1, \quad (2.63)$$

$$\int p^{(c)}(x, \ell) dx = 1. \quad (2.64)$$

Das beschriftete Multi-Bernoulli RFS, das verteilt wird, ist ein Spezialfall des generalisierten beschrifteten Multi-Bernoulli RFS mit,

$$p^{(c)}(x, \ell) = p^{(\ell)}(x), \quad (2.65)$$

$$w^{(c)}(L) = \prod_{i \in \mathbb{L}} (1 - r^{(i)}) \prod_{\ell \in L} \frac{1_{\mathbb{L}}(\ell) r^{(\ell)}}{1 - r^{(\ell)}}, \quad (2.66)$$

die aus einer einzigen Komponente besteht, in diesem Fall wird der Superscript (c) weggelassen. Intuitiv und im Kontext der Multi-Ziel-Verfolgung besteht der grundlegende Unterschied zwischen einem GLMB- und einem LMB-Prozess darin, dass es sich um eine Mischung versus eine Einzelkomponenten-Darstellung handelt. Die Summe über $c \in \mathbb{L}$ in der Definition des GLMB-Prozesses erleichtert die Propagation mehrerer „Hypothesen“, die unterschiedliche Mengen von Verfolgungslabels umfassen, die aufgrund von Unsicherheiten bei der Datenzuordnung entstehen. Mit nur einer einzigen Komponente, wie in der Definition des LMB-Prozesses, ist es nur möglich, die Unsicherheit für eine einzige Menge von Verfolgungslabels L zu propagieren, obwohl dies für rechnerische Einsparungen genutzt werden kann.

δ generalisiertes beschriftetes Multi-Bernoulli RFS: Ein δ generalisiertes beschriftetes Multi-Bernoulli (δ GLMB) RFS mit Zustandsraum \mathbb{X} und (diskretem) Labelraum \mathbb{L} ist ein Spezialfall eines generalisierten beschrifteten Multi-Bernoulli RFS mit $\mathbb{C} = \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi$ und $w^{(c)}(L) = w^{(I, \xi)} \delta_I(L)$ und $p^{(c)} = p^{(I, \xi)} = p^{(\xi)}$. Dabei ist ξ ein diskreter Raum, ζ sind Realisierungen von ξ , und I bezeichnet die Menge der Verfolgungslabels. In Anwendungen zur Zielverfolgung stellt der diskrete Raum ξ typischerweise die Historie der Zuordnungen von Verfolgungen zu Messungen dar. Ein δ GLMB RFS ist somit ein Spezialfall eines GLMB RFS, jedoch mit einer bestimmten Struktur im Indexraum, die in Anwendungen zur Zielverfolgung natürlich entsteht. Das δ GLMB RFS hat die Dichte [63][64][65][66]:

$$\pi(\mathbf{X}) = \Delta(\mathbf{X}) \sum_{(I, \xi) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} w^{(I, \xi)} \delta_I(\mathcal{L}(\mathbf{X})) \left[p^{(\xi)} \right]^{\mathbf{X}} \quad (2.67)$$

und die Kardinalitätsverteilung ist gegeben durch,

$$\rho(n) = \sum_{(I,\xi) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} \sum_{L \in \mathcal{F}_n(\mathbb{L})} w^{(I,\xi)} \delta_I(L) = \sum_{(I,\xi) \in \mathcal{F}_n(\mathbb{L}) \times \Xi} w^{(I,\xi)} \quad (2.68)$$

Die PHD des entsprechenden unbeschrifteten RFS wird gegeben durch:

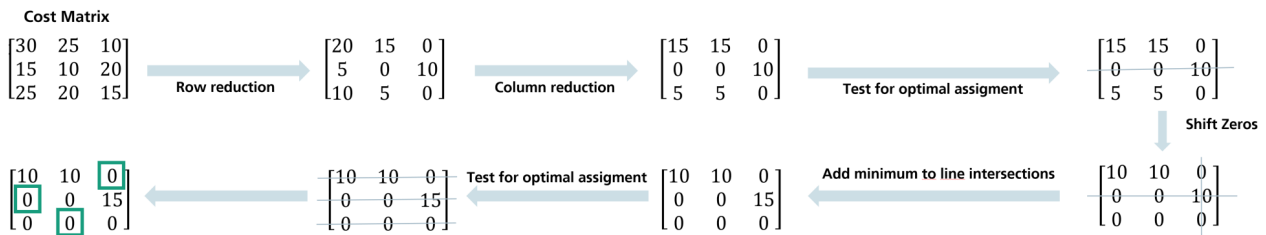
$$v(x) = \sum_{(I,\xi) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} \sum_{\ell \in \mathbb{L}} p^{(\xi)}(x, \ell) \sum_{L \subseteq \mathbb{L}} 1_L(\ell) w^{(I,\xi)} \delta_I(L) = \sum_{\ell \in \mathbb{L}} \sum_{(I,\xi) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} w^{(I,\xi)} 1_I(\ell) p^{(\xi)}(x, \ell) \quad (2.69)$$

Aufgrund der Einschlussfunktion $1_I(\ell)$ ist jeder Summand der inneren Summe von (2.31) null, wenn die Verfolgung ℓ nicht in der Menge der Verfolgungsetiketten I enthalten ist. Die innere Summe stellt somit die PHD der Verfolgung ℓ dar. Die Existenzwahrscheinlichkeit für eine Verfolgung ℓ kann durch die Summe der Gewichte des entsprechenden gemeinsamen Labelsets und der diskreten Indexpaare erhalten werden [66]:

$$r^{(\ell)} = \sum_{(I,\xi) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} w^{(I,\xi)} 1_I(\ell). \quad (2.70)$$

2.11.3.2 Hungarian-Algorithmus

Der Hungarian-Zuordnungsalgorithmus, auch als Kuhn-Munkres-Algorithmus bezeichnet, kann verwendet werden, um das maximal gewichtete Matching in bipartiten Graphen zu finden, was manchmal als Zuordnungsproblem bezeichnet wird. Ein bipartiter Graph kann leicht durch eine Adjazenzmatrix dargestellt werden, wobei die Gewichte der Kanten die Einträge sind. Über den Graphen in Bezug auf eine Adjazenzmatrix nachzudenken, ist für den ungarischen Algorithmus nützlich. In einem vollständigen bipartiten Graphen findet der ungarische Algorithmus das maximale/minimale Gewichtsmatching. Für die Kostenmatrix der Größe $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$, die im folgenden Beispiel gezeigt wird, funktioniert der ungarische Algorithmus nach dieser zentralen Idee: Wenn eine Zahl zu oder von allen Einträgen einer beliebigen Zeile oder Spalte einer Kostenmatrix addiert oder subtrahiert wird, dann ist eine optimale Zuordnung für die resultierende Kostenmatrix auch eine optimale Zuordnung für die ursprüngliche Kostenmatrix. Die Schritte zur Findung der optimalen Zuordnung sind wie folgt [67][68]:



Assignment: 15+20+10 or 25+10+10

Abbildung 2.25: Beispiel für den Hungarian Algorithmus.

- **Schritt 1: Zeilenreduktion** Subtrahieren Sie den kleinsten Wert in jeder Zeile von allen anderen Einträgen dieser Zeile, sodass der kleinste Eintrag 0 wird. Im Beispiel, das in Abbildung 2.7 dargestellt ist, beträgt der kleinste Wert 10, der von allen Elementen der Kostenmatrix subtrahiert wird.
- **Schritt 2: Spaltenreduktion** Subtrahieren Sie den kleinsten Wert in jeder Spalte von allen anderen Einträgen in dieser Spalte, sodass der kleinste Eintrag in der Spalte gleich 0 wird. Im Beispiel, das in Abbildung 2.7 dargestellt ist, sind die kleinsten Einträge in den drei Spalten 5, 0 und 0, und diese Werte werden von jeder Spalte subtrahiert.

- **Schritt 3: Test auf optimale Zuordnung** Ziehen Sie Linien durch die Zeilen und Spalten, die die 0-Einträge enthalten, wobei die minimal erforderliche Anzahl an Linien verwendet wird. Im Beispiel, das in Abbildung 2.7 gezeigt wird, werden nur zwei Linien (für die zweite Zeile und die dritte Spalte) in der ersten Iteration gezeichnet.
- **Schritt 4: Überprüfung auf Beendigung** Wenn n Linien gezeichnet wurden, deutet dies darauf hin, dass eine optimale Zuordnung von Nullen erreichbar ist und der Algorithmus abgeschlossen ist. Wenn die Anzahl der Linien geringer als n ist, wurde die optimale Anzahl von Nullen noch nicht erreicht. Fahren Sie mit dem nächsten Schritt fort. Im Beispiel aus Abbildung 2.7 ist ein Abschluss nicht möglich, da nur zwei Linien in der ersten Iteration gezeichnet werden.
- **Schritt 5: Zeilenreduktion** Identifizieren Sie den kleinsten nicht von einer Linie abgedeckten Eintrag. Subtrahieren Sie diesen Eintrag von jeder nicht abgedeckten Zeile und addieren Sie ihn zu jeder abgedeckten Spalte. Kehren Sie dann zu Schritt 3 zurück. Im Beispiel, das in Abbildung 2.7 dargestellt ist, beträgt der kleinste Eintrag 5, der zur Schnittstelle hinzugefügt wird. Der Test auf optimale Zuordnung wird durchgeführt, was zu einem optimalen Kostenwert von entweder $15+20+10 = 45$ oder $25+10+10 = 45$ führt. Insbesondere wird die erste Zeile mit der dritten Spalte zugeordnet, während die zweite Zeile mit der ersten oder zweiten Spalte zugeordnet werden kann und die dritte Zeile mit der zweiten oder ersten Spalte, jeweils.

2.11.3.3 Implementierung des Labelled Multi-Bernoulli Filter

Der Multi-Bernoulli (LMB) Filter wird wie in [66][69][70][71][72][73][74] beschrieben implementiert. Es ist möglich, das LMB-Update direkt anzuwenden. Die LMB-Form ermöglicht jedoch zusätzlich den Aufbau sogenannter „Gruppen“, die nur nahe beieinander liegende Ziele und deren zugehörige Messungen enthalten, was für eine signifikante Reduzierung der Berechnungen sowie für parallele Berechnungen genutzt werden kann. Die Zielgruppierung basiert auf einem standardmäßigen Gate-Verfahren, das auch die Messmenge partitioniert, was zu Gruppen von Zielen und Messungen führt, die als statistisch unabhängig betrachtet werden können. Jede resultierende Gruppe ist in der Regel viel kleiner als der gesamte Multi-Ziel-Zustand und die Messung und kann dann parallel aktualisiert werden, was in der Regel viel einfacher und schneller ist als die Aktualisierung des gesamten Multi-Ziel-Zustands als eine einzige Gruppe.

Das Update für jede Gruppe erfolgt durch die Erweiterung der LMB-Vorhersage in die δ -GLMB-Form und die Durchführung eines standardmäßigen δ -GLMB-Updates, was zu einer δ -GLMB-Nachverteilung führt. Die Nachverteilung für jede Gruppe wird dann auf eine passende LMB-Approximation zusammengefasst, wonach die Gruppen wieder kombiniert und die Rekursion fortgesetzt wird. Diese vorgeschlagene Implementierung gilt sowohl für Gaussian-Mischungen als auch für sequenzielle Monte-Carlo-basierte Darstellungen der zugrunde liegenden Einzelziel-Dichten. Der Filter wird in den folgenden Unterabschnitten ausführlich erklärt. Der Vorteil der vorgeschlagenen LMB-Approximation besteht darin, dass sie den Nutzen des vollständigen Updates ausschöpft, jedoch prinzipielle handhabbare Approximierungen zulässt, die die Interpretation der Zielverfolgungen beibehalten. Im Vergleich zum Multi-Bernoulli-Filter ist die LMB-Approximation zwar teurer, aber genauer und weist keinen Kardinalitätsbias auf.

A. Prediction:

Die GLMB (und δ -GLMB) Dichte ist im Vorhersageschritt abgeschlossen, obwohl die Anzahl der Terme im vorhergesagten GLMB-Ausdruck exponentiell wächst. Während ein LMB ein Spezialfall eines GLMB ist (mit einem Term), ist es nicht unbedingt wahr, dass die Vorhersage einer LMB-Dichte weiterhin eine LMB-Dichte ist [66]. Tatsächlich nehmen wir an, dass sowohl der vorherige Zustand als auch die Geburt LMBs sind:

$$\pi(\mathbf{X}) = \Delta(\mathbf{X})w(\mathcal{L}(\mathbf{X}))p^{\mathbf{X}} \quad (2.71)$$

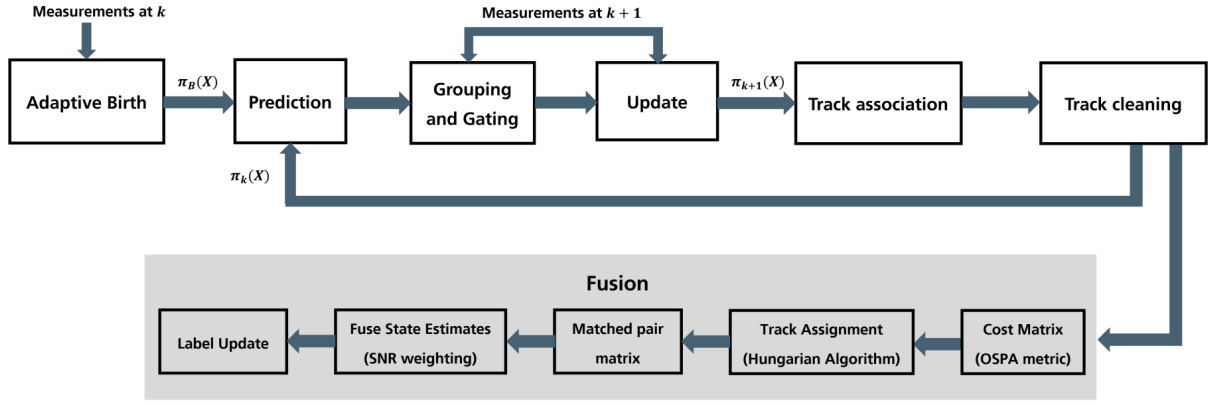


Abbildung 2.26: Tracking- und Fusionsblockdiagramm.

$$\pi_B(\mathbf{X}) = \Delta(\mathbf{X})w_B(\mathcal{L}(\mathbf{X})) [p_B]^{\mathbf{X}} \quad (2.72)$$

wo,

$$w(L) = \prod_{i \in \mathbb{L}} (1 - r^{(i)}) \prod_{\ell \in L} \frac{1_{\mathbb{L}}(\ell)r^{(\ell)}}{1 - r^{(\ell)}}, \quad (2.73)$$

$$w_B(L) = \prod_{i \in \mathbb{B}} (1 - r_B^{(i)}) \prod_{\ell \in L} \frac{1_{\mathbb{B}}(\ell)r_B^{(\ell)}}{1 - r_B^{(\ell)}}, \quad (2.74)$$

$$p(x, \ell) = p^{(\ell)}(x), \quad (2.75)$$

$$p_B(x, \ell) = p_B^{(\ell)}(x) \quad (2.76)$$

Angenommen, die Nachverteilung ist eine LMB-Verteilung mit Zustandsraum \mathbb{X} und Labelraum \mathbb{L} mit dem Parametersatz $\pi = \{(r^{(\ell)}, p^{(\ell)})\}_{\ell \in \mathbb{L}}$, und das Multi-Ziel-Geburtsmodell ist ein LMB-RFS mit Zustandsraum \mathcal{X} , (endlichem) Labelraum \mathbb{B} und Parametersatz $\{(r_B^{(\ell)}, p_B^{(\ell)})\}$. Dann ist die vorhergesagte Multi-Ziel-Dichte ebenfalls ein LMB-RFS mit Zustandsraum \mathbb{X} und endlichem Labelraum $\mathcal{L}_+ = \mathbb{L} \cup \mathbb{B}$, gegeben durch den Parametersatz:

$$\pi_+ = \left\{ (r_{+,S}^{(\ell)}, p_{+,S}^{(\ell)}) \right\}_{\ell \in \mathbb{L}} \cup \left\{ (r_B^{(\ell)}, p_B^{(\ell)}) \right\} \quad (2.77)$$

wo,

$$r_{+,S}^{(\ell)} = \eta_S(\ell)r^{(\ell)}, \quad (2.78)$$

$$p_{+,S}^{(\ell)} = \langle p_S(\cdot, \ell) f(x|\cdot, \ell), p(\cdot, \ell) \rangle / \eta_S(\ell) \quad (2.79)$$

$$\eta_S(\ell) = \langle p_S(\cdot, \ell), p(\cdot, \ell) \rangle \quad (2.80)$$

$$w_S(L) = [\eta_S]^L \sum_{I \supseteq L} [1 - \eta_S]^{I-L} w(I) \quad (2.81)$$

$p_s(x, \ell)$ ist die zustandsabhängige Überlebenswahrscheinlichkeit, $\eta_S(\ell)$ ist die Überlebenswahrscheinlichkeit der Verfolgung ℓ , und $f(x|x', \ell)$ ist die Einzelziel-Übergangsdichte für die Verfolgung ℓ . Für die überlebenden Verfolgungen ist das vorhergesagte Label dasselbe wie das vorherige Label, und die vorhergesagte Existenzwahrscheinlichkeit und räumliche Verteilung werden durch die Überlebenswahrscheinlichkeit und die Übergangsdichte neu gewichtet. Für die neuen Geburtsverfolgungen sind die Labels $\ell \in \mathbb{B}$ neue unterschiedliche Labels.

B. Grouping und Gating: Gegeben die Vorhersage in LMB-Form ist es möglich, das vollständige δ -GLMB-Update direkt anzuwenden und dann auf eine passende LMB-Approximation zurückzukehren. Es ist jedoch effizienter, die räumlichen Gruppierungen von Zielen und Messungen auszunutzen, was es ermöglicht, Updates für jede Gruppe parallel durchzuführen. Dies führt zu einer drastischen Reduzierung der Berechnungszeiten bei einem leichten Kompromiss in der Genauigkeit. Die Intuition hinter dieser zusätzlichen Approximation ist, dass die vorhergesagten LMB-Parameter in gegenseitig ausschließende Teilmengen partitioniert werden können, die während des Updates einen vernachlässigbaren Einfluss aufeinander haben. Dies ist der Fall, wenn jede der partitionierten Label-Teilmenge räumlich gut getrennt ist, wie durch das Gate-Verfahren der Messungen bestimmt. Daher funktioniert die vorgeschlagene Approximation am besten, wenn die Geburtsverteilung vernünftigerweise kleine Kovarianzen aufweist. Kleine Kovarianzen können sichergestellt werden, indem man statische Geburtsorte annimmt. Zielgruppen werden auf der Grundlage von Zielen gebildet, die mindestens eine gemeinsame Messung haben. Es ist zu beachten, dass eine Gruppe keine zugehörige Messung haben kann. Lassen Sie $\{\mathbb{L}_+^{(1)}, \dots, \mathbb{L}_+^{(N)}\}$ eine Partition der Labelmenge $\mathbb{L}_+ = \mathbb{L} \cup \mathbb{B}$ sein, d.h.,

$$\mathbb{L}_+ = \bigcup_{n=1}^N \mathbb{L}_+^{(n)}, \quad (2.82)$$

wo $\mathbb{L}_+^{(n)} \cap \mathbb{L}_+^{(m)} = \emptyset$ für $n \neq m$. Die Partitionierung der vorhergesagten Labels erfolgt basierend auf der Nähe der empfangenen Messungen Z , die entsprechend in $\{Z^{(0)}, Z^{(1)}, \dots, Z^{(N)}\}$ partitioniert werden, d.h.,

$$Z = Z^{(0)} \cup \bigcup_{n=1}^N Z^{(n)} \quad (2.83)$$

und $Z^{(n)} \cap Z^{(m)} = \emptyset$ wenn $n \neq m$. Beachten Sie, dass $Z^{(0)}$ die Menge der Messungen ist, die keinem Ziel-Label zugeordnet sind, und $Z^{(n)}$ die Menge der Messungen, die mit den Ziel-Labels $\mathbb{L}_+^{(n)}$ assoziiert sind. Eine Gruppierung wird definiert als eine Menge von Paaren $\{(\mathbb{L}_+^{(1)}, Z^{(1)}), \dots, (\mathbb{L}_+^{(N)}, Z^{(N)})\}$ und $\mathcal{G}^{(n)} = (\mathbb{L}_+^{(n)}, Z^{(n)})$ wird als Gruppe bezeichnet. Wir beschreiben ein iteratives Verfahren zur Generierung einer bestimmten Gruppierung, die für parallele Gruppenaktualisierungen verwendet wird. Das Verfahren wird mit einer vorläufigen Gruppierung jeder gekennzeichneten Bernoulli-Komponente ℓ und den dazugehörigen Messungen, die innerhalb ihrer Vorhersagetore fallen, initialisiert:

$$\tilde{\mathcal{G}}^{(\ell)} = \left(\{\ell\}, \{z : d_{\text{MHD}}(\hat{z}^{(\ell)}, z) < \sqrt{\gamma}\} \right). \quad (2.84)$$

wo $d_{\text{MHD}}(\hat{z}^{(\ell)}, z)$ die Mahalanobis-Distanz (MHD) zwischen der vorhergesagten Messung für den Track ℓ und der empfangenen Messung $z \in Z$ ist, und γ der Gating-Distanzschwellenwert ist, der unter Verwendung der inversen Chi-Quadrat-Kumulationsverteilung entsprechend der gewünschten σ -Gate-Größe für das Gating von Messungen aus Tracks berechnet wird. Dann werden vorläufige Gruppen mit gemeinsamen Messungen $Z^{(i)} \cap Z^{(j)} \neq \emptyset$ zusammengeführt, wobei die Zusammenführung von zwei Gruppen definiert ist durch,

$$\tilde{\mathcal{G}}^{(i,j)} = \left(\mathbb{L}_+^{(i)} \cup \mathbb{L}_+^{(j)}, Z^{(i)} \cup Z^{(j)} \right), \quad (2.85)$$

und die Zusammenführung wird für alle vorläufigen Gruppen wiederholt, bis es keine gemeinsamen Messungen mehr gibt. Schließlich wird eine Gesamtanzahl von N Gruppen $\mathcal{G}^{(1)}, \dots, \mathcal{G}^{(N)}$ von Tracks und zugehörigen Messungen erhalten. Folglich kann die vorhergesagte Multi-Target-Dichte als $\pi_+ = \bigcup_{i=1}^N \pi_+^{(i)}$ umgeschrieben werden, die die Zielgruppen umfasst,

$$\boldsymbol{\pi}_+^{(i)} = \left\{ \left(r_+^{(\ell)}, p_+^{(\ell)} \right) \right\}_{\ell \in \mathbb{L}_+^{(i)}}. \quad (2.86)$$

C. Update:

Da die vorhergesagte Multi-Target-Dichte für jede Gruppe ein LMB ist und es notwendig ist, die vorhergesagte Dichte in δ -GLMB-Form auszudrücken, wird das vorhergesagte δ -GLMB für die i -te Gruppe von (Ziel-)Labels und Messungen $\mathcal{G}^{(i)} = (\mathbb{L}_+^{(i)}, Z^{(i)})$ durch [75] gegeben,

$$\boldsymbol{\pi}_+^{(i)}(\tilde{\mathbf{X}}_+^{(i)}) = \Delta(\tilde{\mathbf{X}}_+^{(i)}) \sum_{I_+ \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+^{(i)})} w_{+,i}^{(I_+)} \delta_{I_+}(\mathcal{L}(\tilde{\mathbf{X}}_+^{(i)})) [p_+]^{\tilde{\mathbf{X}}_+^{(i)}} \quad (2.87)$$

wo,

$$w_{+,i}^{(I_+)} = \prod_{\ell \in \mathbb{L}_+^{(i)}} \left(1 - r_+^{(\ell)} \right) \prod_{\ell' \in I_+} \frac{1_{\mathbb{L}_+^{(i)}}(\ell') r_+^{(\ell')}}{1 - r_+^{(\ell')}}}, \quad (2.88)$$

wo $X_+^{(i)}$ der Multi-Target-Zustand für Gruppe i ist. Somit wird ein vorhergesagtes δ -GLMB separat für jede vorhergesagte Komponente oder jeden Track in jeder der Gruppen bestimmt. Aufgrund des kleineren Labelraums innerhalb einer Gruppe ist die Anzahl der Hypothesen über alle Gruppen hinweg deutlich kleiner als die Anzahl der Hypothesen im Falle einer einzigen großen Gruppe. Das δ -GLMB-Update für jede Gruppe i wird durch,

$$\boldsymbol{\pi}^{(i)}(\tilde{\mathbf{X}}^{(i)} | Z^{(i)}) = \Delta(\tilde{\mathbf{X}}^{(i)}) \sum_{(I_+, \theta) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+^{(i)}) \times \Theta_{I_+}} w^{(I_+, \theta)}(Z^{(i)}) \times \delta_{I_+}(\mathcal{L}(\tilde{\mathbf{X}}^{(i)})) \left[p^{(\theta)}(\cdot | Z^{(i)}) \right]^{\tilde{\mathbf{X}}^{(i)}} \quad (2.89)$$

wo Θ_{I_+} den Raum der Abbildungen $\theta : I_+ \rightarrow \{0, 1, \dots, |Z^{(i)}|\}$ darstellt, so dass $\theta(i) = \theta(i') > 0$ impliziert, dass $i = i'$, und

$$w^{(I_+, \theta)}(Z^{(i)}) \propto w_{+,i}^{(I_+)} \left[\eta_{Z^{(i)}}^{(\theta)} \right]^{I_+} \quad (2.90)$$

$$p^{(\theta)}(x, \ell | Z^{(i)}) = \frac{p_{+,i}(x, \ell) \psi_{Z^{(i)}}(x, \ell; \theta)}{\eta_{Z^{(i)}}^{(\theta)}(\ell)}, \quad (2.91)$$

$$\eta_{Z^{(i)}}^{(\theta)}(\ell) = \langle p_{+,i}(x, \ell), \psi_{Z^{(i)}}(\cdot, \ell; \theta) \rangle, \quad (2.92)$$

$$\psi_{Z^{(i)}}(x, \ell; \theta) = \begin{cases} \frac{p_D(x, \ell) p_G g(z_{\theta(\ell)} | x, \ell)}{\kappa(z_{\theta(\ell)})}, & \text{if } \theta(\ell) > 0 \\ q_{D,G}(x, \ell), & \text{if } \theta(\ell) = 0 \end{cases} \quad (2.93)$$

Beachten Sie, dass die Gleichung (2.57) die Gating-Wahrscheinlichkeit p_G einbeziehen muss, da kleine Gates die Wahrscheinlichkeit der verpassten Detektion erhöhen. Daher ist die Wahrscheinlichkeit der verpassten Detektion $q_{D,G}(x, \ell) = 1 - p_D(x, \ell) p_G$. Durch die Darstellung der vollständigen vorhergesagten Verteilung mittels mehrerer Gruppen ist die Anzahl der Track-Labels $|L_+^{(i)}|$ innerhalb jeder Gruppe deutlich niedriger als die Gesamtanzahl der möglichen Labels $|L_+|$. Da das Update kombinatorisch ist, wächst die Anzahl der Komponenten oder Hypothesen innerhalb jeder Gruppe exponentiell in der Anzahl der Track-Labels $|L_+^{(i)}|$. Daher ist für große $|L_+^{(i)}|$ eine Truncation der Verteilung (2.53) erforderlich. Nach der Durchführung der Gruppenaktualisierungen über alle Gruppen $\mathcal{G}^{(i)}$ für $i = 1, \dots, N$ wird die δ -GLMB-Form

für jede Gruppe dann wieder in die LMB-Form zurückgeführt. Hierbei ist $p_D(x, \ell)$ die Detektionswahrscheinlichkeit bei (x, ℓ) , $q_D(x, \ell) = 1 - p_D(x, \ell)$ die Wahrscheinlichkeit für verpasste Detektion bei (x, ℓ) , $g(z|x, \ell)$ die Einzelziel-Wahrscheinlichkeit für z gegeben (x, ℓ) , und $\kappa(\cdot)$ die Intensität des Poisson-Rauschens. Die Vereinigung der approximativen LMB-Gruppen gegeben durch $\tilde{\pi}^{(i)}$ ergibt die LMB-Approximation für das Multi-Target-Posterior,

$$\pi(\cdot|Z) \approx \tilde{\pi}(\cdot|Z) = \bigcup_{i=1}^N \left\{ \left(r^{(\ell,i)}, p^{(\ell,i)} \right) \right\}_{\ell \in \mathbb{L}_+^{(i)}}. \quad (2.94)$$

Daher ist das Multi-Target-Posterior ein δ -GLMB RFS mit dem Zustandsraum \mathbb{X} und dem (endlichen) Labelraum \mathbb{L}_+ vereinfacht zu,

$$\pi(\mathbf{X}|Z) = \Delta(\mathbf{X}) \sum_{(I_+, \theta) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+) \times \Theta_{I_+}} w^{(I_+, \theta)}(Z) \delta_{I_+}(\mathcal{L}(\mathbf{X})) \times \left[p^{(\theta)}(\cdot|Z) \right]^{\mathbf{X}} \quad (2.95)$$

D. Track Pruning und Extraction:

Da Tracks nach dem Update durch ein gekennzeichnetes Multi-Bernoulli dargestellt werden, kann das Track-Pruning durchgeführt werden, indem Tracks mit einer Existenzwahrscheinlichkeit unterhalb eines anwendungsspezifischen Schwellenwerts gelöscht werden. Ein offensichtliches Track-Extraktionsschema besteht darin, alle Tracks auszuwählen, deren Existenzwahrscheinlichkeit über einem anwendungsspezifischen Schwellenwert liegt:

$$\hat{\mathbf{X}} = \left\{ (\hat{x}, \ell) : r^{(\ell)} > \vartheta \right\} \quad (2.96)$$

wobei $\hat{x} = \arg_x \max p^{(\ell)}(x)$. Einerseits reduziert die Wahl eines hohen Wertes für ϑ die Anzahl der Rausch-Tracks erheblich auf Kosten einer verzögerten Einbeziehung eines neu entstandenen Tracks. Andererseits melden niedrige Werte für ϑ neu entstandene Tracks sofort auf Kosten einer höheren Anzahl von Rausch-Tracks. Bei der Wahl eines hohen Wertes für ϑ muss zusätzlich auf verpasste Detektionen geachtet werden. Im Falle von $p_D \approx 1$ verringert eine verpasste Detektion erheblich die Existenzwahrscheinlichkeit. Folglich könnte eine verpasste Detektion die Ausgabe eines zuvor bestätigten Tracks mit $r^{(\ell)} \approx 1$ unterdrücken. Um dieses Problem zu mildern, wird eine Hysterese verwendet, die die Ausgabe aktiviert, wenn die maximale Existenzwahrscheinlichkeit $r_{\max}^{(\ell)}$ eines Tracks ℓ einmal einen oberen Schwellenwert ϑ_u überschritten hat und wenn die aktuelle Existenzwahrscheinlichkeit $r^{(\ell)}$ höher ist als ein unterer Schwellenwert ϑ_l :

$$\hat{\mathbf{X}} = \left\{ (\hat{x}, \ell) : r_{\max}^{(\ell)} > \vartheta_u \wedge r^{(\ell)} > \vartheta_l \right\} \quad (2.97)$$

E. Adaptive Birth: Die rechnerische Effizienz des LMB-Filters beruht auf der Gruppierung, weshalb es vorteilhaft ist, eine Geburtsverteilung zu nutzen, die handhabbare Gruppierungen ermöglicht. Eine Möglichkeit besteht darin, feste Geburtsstandorte mit minimalen räumlichen Unsicherheiten zu verwenden, was voraussetzt, dass Kenntnisse über die Umgebung des Systems vorhanden sind. Darüber hinaus ist es wichtig, alle Tracks in der Nähe der Geburtsstandorte zu erkennen und zu initialisieren, da die Initialisierung eines Tracks, nachdem sich das Ziel von diesen Bereichen entfernt hat, nicht möglich ist. In Situationen mit einer hohen Rauschrate sind feste Geburtsstandorte vorteilhaft, da sie die Wahrscheinlichkeit falscher Tracks reduzieren. Die Multi-Bernoulli-Geburtsverteilung $\pi_{B,k+1}$ zum nächsten Zeitpunkt $k+1$ hängt von der Menge der Messungen Z_k des aktuellen Zeitpunkts ab und wird durch [76][77] gegeben,

$$\pi_{B,k+1} = \left\{ r_{B,k}^{(\ell)}(z), p_{B,k}^{(\ell)}(x|z) \right\}_{\ell=1}^{|Z_k|} \quad (2.98)$$

Einerseits kann eine Messung, die in allen Hypothesen verwendet wird, möglicherweise nicht zu einem neu entstandenen Ziel führen, da die Annahme besteht, dass eine Messung von höchstens einem Ziel generiert wird. Andererseits sind Messungen, die in keiner Hypothese enthalten sind, wahrscheinlich dazu geeignet, eine Geburtsverteilung zu erzeugen. Folglich hängt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Messung eine Geburtskomponente erzeugt, von der Wahrscheinlichkeit $r_{U,k}(z)$ ab, dass eine Messung z einem Track in den Hypothesen zugeordnet ist. Für jede Messung $z \in Z^{(i)}$ der Gruppierung i wird die Assoziationswahrscheinlichkeit durch das Gewicht des Aktualisierungsschrittes gemäß Gleichung 2.54 gegeben. Für Messungen, die keiner der Partitionen zugeordnet sind, beträgt die Assoziationswahrscheinlichkeit $r_{U,k}(z) = 0$. Somit ist die Existenzwahrscheinlichkeit der Bernoulli-Geburtsverteilung zum Zeitpunkt $k + 1$, die von der Messung z_k abhängt, proportional zu der Wahrscheinlichkeit, dass z_k während der Aktualisierung zum Zeitpunkt k keinem Ziel zugeordnet wird:

$$r_{B,k+1}(z) = \min \left(r_{B,max}, \frac{1 - r_{U,k}(z)}{\sum_{\xi \in Z_k} 1 - r_{U,k}(\xi)} \cdot \lambda_{B,k+1} \right) \quad (2.99)$$

wo $\lambda_{B,k+1}$ die erwartete Anzahl der Zielgeburten zum Zeitpunkt $k + 1$ ist und $r_{B,max} \in [0, 1]$ die maximale Existenzwahrscheinlichkeit eines neu entstandenen Ziels ist. Das Minimum in der obigen Gleichung zu nehmen, ist notwendig, da es möglich ist, dass der zweite Term größer als eins wird für $\lambda_{B,k+1} > 1$. Allgemein gesprochen führt ein hoher Wert von $r_{B,max}$ zu einer schnelleren Bestätigung von Tracks bei gleichzeitiger höherer Inzidenz von falschen Tracks. Das Gegenteil ist ebenfalls allgemein zutreffend, mit anderen Worten, ein niedrigerer Wert von $r_{B,max}$ führt zu einer langsameren Bestätigung von Tracks und weniger falschen Tracks. Daher hängt die Wahl von $r_{B,max}$ von der Anwendung ab.

2.11.3.4 Fusion

Der in diesem Abschnitt skizzierte Fusionsalgorithmus ist in [78][79] dargestellt, mit leichten Modifikationen, die bei Bedarf erklärt werden. Gegeben ist ein (diskretes) Zeitfenster $\mathbb{K} \triangleq \{1, \dots, K\}$ von der Startzeit 1 bis zur Endzeit K des Szenarios. Der *Trackraum* \mathbb{T} ist der Raum aller Funktionen $t : \mathbb{K} \rightarrow \mathbb{X}$. Jedes Element $t \in \mathbb{T}$ wird als *Track* bezeichnet, und das geordnete Paar $\mathbf{t} = (t, \ell) \in \mathbb{T} \times \mathbb{L}$ wird als *markierter Track* bezeichnet. Gegeben eine endliche Menge $\mathbf{T} \subset \mathbb{T} \times \mathbb{L}$ von markierten Tracks mit unterschiedlichen Labels, wird der markierte Multi-Objekt-Zustand zum Zeitpunkt $k \in \mathbb{K}$ durch $\mathbf{X}_k = \cup_{(t,\ell) \in \mathbf{T}} \{(t(k), \ell)\}$ gegeben. Beachten Sie, dass die Historie $\mathbf{X}_{1:K} \triangleq \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K$ der markierten Multi-Objekt-Zustände die Menge \mathbf{T} vollständig bestimmt, weshalb wir die Notation $\mathbf{X}_{1:K}$ verwenden, um die Menge der markierten Tracks im Intervall \mathbb{K} zu kennzeichnen. Der Track wird als t , der markierte Track als \mathbf{t} und die Menge der markierten Tracks als $\mathbf{X}_{1:K}$ (oder \mathbf{T}) im Fenster $\{j : k\} \subset \mathbb{K}$ durch $t_{j:k}$, $\mathbf{t}_{j:k}$ und $\mathbf{X}_{j:k}$ (oder $\mathbf{T}_{j:k}$) bezeichnet. Im Folgenden lassen wir zur Notationskompaktheit den Index $j : k$ weg, d.h. $\mathbf{T} \triangleq \mathbf{T}_{j:k}$.

Zur Zeit k kommuniziert jeder lokale Knoten a aus einer Menge von \mathcal{N} Knoten eine Nachricht, die ein geordnetes Paar (a, \mathbf{X}_k) umfasst, bestehend aus der Identität des Knotens a und der lokalen Schätzung des markierten Multi-Objekt-Zustands \mathbf{X}_k . Lassen Sie $\mathbb{L} = \mathbb{L} \times \mathcal{N}$ den globalen Labelraum des Netzwerks sein, in dem jedes globale Label einzigartig im Netzwerk ist. Lassen Sie $\mathbf{X}_k^{(a)} = \{(x, (\ell, a)) : (x, \ell) \in \mathbf{X}_k\} \subset \mathbb{X} \times \mathbb{L}$ die global markierte Multi-Objekt-Zustandschätzung des Knotens a zum Zeitpunkt k sein, die aus der kommunizierten Nachricht (a, \mathbf{X}_k) generiert wird, und $\mathbf{L}_k^{(a)} = \mathcal{L}(\mathbf{X}_k^{(a)}) = \{\ell \triangleq (\ell, a) : \ell \in \mathcal{L}(\mathbf{X}_k)\} \subset \mathbb{L}$ die entsprechende Menge der globalen Labels. Der empfangende Knoten ($b \in \mathcal{N}^{(a)}$) speichert $\mathbf{X}_k^{(a)}$ in seinem eigenen Speicher, um eine Menge von global markierten Tracks $\mathbf{X}^{(a)}$ (oder $\mathbf{T}^{(a)} \subset \mathbb{T} \times \mathbb{L}$) vom Knoten a zu bilden. Gegeben die Mengen global markierter Track-Schätzungen $\{\mathbf{T}^{(a)}\}_{a \in \mathcal{N}}$, ist unser Ziel, eine konsensierte global markierte Multi-Objekt-Zustandschätzung $\mathbf{X}_k^{\text{con}} \subset \mathbb{X} \times \mathbb{L}$ zu berechnen, indem ein Konsens über die neuesten markierten Multi-Objekt-Zustandschätzungen $\{\mathbf{X}_k^{(a)}\}_{a \in \mathcal{N}}$ in Bezug auf Kinematik und Labels erreicht wird. Dies wird erreicht, indem die gesamte Dissimilarität der

Tracks zwischen den Radar-Sensor-Knoten mit der Optimal Sub-Pattern Assignment (OSPA)-Metrik minimiert wird. Lassen Sie $d^{(c)}(x, y) \triangleq \min(c, d(x, y))$ sein und Π_n die Menge aller Permutationen von $\{1, 2, \dots, n\}$. Die OSPA-Metrik der Ordnung $p \geq 1$ und dem Cut-Off $c \in (0, \infty)$ wird definiert als [80][81]:

$$d_0^{(p,c)}(X, Y) = \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x^{(i)}, y^{(\pi(i))})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{1/p}, \quad (2.100)$$

wenn $m \leq n$, und $d_0^{(p,c)}(X, Y) \triangleq d_0^{(p,c)}(Y, X)$, wenn $m > n$. Außerdem gilt $d_0^{(p,c)}(X, Y) = c$, wenn eines der Argumente leer ist, und $d_0^{(p,c)}(\emptyset, \emptyset) = 0$. Die beiden einstellbaren Parameter p und c werden als Empfindlichkeiten gegenüber Ausreißern und Kardinalität interpretiert. Die OSPA-Metrik kann als den besten Lokalisierungs- und Kardinalitätsfehler pro Objekt interpretiert werden.

Gegeben eine bedeutungsvolle Basisdistanz $d^{(c)}(\cdot, \cdot)$ zwischen zwei Tracks, liefert die OSPA-Metrik sinnvolle Abstände zwischen zwei endlichen Teilmengen von Tracks. Eine solche Basisdistanz ist die zeitlich durchschnittliche OSPA-Distanz zwischen den Zuständen von zwei Tracks über Zeitinstanzen, in denen mindestens einer der Tracks existiert. Speziell für beliebige $t, u \in \mathbb{T}$ wird die OSPA *Track-to-Track-Distanz* definiert als

$$\tilde{d}^{(c)}(t, u) = \sum_{k \in \mathcal{D}^{(t)} \cup \mathcal{D}^{(u)}} \frac{d_0^{(c)}(\{t(k)\}, \{u(k)\})}{|\mathcal{D}^{(t)} \cup \mathcal{D}^{(u)}|} \quad (2.101)$$

wo $\mathcal{D}^{(t)}$ die Menge der Track-Existenz für Track t ist und $\tilde{d}^{(c)}(t, u) = 0$, wenn $\mathcal{D}^{(t)} \cup \mathcal{D}^{(u)} = \emptyset$, wobei $d_0^{(c)}(\{t(k)\}, \{u(k)\})$ die OSPA-Distanz bezeichnet. Die OSPA-Distanz kann als die zeitlich durchschnittliche Fehlerquote pro Track interpretiert werden und zeigt aussagekräftiges Verhalten in verschiedenen MOT-Szenarien. Fehler in der Lokalisierung, Kardinalität, Track-Fragmentierung und Track-Identitätswechsel führen alle zu beabsichtigten Erhöhungen des OSPA⁽²⁾-Fehlers. Je höher die Häufigkeit von Track-Fragmentierungen und Identitätswechseln, desto höher ist der OSPA⁽²⁾-Fehler. Ein verlorener Track, der später mit derselben Identität wiedergewonnen wird, führt zu einer geringeren Erhöhung des OSPA⁽²⁾-Fehlers als wenn er mit einer anderen Identität wiedergewonnen wird.

Die Fusion von Multi-Objekt-Zustandschätzungen anstelle von Multi-Objekt-Dichten reduziert die Verarbeitungszeit erheblich. Die Dissimilarität zwischen Tracks wird über die OSPA-Track-to-Track-Distanz gemessen. Basierend auf dem Konzept der optimalen Track-Zuordnung wird das Konzept der Label-Konsistenz formalisiert und eine hinreichende Bedingung abgeleitet, um diese zu erreichen. Später wird der kinematische Konsens zwischen den Track-Schätzungen, die von zwei Knoten erstellt wurden, veranschaulicht und dies wird auf einen paarweisen Fusionsalgorithmus für den kinematischen Konsens ausgeweitet, wenn die Anzahl der Knoten größer als zwei ist, und schließlich wird ein Label-Konsensalgorithmus erklärt, um die Label-Konsistenz im verteilten Netzwerk von Knoten zu erreichen.

Betrachten Sie zwei Knoten $a, b \in \mathcal{N}$. Ohne Verlust der Allgemeinheit nehmen wir an, dass die Fusion am Knoten a durchgeführt wird. Zum Zeitpunkt k besteht das Ziel darin, eine konsensierte markierte Multi-Objekt-Zustandschätzung $\mathbf{X}_k^{(a, \text{con})}$ am Knoten a aus $\mathbf{X}_k^{(a)}$ und $\mathbf{X}_k^{(b)}$ zu berechnen. Da $\mathbf{X}_k^{(a, \text{con})}$ aus den neuesten lokalen markierten Multi-Objekt-Zustandschätzungen berechnet wird, haben zuvor beendete Tracks keinen Einfluss, nur Tracks, die zum Zeitpunkt k als *existierend* erklärt wurden, werden berücksichtigt. Mit einer leichten Missbrauch der Notation lassen Sie $\mathbf{T}_k^{(a)} = \{\mathbf{t} \in \mathbf{T}^{(a)} : \mathcal{L}(\mathbf{t}) \in \mathcal{L}(\mathbf{X}_k^{(a)})\}$ die Menge der aktiven Tracks zum Zeitpunkt k , wie von Knoten a erklärt, truncatiert auf dem Fenster $[j : k]$, und ebenso für $\mathbf{T}_k^{(b)} = \{\mathbf{t} \in \mathbf{T}^{(b)} : \mathcal{L}(\mathbf{t}) \in \mathcal{L}(\mathbf{X}_k^{(b)})\}$. Zur Notationskompaktheit verwenden wir die Kurzform $\mathbf{a}^{(m)} = \mathcal{T}(\mathbf{a}^{(m)})$, $\mathbf{b}^{(m)} = \mathcal{T}(\mathbf{b}^{(m)})$, und $\mathbf{u}^{(m)} = \mathcal{T}(\mathbf{u}^{(m)})$. Gegeben zwei Mengen von Tracks $\mathbf{T}_k^{(a)} = \{\mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(|\mathbf{T}_k^{(a)}|)}\}$ und $\mathbf{T}_k^{(b)} = \{\mathbf{b}^{(1)}, \dots, \mathbf{b}^{(|\mathbf{T}_k^{(b)}|)}\}$, wobei angenommen wird, dass $|\mathbf{T}_k^{(a)}| \leq |\mathbf{T}_k^{(b)}|$. Wir definieren die optimale Zuordnung als das Paaren von Elementen zwischen den beiden Mengen, das die OSPA⁽²⁾-Distanz $d_0^{(1,c)}(\tau(\mathbf{T}_k^{(a)}), \tau(\mathbf{T}_k^{(b)}))$ ergibt.

$$\pi^* = \operatorname{argmin}_{\pi \in \Pi_{|\mathbf{T}_k^{(a)}|, |\mathbf{T}_k^{(b)}|}} \sum_{m=1}^{|\mathbf{T}_k^{(a)}|} \tilde{d}^{(c)}(a^{(m)}, b^{(\pi(m))}), \quad (2.102)$$

Hier bedeutet $\pi^*(m) = n$, dass der Track $\mathbf{a}^{(m)} \in \mathbf{T}_k^{(a)}$ dem Track $\mathbf{b}^{(n)} \in \mathbf{T}_k^{(b)}$ zugeordnet ist. Das optimale Zuordnungsproblem kann mit dem ungarischen Algorithmus gelöst werden, wie in Abschnitt 2.1.3.2 beschrieben. Die Menge der Tracks an jedem Knoten kann in drei Teilmengen unterteilt werden, nämlich in zugeordnete Tracks, nicht zugeordnete und beibehaltene Tracks sowie nicht zugeordnete und verworfene Tracks. Hier verlassen wir uns auf die Trennung zwischen zwei Track-Schätzungen, um zu bestimmen, ob sie zugeordnet sind oder nicht. Für alle Paare (m, n) , für die $\pi^*(m) = n$, werden nur Paare mit zugehörigen Kosten $C_{m,n} = \tilde{d}^{(c)}(a^{(m)}, b^{(n)})$ betrachtet, die kleiner als c sind. Im Wesentlichen bedeutet dies, dass beide zugeordneten Tracks zusammen für mindestens einen Zeitpunkt existieren müssen oder nicht zu weit entfernt gemäß der Cut-Off-Distanz c sein dürfen. Die zugeordneten Paare werden wie in Algorithmus 1 beschrieben bestimmt und sind wie folgt: Die zugehörigen Kosten C zwischen zwei Mengen von Tracks werden basierend auf der Größe von $\mathbf{T}_k^{(a)}$ und $\mathbf{T}_k^{(b)}$ initialisiert, und anschließend wird die OSPA-Track-to-Track-Distanz wie in (2.101) berechnet. Die optimale Zuordnung π^* wird über den ungarischen Algorithmus berechnet. Die Zuordnungsmatrix H^* wird basierend auf der Größe von $\mathbf{T}_k^{(a)}$ und $\mathbf{T}_k^{(b)}$ in Zeile 1 initialisiert und so berechnet, dass nur optimale Zuordnungen mit zugehörigen Kosten unter c als optimale Übereinstimmungen betrachtet werden. Hierbei bezeichnet \odot das elementweise Produkt zwischen zwei Matrizen. Die Matrix der zugeordneten Paare Q wird basierend auf der Zuordnungsmatrix H^* berechnet.

Für die nicht zugeordneten Tracks können einige davon falsche Tracks sein und sollten verworfen werden. Daher schlagen wir vor, dass nur nicht zugeordnete Tracks mit Längen, die größer sind als eine vordefinierte Track-Länge C_{len} , beibehalten werden. Eine kleine Track-Länge C_{len} hilft, neue Objekte schneller zu initiieren, allerdings mit mehr Fehlalarmen, und umgekehrt. Intuitiv verzögert C_{len} die Bestätigung eines neuen Objekts durch den Track-Konsensalgorithmus um mindestens C_{len} Schritte, d.h., der beobachtete Track muss eine Track-Länge von größer oder gleich C_{len} haben, um als neues Geburtsobjekt bestätigt zu werden. Infolgedessen umfasst die konsensierte markierte Multi-Objekt-Zustandschätzung zwei Komponenten: *i*) die zugeordneten und fusionierten markierten Zustandschätzungen, *ii*) die nicht zugeordneten und beibehaltenen markierten Zustandschätzungen der beiden Knoten.

Eine zugeordnete Historienmatrix $\Xi_{1:k}^{(a,b)}$ der Größe $|\mathbf{L}_{1:k}^{(a)}| \times |\mathbf{L}_{1:k}^{(b)}|$ wird verwaltet, deren Elemente die Anzahl der Instanzen sind, in denen der Track $i^{(m)} \in \{1, \dots, |\mathbf{L}_{1:k}^{(a)}|\}$ mit dem Track $i^{(n)} \in \{1, \dots, |\mathbf{L}_{1:k}^{(b)}|\}$ zugeordnet ist. Hierbei ist $\mathbf{L}_{1:k}^{(a)}$ der Labelraum bis zum Zeitpunkt k am Knoten a (ebenso für $\mathbf{L}_{1:k}^{(b)}$ am Knoten b). Die zugeordnete Historienmatrix $\Xi_{1:k}^{(a,b)}$ zum Zeitpunkt k wird basierend auf den aktuellen Labelräumen der beiden Knoten und der vorherigen zugeordneten Historienmatrix $\Xi_{1:k-1}^{(a,b)}$ zum Zeitpunkt $k-1$ initialisiert. Die Indizes der Labelräume von den beiden Knoten a und b werden ebenfalls initialisiert. Die Berechnung der zugeordneten Historienmatrix $\Xi_{1:k}^{(a,b)}$ erfolgt basierend auf der Matrix der zugeordneten Paare $Q_k = [Q_k^{(a)}, Q_k^{(b)}]$, sodass, wenn der Track $i^{(m)} \in \{1, \dots, |\mathbf{L}_{1:k}^{(a)}|\}$ von Knoten a dem Track $i^{(n)} \in \{1, \dots, |\mathbf{L}_{1:k}^{(b)}|\}$ von Knoten b zugeordnet ist, dann fügen wir 1 in $\Xi_{1:k-1}^{(a,b)}(i^{(m)}, i^{(n)})$ ein, um die Anzahl der Instanzen aufzuzeichnen, in denen Tracks von Knoten a mit Tracks von Knoten b zugeordnet sind. Die Berechnung der zugeordneten Historienmatrix wird ab Zeile 4 des Algorithmus 1 beschrieben.

Die beiden Knoten werden wie in Zeile 5 des Algorithmus 1 beschrieben fusioniert, und die Menge $\bar{\mathbf{X}}_k^{(a)}$ der zugeordneten markierten Zustandschätzungen am Knoten a , die durch die Fusion der zugeordneten markierten Zustandschätzungen erhalten wird, ist gegeben durch,

$$\bar{\mathbf{X}}_k^{(a)} = \{(x, \ell^{(m)}) : x = w^{(a)} a^{(m)}(k) + w^{(b)} b^{(n)}(k), (m, n) \in Q_k\}, \quad (2.103)$$

wo $w^{(a)}$ und $w^{(b)}$ die Fusionsgewichte der beiden Knoten sind und basierend auf dem SNR, das am

Algorithm 1: FuseTwoNodes

Input: $\mathbf{T}_k^{(a)}, \mathbf{T}_k^{(b)}, \Xi_{1:k-1}^{(a,b)}, \mathbf{L}_{1:k-1}^{(a)}, \mathbf{L}_{1:k-1}^{(b)}, \mathcal{C}_{\text{len}};$
Output: $\mathbf{X}_k^{(a,\text{con})}, \Xi_{1:k}^{(a,b)}, \mathbf{L}_{1:k}^{(a)}, \mathbf{L}_{1:k}^{(b)};$

- 1: $\mathbf{L}_{1:k}^{(a)} = \mathbf{L}_{1:k-1}^{(a)} \cup (\mathcal{L}(\mathbf{T}_k^{(a)}) \setminus \mathbf{L}_{1:k-1}^{(a)});$
- 2: $\mathbf{L}_{1:k}^{(b)} = \mathbf{L}_{1:k-1}^{(b)} \cup (\mathcal{L}(\mathbf{T}_k^{(b)}) \setminus \mathbf{L}_{1:k-1}^{(b)});$
- 3: $Q_k := \text{DetermineMatchedPairs}(\mathbf{T}_k^{(a)}, \mathbf{T}_k^{(b)});$
Input: $\mathbf{T}_k^{(a)}, \mathbf{T}_k^{(b)};$
Output: $Q_k = [Q_k^{(a)}, Q_k^{(b)}];$
 - $C := \text{zeros}(|\mathbf{T}_k^{(a)}|, |\mathbf{T}_k^{(b)}|); H^* := \text{zeros}(|\mathbf{T}_k^{(a)}|, |\mathbf{T}_k^{(b)}|);$
 - **for** $m = 1 : |\mathbf{T}_k^{(a)}|$
 - **for** $n = 1 : |\mathbf{T}_k^{(b)}|$
 - $C_{m,n} := \tilde{d}^{(c)}(a^{(m)}, b^{(n)})$ via (2.101)
 - **end for**
 - **end for**
 - $\pi^* := \text{OptimalAssignment}(C);$ ▷ Use Hungarian's algorithm.
 - **for** $m = 1 : |\mathbf{T}_k^{(a)}|$
 - $H_{m,\pi^*(m)}^* := 1;$
 - **end for**
 - $H^* := H^* \odot (C < c);$ ▷ Select assignments with cost $C < c$.
 - $i_k^{(a)} := [1 : |\mathbf{T}_k^{(a)}|]^T; i_k^{(b)} := [1 : |\mathbf{T}_k^{(b)}|]^T;$
 - $Q_k^{(a)} := i_k^{(a)}; Q_k^{(b)} := H^* \cdot i_k^{(b)}; Q_k := [Q_k^{(a)}, Q_k^{(b)}];$
 - $Q^{\text{check}} := [Q_k^{(a)} \odot Q_k^{(b)}] > 0;$ ▷ Ensure $H_{m,\pi^*(m)}^* = 1$.
 - $Q_k := Q_k(:, Q^{\text{check}});$
- 4: $\Xi_{1:k}^{(a,b)} := \text{UpdateMatchedHistory}(\Xi_{1:k-1}^{(a,b)}, \mathbf{L}_{1:k}^{(a)}, \mathbf{L}_{1:k}^{(b)}, Q_k);$
Input: $\Xi_{1:k-1}^{(a,b)}, \mathbf{L}_{1:k}^{(a)}, \mathbf{L}_{1:k}^{(b)}, Q_k = [Q_k^{(a)}, Q_k^{(b)}];$
Output: $\Xi_{1:k}^{(a,b)};$
 - $\Xi_{1:k}^{(a,b)} := \text{zeros}(|\mathbf{L}_{1:k}^{(a)}|, |\mathbf{L}_{1:k}^{(b)}|);$
 - $\Xi_{1:k}^{(a,b)}(1 : |\mathbf{L}_{1:k-1}^{(a)}|, 1 : |\mathbf{L}_{1:k-1}^{(b)}|) := \Xi_{1:k-1}^{(a,b)};$
 - $i_{1:k}^{(a)} := 1 : |\mathbf{L}_{1:k}^{(a)}|; i_{1:k}^{(b)} := 1 : |\mathbf{L}_{1:k}^{(b)}|$
 - **for** $i = 1 : |Q_k^{(a)}|$
 - $m := Q_k^{(a)}(i); n := Q_k^{(b)}(i);$
 - $\ell^{(m)} := \mathbf{L}_k^{(a)}(:, m); \ell^{(n)} := \mathbf{L}_k^{(b)}(:, n);$
 - $i^{(m)} := i_{1:k}^{(a)}(\ell^{(m)} = \mathbf{L}_{1:k}^{(a)});$
 - $i^{(n)} := i_{1:k}^{(b)}(\ell^{(n)} = \mathbf{L}_{1:k}^{(b)});$
 - $\Xi_{1:k}^{(a,b)}(i^{(m)}, i^{(n)}) := \Xi_{1:k}^{(a,b)}(i^{(m)}, i^{(n)}) + 1;$
 - **end for**
- 5: Compute $\bar{\mathbf{X}}_k^{(a)}$ via (2.103); $\mathbf{X}_k^{(a,\text{ret})}$ and $\mathbf{X}_k^{(b,\text{ret})}$ via (2.81);
- 6: $\mathbf{X}_k^{(a,\text{con})} := \bar{\mathbf{X}}_k^{(a)} \cup \mathbf{X}_k^{(a,\text{ret})} \cup \mathbf{X}_k^{(b,\text{ret})};$

Knoten a ($\text{SNR}^{(a)}$) und am Knoten b ($\text{SNR}^{(b)}$) unter Verwendung eines Quadratgesetzdetectors für eine gegebene Wahrscheinlichkeit für Fehlalarme (P_{FA}) berechnet wird. Die Gewichte sind definiert als $w^{(a)} = \frac{\text{SNR}^{(a)}}{\text{SNR}^{(a)} + \text{SNR}^{(b)}}$ und $w^{(b)} = \frac{\text{SNR}^{(b)}}{\text{SNR}^{(a)} + \text{SNR}^{(b)}}$, sodass $w^{(a)} + w^{(b)} = 1$ und $w^{(a)}, w^{(b)} > 0$.

Die Menge $\mathbf{X}_k^{(a,\text{ret})}$ der nicht zugeordneten markierten Zustandschätzungen am Knoten a (ebenso für $\mathbf{X}_k^{(b,\text{ret})}$ am Knoten b), deren Längen einen bestimmten Wert \mathcal{C}_{len} überschreiten. Darüber hinaus

werden alle nicht zugeordneten Tracks mit Längen, die kleiner als C_{len} sind, verworfen. Die Menge $\mathbf{X}_k^{(a,\text{con})}$ der konsensierten markierten Zustandschätzungen am Knoten a wird durch die Kombination von zwei Komponenten gebildet: *i*) den zugeordneten und fusionierten markierten Zustandschätzungen, *ii*) den nicht zugeordneten und beibehaltenen markierten Zustandschätzungen der beiden Knoten,

$$\mathbf{X}_k^{(a,\text{con})} = \bar{\mathbf{X}}_k^{(a)} \cup \mathbf{X}_k^{(a,\text{ret})} \cup \mathbf{X}_k^{(b,\text{ret})}. \quad (2.104)$$

Die Fusion mehrerer Empfänger erfolgt in den folgenden drei Schritten:

Schritt 1) Fusioniere jeden Nachbarknoten mit dem aktuellen Knoten: Jede Nachbar-markierte Multi-Objekt-Zustandschätzung wird mit der markierten Multi-Objekt-Zustandschätzung des interessierenden Knotens fusioniert, um sicherzustellen, dass nur nicht zugeordnete markierte Zustandschätzungen mit einer Track-Länge größer oder gleich C_{len} beibehalten werden.

Schritt 2) Fusioniere die konsensierten markierten Zustandschätzungen sequenziell: Die konsensierten markierten Zustandschätzungen der Nachbarknoten und der interessierenden Knoten werden sequenziell ohne die Track-Längen-Beschränkung (d.h. $C_{\text{len}} = 1$) kombiniert, um alle nicht zugeordneten Tracks beizubehalten, da der Label-Konsens noch nicht erreicht wurde.

Schritt 3) Aktualisiere die Labels für die fusionierten Zustandschätzungen: MOT betrifft nicht nur die Positionen der Objekte (kinematisch), sondern auch die Identitäten der Objekte (Labels). Während der Fusionsschritte werden die nicht zugeordneten und beibehaltenen markierten Zustandschätzungen in die konsensierten markierten Multi-Objekt-Zustandschätzungen aufgenommen. Daher muss darauf geachtet werden, dass nicht übereinstimmende Labels zwischen den Knoten gelöst werden, um den Label-Konsens zu erreichen. Eine Inkonsistenz der Labels der nicht zugeordneten und beibehaltenen Schätzungen tritt auf, wenn das Ziel bei Knoten 1 für einige Zeit erkannt wird und dann verschwindet, aber bei Knoten 2 weiterhin sichtbar ist. Dennoch tritt die Track-Fragmentierung auf, da das Netzwerk auf die Detektionsinformationen von Knoten 2 angewiesen ist, um es zu verfolgen. Da Knoten 2 ein anderes Label hat als das, das von Knoten 1 beobachtet wurde, ergeben die konsensierten markierten Zustandschätzungen zwei unterschiedliche Labels für dasselbe Objekt. Die Lösung für den Label-Konsens zur Reduzierung der Label-Inkonsistenz ist wie folgt: Die Hauptidee besteht darin, einen Graphen zu konstruieren, der die Verbindungen zwischen den Labels basierend auf den Zuordnungshistorienmatrizen $\Xi_{1:k}^{(a,b)}$ darstellt, deren (m, n) -Eintrag die Anzahl der Instanzen ist, in denen der m -te Track in der Track-Liste von Knoten a mit dem n -ten Track in der Track-Liste von Knoten b zugeordnet ist. Insbesondere sei $G = (V, E)$ ein Graph, wobei:

- Die Menge V der Labels ist die Menge der Knoten des Graphen;
- E ist die Menge der Kanten, die Übereinstimmungen zwischen den Labels darstellen.

Da die Label-Konsistenz erfordert, dass dasselbe Objekt über alle Knoten des Netzwerks hinweg dasselbe Label hat, sollten alle verbundenen Knoten dasselbe Label zugewiesen bekommen. Für dieses sogenannte konsensierte Label schlagen wir vor, das kleinste Label der verbundenen Knoten gemäß einer lexikographischen Ordnung von Geburtszeit und einzigartiger Knoten-ID zu verwenden:

$$\begin{aligned} \ell = ((k, i), a) < \ell' = ((k', i'), b) \\ \Leftrightarrow (k = k') \text{ and } (a < b) \text{ or } (k < k'). \end{aligned} \quad (2.105)$$

Das Blockdiagramm des dargestellten Fusionsalgorithmus mit einem Beispiel ist in Abbildung 2.9 dargestellt. In diesem Beispiel werden die Tracks von Rx1 und Rx4 fusioniert, wobei die Track-Labels Informationen über den Zeitstempel enthalten, zu dem jeder Track begonnen hat (angegeben in der ersten Reihe), und eine eindeutige Kennung für jeden Track (in der zweiten Reihe dargestellt). Es gibt sieben unterschiedliche markierte Tracks an beiden Empfängern. Die Kostenmatrix zwischen den Tracks wird unter Verwendung der OSPA-Metrik berechnet, die in den Gleichungen 2.77 und 2.78 definiert ist. Der ungarische Algorithmus, der in Abschnitt 2.1.3.2 beschrieben ist, weist die Labels von Rx4 denjenigen von Rx1 zu, wie in der Zuordnungsmatrix in Abbildung 2.9 dargestellt. Die Labels 1 bis 4

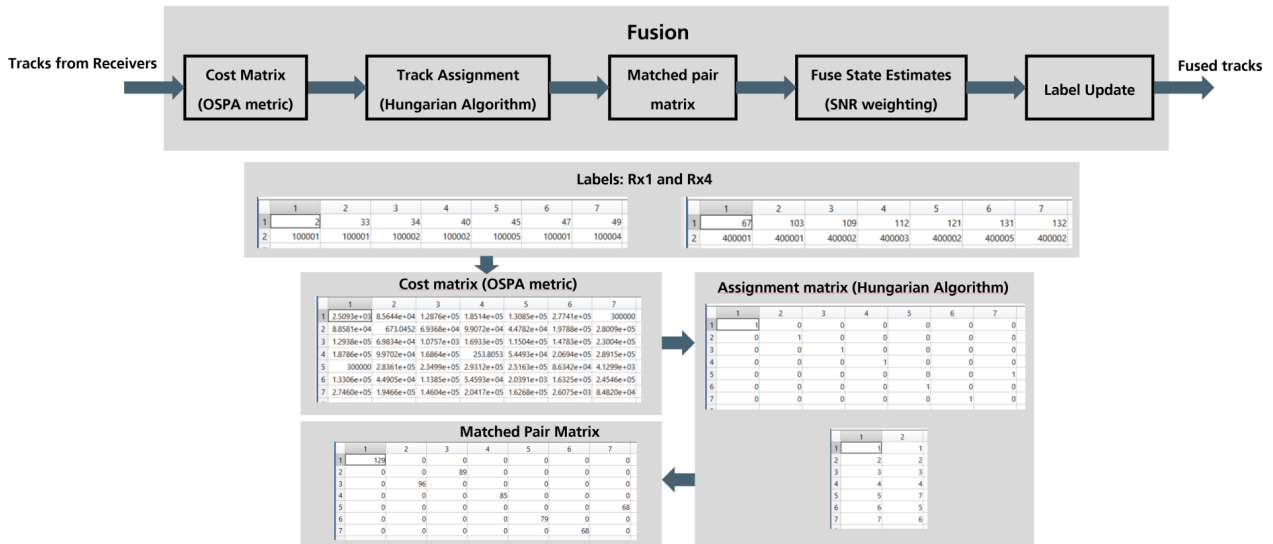


Abbildung 2.27: Blockdiagramm des Multi-Sensor-Fusionsalgorithmus mit einem Beispiel.

von Rx1 werden mit den Labels 1 bis 4 von Rx4 abgeglichen, während die 5., 6. und 7. markierten Tracks von Rx1 den 7., 5. und 6. markierten Tracks in Rx4 zugeordnet werden. Diese zugeordneten Tracks werden dann, wie in Gleichung 2.80 gezeigt, fusioniert. Die Matrix der zugeordneten markierten Paare wird aktualisiert, um zu reflektieren, wie oft die markierten Tracks während der Tracking-Zeitinstanzen übereinstimmen. Nach der Verfolgung der Objekte über alle Zeitinstanzen werden markierte Tracks mit Übereinstimmungen, die C_{len} überschreiten, als gültige Tracks betrachtet; diejenigen, die unter diesem Schwellenwert liegen, werden verworfen. Die zugeordneten Tracks werden dann mit ihren jeweiligen TLEs verknüpft, indem die TLEs in die Umlaufbahn propagiert und eine Kostenmatrix zwischen den fusionierten Tracks und den propagierten Umläufen im ECEF-Koordinatensystem erstellt wird. Diese Kostenmatrix wird dann zur Zuordnung mit dem ungarischen Algorithmus gelöst. Nicht zugeordnete Tracks können als neue Tracks behandelt oder verworfen werden, wenn nur bekannte Objekte verfolgt werden.

2.11.4 Simulations-Ergebnisse

Die Fragmente von Cosmos 1408 und Fegyung 1C werden herangezogen, um den oben beschriebenen Tracking- und Fusionsalgorithmus zu überprüfen. Die Tracking-Leistung wird mit einem Modell für konstante Geschwindigkeit und konstante Beschleunigung verifiziert.

- **Konstantgeschwindigkeitsmodell:** Der Zustand eines Objekts zum Zeitpunkt k wird durch seine 3D-Positions- und Geschwindigkeitsvektoren dargestellt, d.h. $x_k = [p_{x_1}, \dot{p}_{x_1}, p_{x_2,k}, \dot{p}_{x_2}, p_{x_3}, \dot{p}_{x_3}]$. Die Übergangsdichte für ein einzelnes Objekt ist gegeben durch $f(x_{k+1}|x_k) = \mathcal{N}(x_{k+1}; F_k x_k, Q_k)$, wobei

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_3 \text{ and } Q_k = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^4}{4} & \frac{\Delta t^3}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{2} & \Delta t^2 \end{bmatrix} \otimes I_3 \quad (2.106)$$

- **Konstantbeschleunigungsmodell:** Der Zustand eines Objekts zum Zeitpunkt k wird durch seine 3D-Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung dargestellt, d.h. $x_k = [p_{x_1}, \dot{p}_{x_1}, \ddot{p}_{x_1}, p_{x_2,k}, \dot{p}_{x_2}, \ddot{p}_{x_2}, p_{x_3}, \dot{p}_{x_3}, \ddot{p}_{x_3}]$. Die Übergangsdichte für ein einzelnes Objekt ist gegeben durch $f(x_{k+1}|x_k) = \mathcal{N}(x_{k+1}; F_k x_k, Q_k)$, wobei

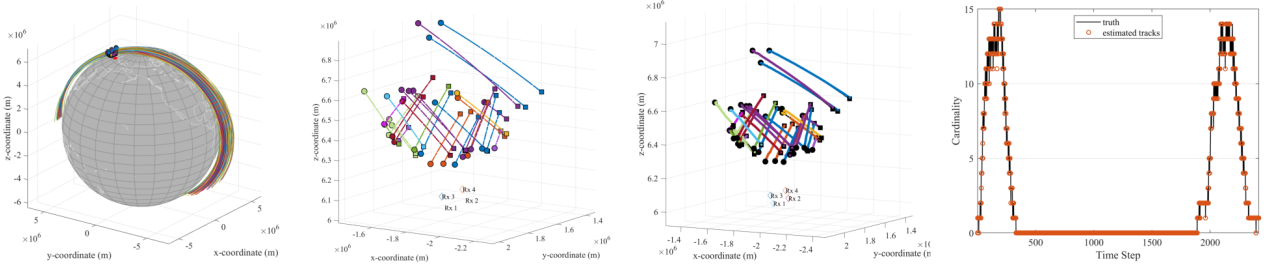


Abbildung 2.28: Trümmerschicht von 189 COSMOS 1408 Fragmenten, die eine Stunde im ECEF-Koordinatensystem propagiert wurden, Ground Truth der von dem Radar-Netzwerk erkannten Tracks, fusionierte Tracks und Ground Truth vs. geschätzte Tracks unter Verwendung des gekennzeichneten Multi-Bernoulli-Filters.

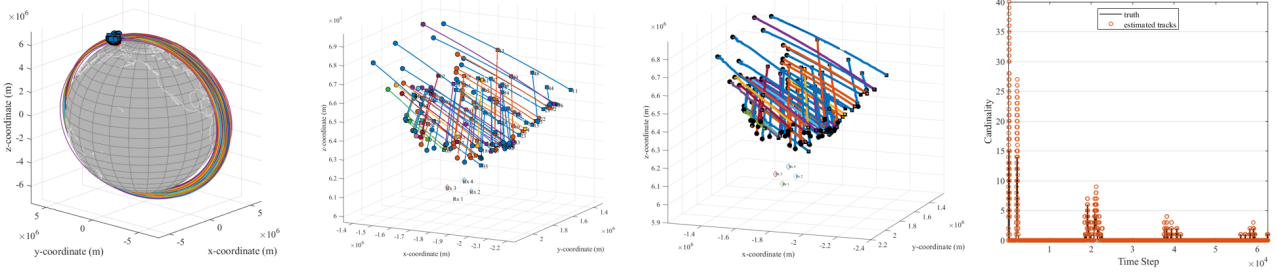


Abbildung 2.29: Trümmerschicht von 189 COSMOS 1408 Fragmenten, die sechs Stunden im ECEF-Koordinatensystem propagiert wurden, Ground Truth der von dem Radar-Netzwerk erkannten Tracks, fusionierte Tracks und Ground Truth vs. geschätzte Tracks unter Verwendung des gekennzeichneten Multi-Bernoulli-Filters.

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_3 \text{ and } Q_k = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^4}{4} & \frac{\Delta t^3}{2} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{2} & \Delta t^2 & \Delta t \\ \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t & 1 \end{bmatrix} \otimes I_3 \quad (2.107)$$

I_3 ist die 3×3 Einheitsmatrix, Δt ist der Abtastzeitraum, der in unseren Simulationen auf 0,3 s eingestellt ist, und σ_a ist die Standardabweichung des Prozessrauschens. Die Überlebenswahrscheinlichkeit beträgt $P_s = 0,9$. Die Geburten von Objekten werden durch ein LMB mit den Parametern $\{(r_{B,k}, P_{B,k}^{(i)})\}_{i=1}^{nb}$ modelliert, wobei nb die Anzahl der Geburten ist, $r_{B,k} = 0,05$ und $P_{B,k}^{(i)}(x) = \mathcal{N}(x; m_{B,k}^{(i)}, Q_{B,k})$. Der Mittelpunkt des Tx-Bereichs wird als der Ursprung der Ziele betrachtet, und $m_{B,k}$ wird dem Mittelpunkt des Bereichs zugeordnet, während $Q_{B,k}$ die Prozessrauschkovarianz für die Zielgeburten ist (Wert sollte hinzugefügt werden). Die Konfiguration besteht aus einem Tx/Rx und drei Rx. Die Empfänger geben Entfernungs- und DOA-Informationen zurück. Der Messrauschen wird als normalverteilt mit einer Standardabweichung von σ_θ rad und σ_r m angenommen. Die reichweitenabhängige Detektionswahrscheinlichkeit wird basierend auf den Neyman-Pearson-Kriterien berechnet, wobei ein nicht fluktuierendes Ziel unter Verwendung eines Quadratgesetzdetektors angenommen wird, indem die Wahrscheinlichkeit für Fehlalarme fixiert wird. Die Rauschmessungen sind gleichmäßig im Beobachtungsraum verteilt und werden als Poisson-RFS angenommen.

Die 189 Trümmerfragmente von COSMOS 1408, die im ersten Monat des Ereignisses aufgezeichnet wurden, werden in ihren jeweiligen Umlaufbahnen propagiert, wobei die TLE-Sätze aus [space org] extrahiert werden. Das Radar-Netzwerk mit 1 Tx/Rx und 3 Rx ist so platziert, dass die Trümmerschicht über dieses Radar-Netzwerk hinweg zieht und jedes Ziel innerhalb eines maximalen Abweichungswinkels von 60 Grad mit einer Verweildauer von 0,3 s erkannt wird. Die Erkennungen an mehreren Empfängern

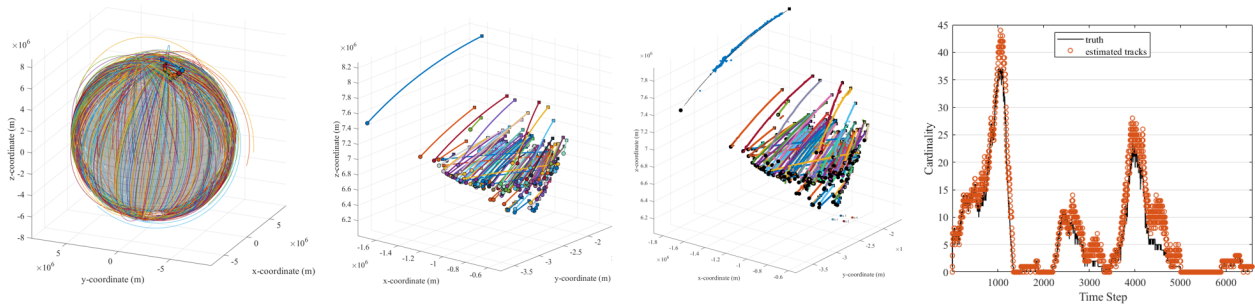


Abbildung 2.30: Trümmerschicht von 500 FENGYUNG1C Fragmenten, die eine Stunde im ECEF-Koordinatensystem propagiert wurden, Ground Truth der von dem Radar-Netzwerk erkannten Tracks, fusionierte Tracks und Ground Truth vs. geschätzte Tracks unter Verwendung des gekennzeichneten Multi-Bernoulli-Filters.

werden als Eingabe für den Tracking- und Fusionsalgorithmus verwendet, der im vorherigen Abschnitt dargestellt ist. Im Sichtfeld des Radars wurden insgesamt 50 Fragmente erkannt, und diese Fragmente wurden zu mehreren Zeitpunkten erkannt. Die Erkennungen zu verschiedenen Zeitpunkten werden einem Multi-Bernoulli-Tracker zugeführt, der diesen Erkennungen eindeutige Labels zuweist, die durch die Algorithmuskette propagiert werden, wie in Abbildung 2.8 gezeigt. Die aktualisierten Vorhersagen werden weiter einer Track-Pruning- und Extraktionsphase unterzogen, wobei die zugehörigen Labels verwendet werden, und an den Fusionsalgorithmus weitergegeben, wie in Abschnitt 2.1.3.4 beschrieben. Die Ausgaben der fusionierten Tracks werden unter Verwendung der OSPA-Metrik und des ungarischen Algorithmus mit den propagierten TLEs verknüpft. Die Fragmente werden unter Verwendung von TLEs im ECEF-Koordinatensystem propagiert, die Ground Truth der Tracks, die während der Netzwerkbetriebszeit unter Verwendung von TLEs propagiert werden, sowie die Erkennungen mit dem Radar-Netzwerk, die fusionierten Tracks, die mit den TLEs assoziiert sind, und die Kardinalität der geschätzten Tracks sind in Abbildung 2.10 dargestellt.

Die Fragmente von COSMOS 1408 wurden über einen Zeitraum von sechs Stunden propagiert, wobei einige der Fragmente zu den folgenden Zeitpunkten im Radar-Netzwerk wieder erschienen. Die zugehörigen Erkennungen von mehreren Empfängern wurden verfolgt und mit den zugehörigen Labels fusioniert, und die fusionierten Tracks wurden später den propagierten TLEs zugeordnet. Die Fragmente wurden über 6 Stunden im ECEF-Koordinatensystem propagiert, die Ground Truth der Tracks, die während der Betriebszeit des Netzwerks unter Verwendung von TLEs propagiert wurden, sowie die Erkennungen mit dem Radar-Netzwerk, die fusionierten Tracks, die mit den TLEs assoziiert sind, und die Kardinalität der geschätzten Tracks sind in Abbildung 2.11 dargestellt. Die Fragmente von FENGYUNG1C, die nach einem Monat des Fragmentierungsevents aufgezeichnet wurden, wurden über eine Stunde propagiert, und die Fragmente, die unter Verwendung von TLEs im ECEF-Koordinatensystem propagiert wurden, die Ground Truth der Tracks, die während der Betriebszeit des Netzwerks unter Verwendung von TLEs propagiert wurden, sowie die Erkennungen mit dem Radar-Netzwerk, die fusionierten Tracks, die mit den TLEs assoziiert sind, und die Kardinalität der geschätzten Tracks sind in Abbildung 2.12 dargestellt. In diesem Szenario erschienen die Tracks häufiger im Sichtfeld des Netzwerks im Vergleich zur Trümmerschicht von COSMOS 1408.

Das Auftreten von Fehlalarmen neigt dazu, während der Erkennung von Zielen in Raumüberwachungsradaren signifikant erhöht zu sein. Um die Leistung des Algorithmus zu bewerten, wurden absichtlich Fehlalarme zusammen mit den erkannten Fragmenten von COSMOS 1408 eingeführt, die über einen Zeitraum von einer Stunde mit einem Radar-Netzwerk, das aus einem Sender und vier Empfängern besteht, verfolgt wurden. Diese Fehlalarme wurden gleichmäßig über die räumlichen Dimensionen von r , θ und ϕ verteilt, wobei bestimmte Fehlalarme eine Normalverteilung aufwiesen, die um die Ground Truth zentriert war. In Abbildung 2.13 können wir die Erkennungen sehen, die von allen vier Empfängern erfasst wurden, sowie die propagierten Tracks im Sichtfeld des

Radar-Netzwerks. Die Anzahl der Fehlalarme wurde auf das 8- und 12-fache der tatsächlichen Anzahl an Erkennungen manipuliert. Abbildung 2.14 zeigt die fusionierten Tracks nach dem Tracking-Prozess sowie Evaluierungsmetriken, die die OSPA-Distanz zwischen der Ground Truth und den fusionierten Tracks vergleichen. Sie enthält auch die Kardinalität sowohl der Erkennungen als auch der geschätzten Tracks über verschiedene Ebenen von Fehlalarmen. Mit zunehmender Anzahl von Fehlalarmen wurden die Fehler in der Leistung des Algorithmus deutlicher. Dennoch zeigte der Algorithmus seine Fähigkeit, alle im Sichtfeld des Netzwerks vorhandenen Tracks erfolgreich zu extrahieren, selbst wenn er unterschiedlichen Raten von Fehlalarmen ausgesetzt war.

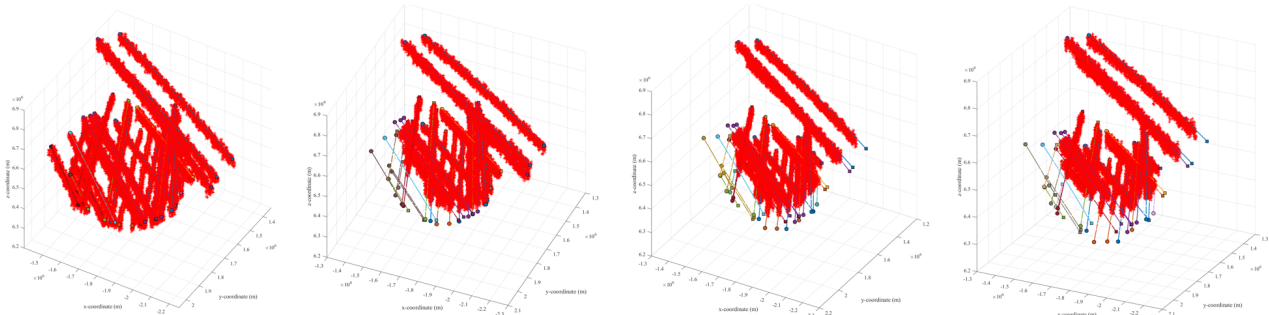


Abbildung 2.31: Zielerkennungen (rot) an allen vier Empfängern aus einer Trümmerschicht von 189 COSMOS 1408 Fragmenten, die eine Stunde propagiert wurden.

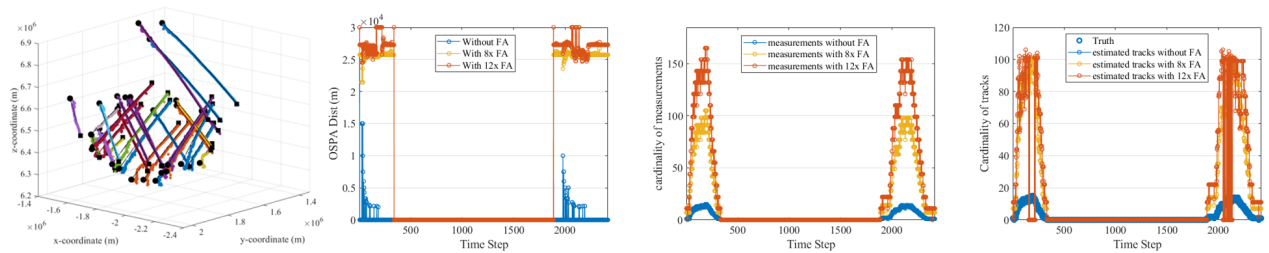


Abbildung 2.32: Fusionierte Tracks und Evaluierungsmetriken, die die OSPA-Distanz zwischen den Tracks und der Ground Truth vergleichen, sowie die Kardinalität der Messungen und die Kardinalität der geschätzten Tracks bei variierenden Fehlalarmen an den Empfängern.

Die TLEs von 50 Fragmenten, die einen Monat nach der Kollision von COSMOS 1408 dokumentiert wurden, werden zurückpropagiert, um das Fragmentierungsevent zu beobachten. In den Simulationen sind die Tx- und Rx-Radarstrahlen direkt auf das Kollisionsevent ausgerichtet, mit einem seitlichen Abweichungswinkel von 60 Grad. Das Ausmaß der Fehler in den Erkennungen hängt von den Parametern des Radarempfängersystems ab. Da die Bandbreite eines der Parameter ist, wird sie variiert, und die rauschbehafteten Erkennungen, die bei 1,6, 6 und 16 GHz beobachtet wurden, werden in den Tracking- und Fusionsalgorithmus eingespeist. Da das Tracking bei höherer Bandbreite seine eigenen Herausforderungen mit sich bringt, wurde diese Simulation durchgeführt, um die Leistung des Algorithmus beim Tracking und der Fusion von eng beieinander liegenden Objekten zu überprüfen. Das Ausmaß des Fehlers in den rauschbehafteten Erkennungen hängt von der Betriebsbandbreite ab, wie in der folgenden Gleichung gezeigt. Die Ergebnisse nach der Track-Zuordnung bei variierenden Fehlern sind in Abbildung 2.15 dargestellt. Die Tracks mit weniger Fehlern bei höherer Bandbreite sind besser zu unterscheiden, wenn die Objekte nahe beieinander sind, aber mit zunehmendem Fehler werden die Tracks nicht effektiv unterschieden, verbessern sich jedoch, wenn die Trennung zwischen den Objekten zunimmt.

Um den Suchmodus zu bewerten, wird ein Suchvolumen definiert, und das Netzwerk wird um

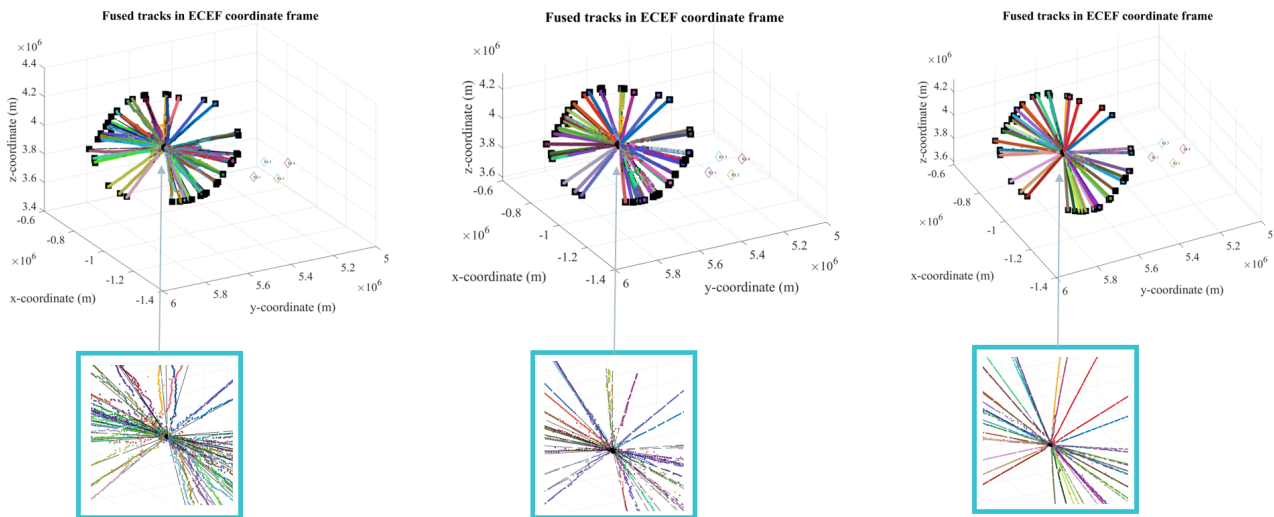


Abbildung 2.33: Fusionierte Tracks bei Bandbreiten von 1.6, 6 und 16 GHz der COSMOS 1408 Fragmente, die zurückpropagiert wurden zum Datum des Fragmentierungsevents.

das Fragmentierungsevent positioniert, um sicherzustellen, dass die Fragmentierung innerhalb der Abdeckung des Netzwerks erfolgt. Die Basislinie der Stationen im Netzwerk variiert von 100 bis 500 km, und die Erkennungen werden mithilfe von Heatmaps analysiert, wie in Abbildung 2.16 gezeigt. Die x -Achse repräsentiert das Suchvolumen, das von 10 bis 60 Grad sowohl in Azimut als auch in Elevation reicht, während die y -Achse die Kardinalität der erkannten Objekte angibt; ein Wert von 2 bedeutet beispielsweise, dass das Objekt zweimal erkannt wurde. Die folgenden Interpretationen können aus den Heatmaps abgeleitet werden, wenn ein Fragmentierungsevent beobachtet wird:

- Bei einer Basislinie von 100 km und einem Suchvolumen von 10 Grad in der Elevation und 30 Grad im Azimut wurden 44 Fragmente insgesamt 7 Mal erkannt. Im Gegensatz dazu nimmt die Anzahl der Erkennungen in anderen Suchvolumen ab, da dieses Szenario 3 Strahlen von jeweils 10 Grad erfordert, um das Suchvolumen abzudecken. Da diese Strahlen das Volumen schneller abdecken, wird in der Abbildung 2.16 gezeigt, dass zunächst nahe Ziele häufiger erkannt werden, da sie sich im Laufe der Zeit schnell zerstreuen. Die Kardinalität nimmt ab, wenn die Basislinie zunimmt, aufgrund der Latenz, die beim Empfang der Signale entsteht.
- Bei einem Suchvolumen von 10 Grad in der Elevation und 10 Grad im Azimut ist nur ein Strahl erforderlich, um das Suchvolumen abzudecken. Die Fragmente werden mindestens einmal erkannt, aber die Kardinalität nimmt ab, wenn die Basislinie zunimmt, aufgrund der Latenz, die beim Empfang der Signale entsteht, während sich die Fragmente nach dem Fragmentierungsevent mit der Zeit zerstreuen.
- Wenn das Suchvolumen zunimmt, steigt auch die Anzahl der benötigten Strahlen, um es abzudecken. Folglich kann das Wechseln zwischen den Strahlen die Erkennungskardinalität verringern, da sich die Fragmente im Laufe der Zeit zerstreuen und nur die Objekte innerhalb der Strahlen erkannt werden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei niedrigeren Basislinien und kleineren Suchvolumen Objekte mehrfach erkannt werden, da die Sende- und Empfangsstrahlen sich über die längste Zeitspanne auf das Fragmentierungsevent konzentrieren. Mit zunehmendem Suchvolumen sind mehr Strahlen erforderlich, um das Gebiet abzudecken, was zu verpassten Fragmenten und einem Rückgang der Erkennungskardinalität führt. Wenn das Fragmentierungsevent im Voraus bekannt ist, ist ein kleineres Suchvolumen effizient, da mehr Objekte erkannt werden können, während sich die Fragmente schnell zerstreuen. Umgekehrt ist, wenn das Fragmentierungsevent unbekannt ist, ein größeres Suchvolumen

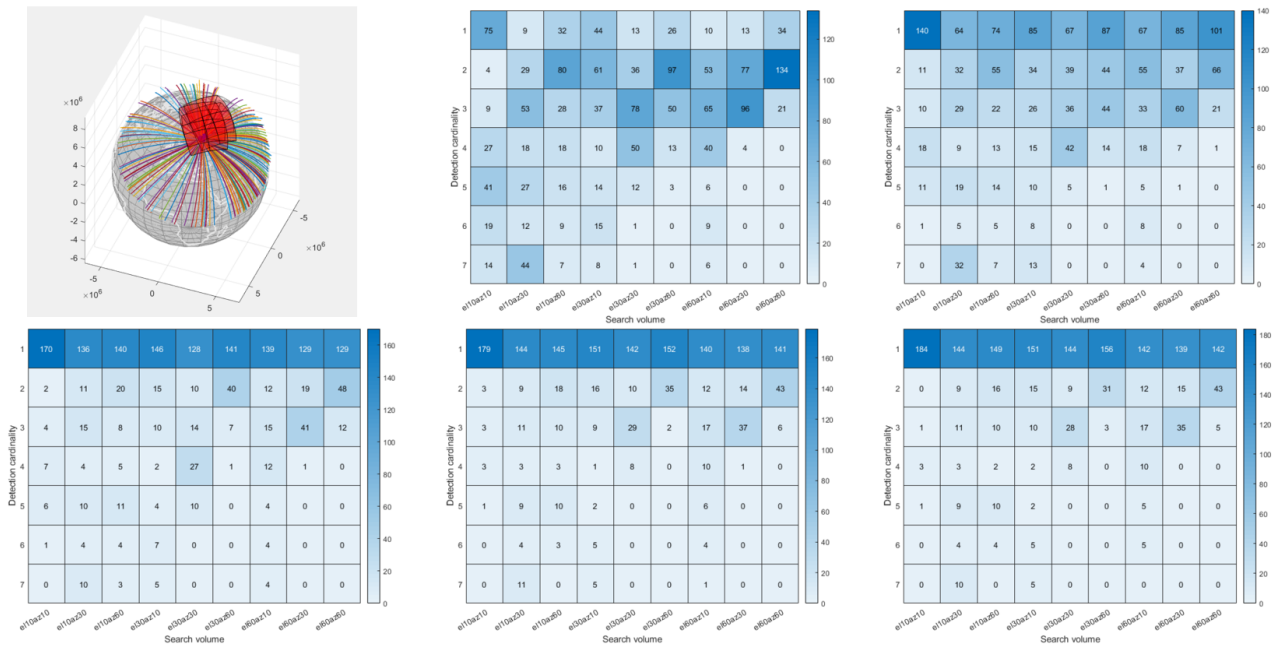


Abbildung 2.34: Suchmodus bei einem Fragmentierungsevent von COSMOS 1408 mit 189 Fragmenten bei variierenden Suchvolumen (x-Achse in den Heatmaps) und Baselines $\in [100, 200, 300, 400, 500]$ km.

vorzuziehen, um eine breitere Fläche abzudecken und die Kardinalität der Zielerkennung zu maximieren. Ziele, die innerhalb eines Suchvolumens erkannt werden, können effektiv verfolgt werden, wenn sie gut getrennt sind. Während eines Fragmentierungsevents sind die Ziele jedoch zunächst sehr nah beieinander, und die Zufälligkeit der Erkennung zu verschiedenen Zeiten erschwert das Tracking-Bewegungsmodell. Daher sollte beim Monitoring von Fragmentierungsevents im Suchmodus ein alternativer Zuordnungsalgorithmus unter Berücksichtigung der orbitalen Parameter verwendet werden.

2.12 Optimierung von Topologien und Betriebsweisen (AP5000)

Dieses Arbeitspaket basiert auf den wesentlichen Erkenntnissen und den sich daraus ergebenden weiterführenden Fragen des Vorgängervorhabens [2] im Bereich der Topologien und Betriebsweisen von Radarnetzwerken.

Bezüglich der Topologien sollen Kombinationen von lokalen Netzwerken und Netzwerken mittlerer Ausdehnung im Bezug auf ihre Performance für die Weltraumüberwachung untersucht und mit lokalen Netzwerken und Netzwerken mittlerer Ausdehnung verglichen werden. Des Weiteren werden für die Verteilung von Knoten unregelmäßige, statistische und alternative Muster, wie beispielsweise Fibonacci-Spiralen, auf ihre Eigenschaften in Hinsicht auf Abdeckung, Sensitivität und die Performance in der Bahnparameterschätzung untersucht. Diese Konfigurationen werden mit den regelmäßigen, durch Gitter oder Kreise definierte, Knotenverteilungen wie in [2] verglichen.

In Bezug auf die Betriebsweisen werden die Mehrdeutigkeiten in der Richtungsschätzung mit lokalen Netzwerken, wie in [2] dargestellt, weitergehend untersucht und Methoden zur Unterdrückung dieser entwickelt. Unter anderem soll die zu untersuchende randomisierte und unregelmäßige Verteilung von Knoten in lokalen Netzwerken hier mit einfließen. Des Weiteren werden die Untersuchungen zum Wellenform-Design des Vorgängervorhabens [2] weitergeführt und vertieft, sowie die technischen Herausforderungen an die Sensoren zur Realisierung der erarbeiteten Wellenformen analysiert.

Umgebung	PLE
freier Raum	2
städtisch	[2.7, 3.5]
städtisches abgeschattet	[3, 5]

Tabelle 2.3: Umgebungsabhängige path loss exponent (PLE) Werte [2, Tab. 2.15], [5].

2.12.1 Simulation zur Analyse der Direktpfadinterferenz in Radarnetzwerken

Die beiden in diesem Arbeitspaket zu untersuchenden Aspekte, Netzwerk-Topologien und Betriebsweisen, sind durch das mögliche Auftreten von Direktpfadsignalen eng mit einander verknüpft. Abhängig von der Verteilung der Netzwerkknoten, können Interferenzen durch direkte Signalpfade zwischen den verschiedenen Sendern und Empfängern auftreten, was im Design der Betriebsweisen zu berücksichtigen ist. Aufgrund dieser inhärenten Abhängigkeit sind Interferenzen, welche in Netzwerken durch Direktpfadsignalen auftreten, zu untersuchen. Diese Analyse bildet somit den Grundstein für die weiteren Untersuchungen im Bereich von Topologien und Betriebsweisen.

Im vorangegangenen Vorhaben wurde die Interferenz durch direkte Signalpfade, sowie die Nutzung von adaptivem Beamforming zur Reduktion dieser, in Teilen betrachtet und für ein heuristisches Szenario mit einfachen Mitteln simuliert [2, Kap. 2.1.4.4.]. In diesem Arbeitspaket sollen diese Untersuchungen vertieft und hierfür die Infrastruktur zur Analyse der Interferenz durch direkte Signalpfade für beliebige Radarnetzwerke aufgebaut werden. Diese Infrastruktur kann anschließend genutzt werden, um zu evaluieren, welche Knotenverteilungen für solche Interferenzen anfällig und wie stark die Direktpfadinterferenzen für die entsprechenden Szenarien sind.

2.12.1.1 Theoretischer Hintergrund

Wie in [2, Kap. 2.1.4.4.] beschrieben ergeben sich im Fall der Weltraumüberwachung mit Radarnetzwerken sehr große Entfernungen zwischen den Sensoren und dem Ziel im Vergleich zur Entfernung zwischen den einzelnen Knoten des Netzwerks. Ein Teil des Sendesignals kann, abhängig von der Konstellation, ohne Reflektion am Ziel direkt vom Empfänger empfangen werden. Dieses direkte Signal kann deutlich stärker als das am Ziel reflektierte Signal sein und daher den Empfang des Zielsignals stören. Es wird als Direct Path Interference (DPI), zu deutsch Direktpfadinterferenz, bezeichnet.

Pfadverluste des direkten Signalpfads Im Falle von Netzwerken mittlerer Ausdehnung kann das Direktpfadsignal durch Wegverluste, wie z.B. die topografische Dämpfung, zusätzlich zur üblichen Dämpfung abgeschwächt werden. Hierfür werden in der Literatur verschiedenen Verlustmodelle herangezogen [82], wie bereits im Vorgängervorhaben beschrieben [2, Kap. 2.1.4.4.1.]. Eine Möglichkeit dies zu Berücksichtigen ergibt sich aus Verwendung der sogenannten path loss exponent (PLE), für die geschätzte Werte in Tabelle 2.3 dargestellt sind. Da die Modellierung über PLEs ihren Ursprung in der Telekommunikation hat, sind vor allem PLEs für urbane Umgebungen angegeben [5].

Verhältnis von Signal zu Direktpfadinterferenz Wie stark die DPI im Vergleich zum Zielsignal ist, ergibt sich aus dem Verhältnis der Signalstärke des Ziel- und des Direktpfadsignals. Die Signalstärke des Zielsignals ergibt sich analog zum SNR aus [83, (1)]

$$P_{\text{Rx}} = \frac{P_{\text{Tx}} \cdot G_{\text{Tx}}(\theta_{\text{Tx,tgt}}) \cdot G_{\text{Rx}}(\theta_{\text{Rx,tgt}}) \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \cdot R_{\text{Tx}}^2 \cdot R_{\text{Rx}}^2}, \quad (2.108)$$

wobei $\theta_{\text{Tx,tgt}}$ und $\theta_{\text{Rx,tgt}}$ die Richtung vom Tx bzw. Rx zum Ziel beschreiben und $G_{\text{Tx}}(\theta_{\text{Tx,tgt}})$, $G_{\text{Rx}}(\theta_{\text{Rx,tgt}})$ entsprechend den Antennengewinn in diese Richtungen darstellen. Alle weiteren Variablen entsprechen der Definition in 2.2.1.

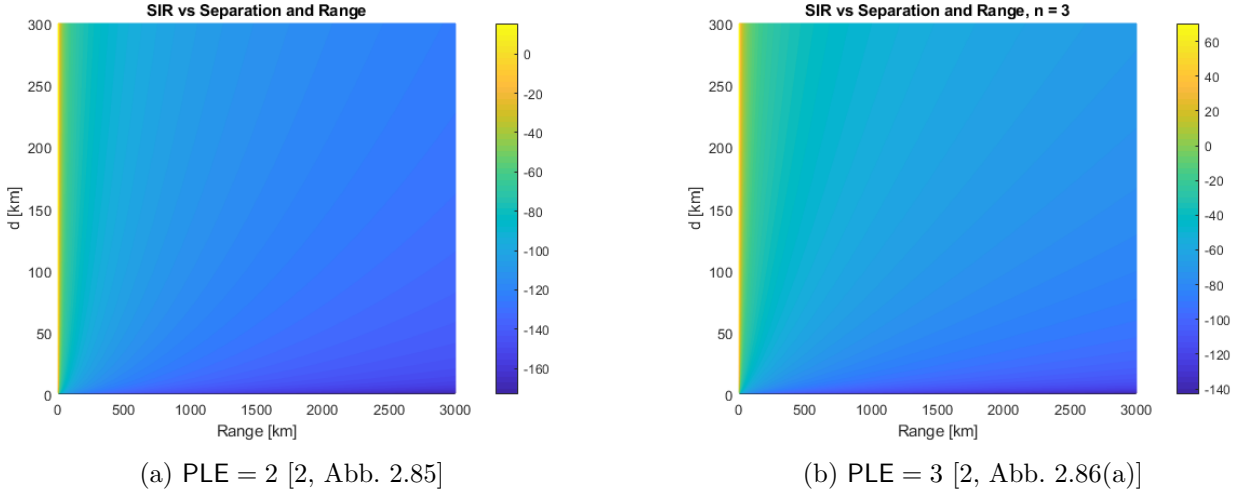


Abbildung 2.35: SDPIR in dB für isotrope Antennen und verschiedene PLE Werte aus [2]. SIR steht für SDPIR, d für die Basislänge und n für PLE.

Die Signalstärke des Direktpfadsignals wird beschrieben durch

$$P_{DP} = \frac{P_{Tx} \cdot G_{Tx}(\theta_{Tx,Rx}) \cdot G_{Rx}(\theta_{Rx,Tx}) \cdot \lambda^2}{(4\pi)^2 \cdot L^{PLE}}, \quad (2.109)$$

wobei PLE den PLE des Direktpfadsignals und $\theta_{Tx,Rx}$, $\theta_{Rx,Tx}$ jeweils die Richtung vom Tx bzw. Rx zum jeweils anderen Sensor darstellt. Für $PLE = 2$, also die Freiraumdämpfung, entspricht (2.109) der Gleichung [83, (2)].

Das signal to direct path interference ratio (SDPIR) ergibt sich aus dem Verhältnis dieser beiden Signalstärken [83, (3)]

$$SDPIR = \frac{\sigma}{4\pi} \frac{L^{PLE}}{R_{Tx}^2 R_{Rx}^2} \frac{G_{Tx}(\theta_{Tx,tgt})}{G_{Tx}(\theta_{Tx,Rx})} \frac{G_{Rx}(\theta_{Rx,tgt})}{G_{Rx}(\theta_{Rx,Tx})}. \quad (2.110)$$

Zur besseren Übersicht sind die Faktoren in (2.110) so angeordnet, dass diese jeweils die Verhältnisse von Ziel- zu Direktsignalpfad für die die Distanzen und die entsprechenden Antennengewinne darstellen. Das Verhältnis der Distanzen, Faktor zwei in (2.110), ergibt sich aus der Geometrie des betrachteten Szenarios, während die Verhältnisse der Antennengewinne, Faktor drei und vier in (2.110), neben dem Szenario auch abhängig von der Charakteristik der Sende- und Empfangsantenne sind.

In [2, Kap. 2.1.4.4.] wurde (2.110), für isotrope Antennen und somit für Faktor drei und vier gleich dem Werte eins, für verschiedenen Kombinationen von Basislängen, Zielentfernungen und PLEs betrachtet. Abbildung 2.35 zeigt diese Ergebnisse für zwei ausgewählte PLEs. Diese zeigen sowohl den Effekt der Berücksichtigung des PLE, als auch das extrem geringe SDPIR von unter -100 dB (d.h. der direkte Pfad ist um 100 dB stärker als das Signal vom Ziel) für die meisten betrachteten Kombinationen. Für den Fall von nicht isotropen Antennen, kann dieses geringe SDPIR zwar verbessert werden, jedoch zeigt Abbildung 2.35 das Problem der DPI.

Array-Antennengewinn Das Antennendiagramm einer Array-Antenne ist eine Funktion der Array-Geometrie und der Strahlungscharakteristik der einzelnen Elemente. Sei $\vec{x}_m = \{x_m, y_m, z_m\}$, für $m = 1, \dots, M$, die Position des m -ten Elements eines Arrays mit M Elementen, z.B. eines planaren Arrays (siehe Abbildung 2.36), und w_m , für $m = 1, \dots, M$, die Gewichtung des entsprechenden Elements, so ergibt sich der Array-Faktor des Arrays aus [29, (9.16)]

$$F_{arr}(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^M w_m e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta \cos \phi x_m + \sin \theta \sin \phi y_m + \cos \theta z_m)}. \quad (2.111)$$

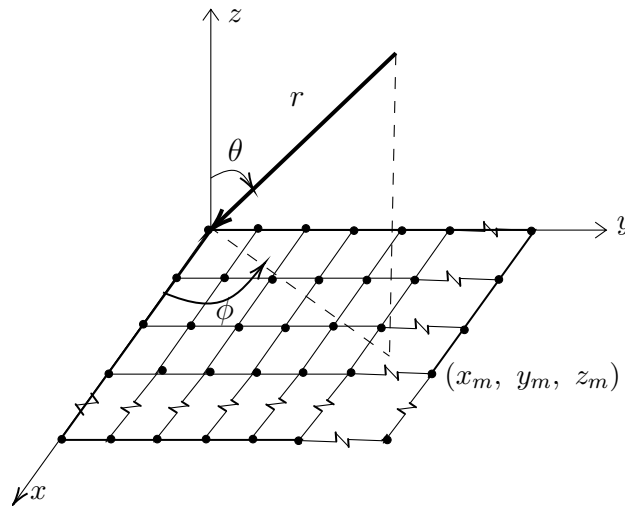


Abbildung 2.36: Planares Array.

Dieser wird abhängig von der Sende- bzw. Empfangsrichtung (θ, ϕ) ausgewertet, wobei θ die Elevation und ϕ den Azimut beschreibt (siehe Abbildung 2.36). Weisen alle Array-Elemente das gleiche Strahlungsdiagramm $E_{\text{elm}}(\theta, \phi)$ auf, so ergibt sich das Strahlungsdiagramm des Arrays aus dem Produkt des Array-Faktors und dem Strahlungsdiagramm der Einzelemente zu [29, (9.21)]

$$E_{\text{arr}}(\theta, \phi) = E_{\text{elm}}(\theta, \phi) F_{\text{arr}}(\theta, \phi) \quad (2.112)$$

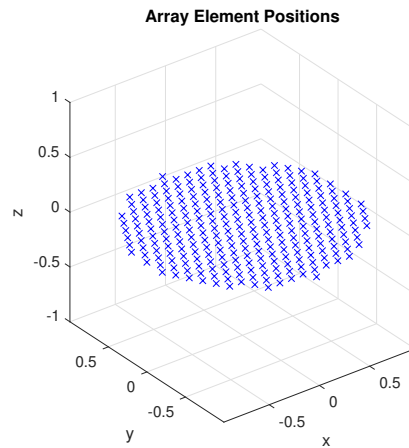
Die Berechnung des Antennengewinns, unter Berücksichtigung der Sende- bzw. Einfallsrichtung und des elektronischen Schwenks, wird auf Basis von (2.112) in einer in MATLAB implementierten Antennenklasse ausgeführt, sodass die genauen Verhältnisse der Antennengewinne in (2.110) simuliert werden können.

Als Beispiel wurde ein rundes Array mit einem Radius von 1 m bestehend aus 271 Elementen in einer Dreiecksanordnung und einem Inter-elementabstand von $\frac{\lambda}{2}$ simuliert, wobei $\lambda = 0.2306$ m die Wellenlänge ist (siehe Abbildung 2.37a). Die Einzelemente weisen in der oberen Hemisphäre ($\theta = [0, \pi/2]$) eine Kosinus-Richtcharakteristik in der Elevation auf und sind alle gleich gewichtet. Abbildung 2.37 zeigt den Antennengewinn in dB für die verschiedenen Sende- bzw. Einfallsrichtungen bei einem elektronischen Elevationsschwenk von 25° . Da die Kosinus-Richtcharakteristik der Einzelemente keinen Antennengewinn in die Rückrichtung aufweist, ist dies auch im Antennengewinn des Arrays zu erkennen. Abbildung 2.37b zeigt, dass die untere Hälfte der Sphäre, also die Unterseite des Arrays, keinen Antennengewinn bzw. $-\infty$ dB zeigt. Analog zeigt Abbildung 2.37c keine Nebenkeulen auf der Rückseite des Arrays.

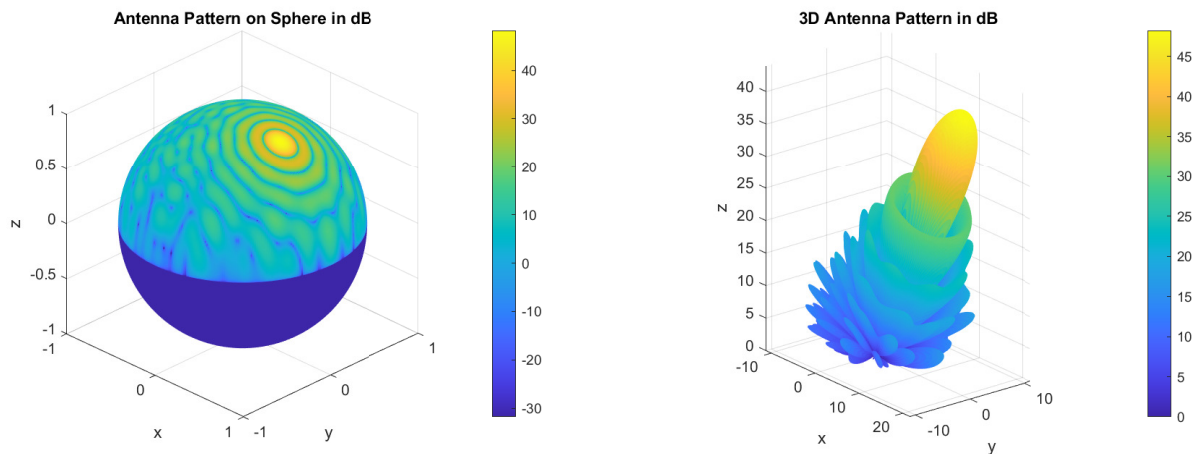
Des Weiteren wird der Gewinn in den Nebenkeulen deutlich, was die Problematik beschreibt wenn das Direktpfadsignal in einer der Nebenkeulen liegt. Die erste Nebenkeule liegt ca. 13 dB unter der Hauptkeule, was zur entsprechenden Unterdrückung des Direktpfadsignals bei einem Ziel in der Hauptkeule und dem Direktpfadsignal in der ersten Nebenkeule führt.

Abschätzung des Direktsignalpfads Ein weiterer wichtiger Punkt in der Analyse der DPI ist die korrekte Positionierung der Sensoren auf der Erde und die Ausrichtung dieser. Denn nur in bestimmten Frequenzbereichen kann ein Direktpfadsignal bei nicht vorhandenen direkter line of sight (LOS) auftreten. Dieses Prinzip macht man sich beim sogenannten over the horizon radar (OHR) zu Nutzen, um auch Ziele hinter dem Horizont zu detektieren. Dabei werden zwei Phänomene genutzt. Zum einen die Beugung der Elektromagnetischen Wellen entlang der Erdoberfläche und zum anderen die Reflexion an der Ionosphäre. Oberhalb einer Frequenz von 150 MHz sind diese Phänomene jedoch nicht mehr zu beobachten [29, Kap. 1.4.3].

Solche Phänomene sind in unseren Betrachtungen auszuschließen, da wir in diesem Vorhaben Radarnetzwerke untersuchen, welche deutlich höhere Frequenzen verwenden (L-Band und höhere



(a) Position der Antennenelemente.



(b) Projektion des Antennen-Pattern auf die Einheitskugel. (c) 3D Darstellung des Antennen-Pattern mit einer Einschränkung auf positive dB Werte.

Abbildung 2.37: Antennen-Pattern in dB eines Beispiel-Arrays bei elektronischem Elevationsschwenk von 25° . Array mit 1 m Radius, 271 Elementen mit einem Interementabstand von $\frac{\lambda}{2}$, mit $\lambda = 0.2306$ m.

Frequenzen, siehe Tabelle 2.13). Daher ist bei der Analyse der DPI in Netzwerken mittlerer Ausdehnung beispielsweise die Krümmung der Erde zu berücksichtigen.

Eine Approximation des Radarhorizonts zeigt welche Basislängen in Netzwerken noch eine direkte LOS zulassen. Die Abschätzung des Radarhorizonts L_H in Abhängigkeit der Höhe des Sensors h über der Erdoberfläche ist gegeben durch [29, (4.21)]

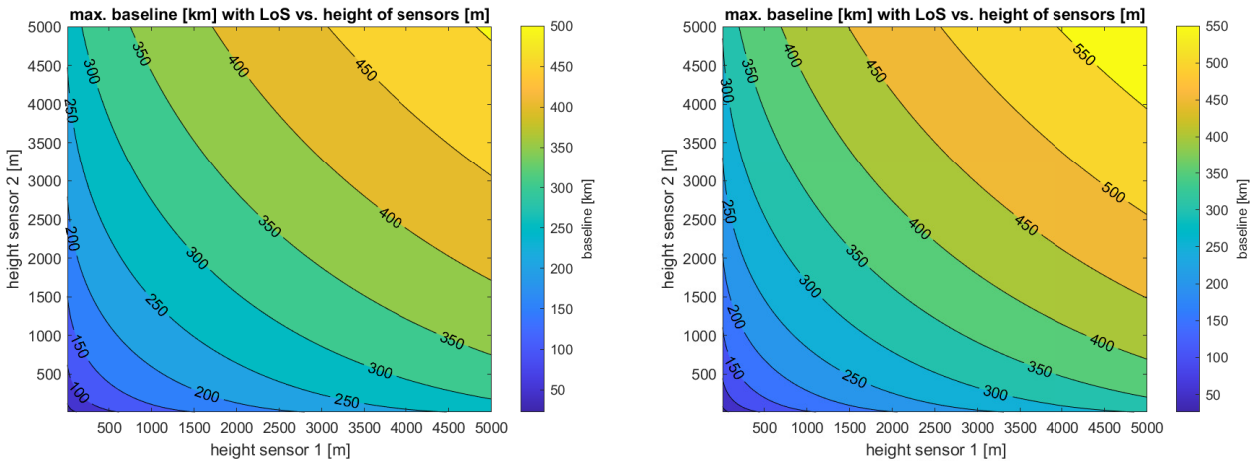
$$L_H(h) = \sqrt{2R_E h} , \quad (2.113)$$

wobei R_E den mittleren Erdradius beschreibt. Die Brechung durch die Atmosphäre und die damit verbundene Erweiterung des Radarhorizonts wird in der Literatur anhand des sogenannten *effective Earth model* berücksichtigt, welches einen etwas größeren Erdradius annimmt [29, Kap. 4.5.1.2]. Hierfür wird ein Faktor von $\frac{4}{3}$ genutzt, sodass sich (2.113) unter Berücksichtigung der Brechung zu

$$L_H(h) = \sqrt{2\frac{4}{3}R_E h} \quad (2.114)$$

ergibt. Die Berechnung des Radarhorizonts entspricht der Basislänge einer bistatischen Konfiguration mit einem Sensor auf der Höhe Null und dem zweiten Sensor auf der Höhe h . Befinden sich beide Sensoren auf einer Anhöhe, so ist die Summe der jeweiligen Radarhorizonte zu evaluieren. Seien h_1, h_2 die Höhen der Sensoren 1 und 2, so ergibt sich die maximale Basislänge L für die eine LOS möglich ist aus

$$L(h_1, h_2) = L_H(h_1) + L_H(h_2) . \quad (2.115)$$



(a) Geometrische Betrachtung durch Verwendung von (2.113). (b) Berücksichtigung der Brechung der Atmosphäre durch Verwendung von (2.114).

Abbildung 2.38: Maximale Basislänge mit direkter LOS in Abhängigkeit der Höhen der Sensorstandorte nach (2.115).

Wertet man (2.115) für verschiedene Höhen von Sensorstandorten aus, so ergibt sich Abbildung 2.38. Abbildung 2.38a zeigt das bereits ab einer Basislänge von 300 km eine Erhöhung einer der beiden Sensoren von über 5000 m bzw. die Erhöhung beider Sensoren um jeweils 1700 m erforderlich ist. Berücksichtigt man zusätzlich die Beugung durch die Atmosphäre (Abbildung 2.38b), so wäre eine Basislänge von ca. 340 km bei den oben genannten Erhöhungen möglich. Diese Approximation liefert einen guten Überblick über eine mögliche LOS und damit verbundene DPI in Abhängigkeit der Basislänge und Höhen der Sensorstandorte.

Für eine spezielle konfigurationsabhängige Auswertung lassen sich Sensorstandorte anhand ihrer Koordinaten und Höhe auf dem WGS-84 Ellipsoiden simulieren und die LOS dieser Berechnen. Die

so berechnete LOS lässt sich auf einen Schnitt mit dem WGS-84 Ellipsoiden prüfen. Diese Methode berücksichtigt zwar nicht die Topographie entlang der LOS kann jedoch genutzt werden um zu entscheiden ob die weiteren Schritte der Auswertung der DPI durchzuführen sind.

2.12.1.2 Simulationsablauf

Unter Berücksichtigung aller beschriebenen theoretischen Aspekte wurde eine Simulation implementiert, welche für beliebige Konstellationen die Existenz von DPI sowie das SDPIR für beliebig mechanisch und elektronisch ausgerichtete Arrays berechnet.

Da bistatische Radare der Grundbaustein von Radarnetzwerken sind, ist die Simulation für solche ausgelegt. Alle DPI innerhalb eines Netzwerks ergeben sich aus denen der einzelnen bistatischen Paare des Netzwerks.

Die Inputs der Simulation sind in Tabelle 2.4 dargestellt und beschreiben die bistatischen Konfiguration, die Sensoreigenschaften, sowie die zu evaluierenden Senderichtungen und Entfernungen.

Anhand der Sensorpositionen und dem WGS-84 Ellipsoiden wird zunächst, wie oben beschrieben, geprüft ob eine direkte LOS möglich ist. Diese wird in den ausgegebenen Darstellungen der Simulation als grüne Linie abgebildet (siehe Abbildung 2.39b). Falls keine direkte LOS vorhanden ist, sind keine weiteren Berechnungen notwendig.

Bei vorhandener direkter LOS werden die zu evaluierenden Punkte, welche sich aus den zu evaluierenden Senderichtungen und Entfernungen ergeben, berechnet und der Rx mechanisch auf einen dieser Punkte ausgerichtet. Standardmäßig wird hierfür der zentrale Punkt der zu evaluierenden Punkte gewählt.

Anschließend werden die Antennenpattern berechnet und evaluiert ob diese einen Gewinn in Richtung der LOS aufweisen. Ist das Senden bzw. Empfangen eines Signals in Richtung der LOS für eines der Arrays aufgrund des Antennenpattern, der Geometrie und der mechanischen Ausrichtung nicht möglich, so ist eine DPI auszuschließen. Somit wird das Zielsignal nicht durch ein mögliches Direktpfadsignal gestört und das SDPIR muss nicht weiter ausgewertet werden.

Falls eine DPI möglich ist, wird das SDPIR für alle Evaluationspunkte berechnet. Dabei wird die Berechnung für jeden Evaluationspunkt mit einer elektronischen Ausrichtung zu jeweils jedem Punkt ausgewertet.

2.12.1.3 Ergebnisse für ausgewählte Konfigurationen

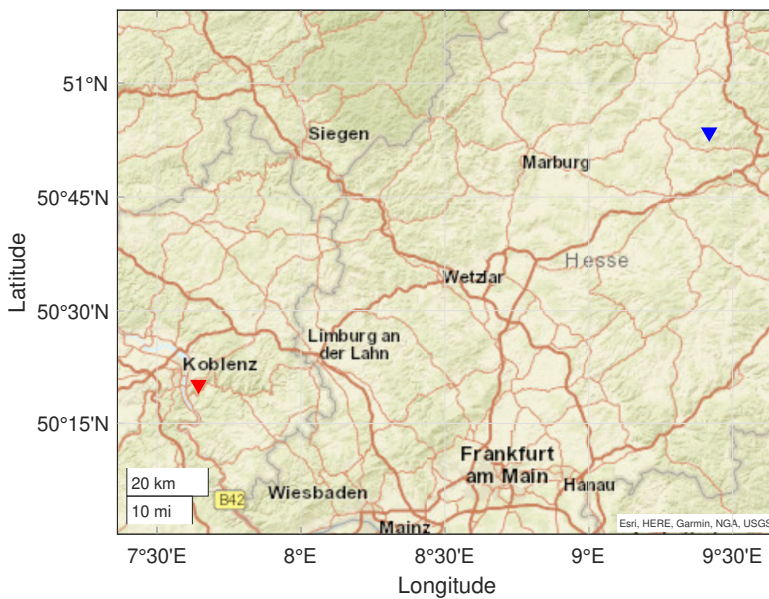
Hier zeigen wir die Ergebnisse dieser Simulation anhand einer heuristisch gewählten Konfiguration. Diese Konfiguration wurde so gewählt, dass anhand der oben beschriebenen Evaluierung ein direkter Signalpfad möglich ist. Das heißt, zum einen besteht eine direkte LOS unter Berücksichtigung der Sensorstandorte und dem WGS-84 Ellipsoiden und zum anderen ist die mechanische Ausrichtung so gewählt, dass sich die Richtung der LOS weder bei Rx noch Tx in der unteren Hemisphäre der jeweiligen Antennen-Pattern befindet.

Die Input-Parameter für die dargestellten Simulationsergebnisse sind Tabelle 2.4 zu entnehmen. Das resultierende Array und dessen Richtcharakteristik anhand einer ausgewählten elektronischen Ausrichtung ist in Abbildung 2.36 dargestellt. Wie bereits beschrieben, weißt das simulierte Array keinen Antennengewinn in die Rückrichtung der Antennen-Ebene auf, was sich aus der Kosinus-Richtcharakteristik der Einzelelement ergibt.

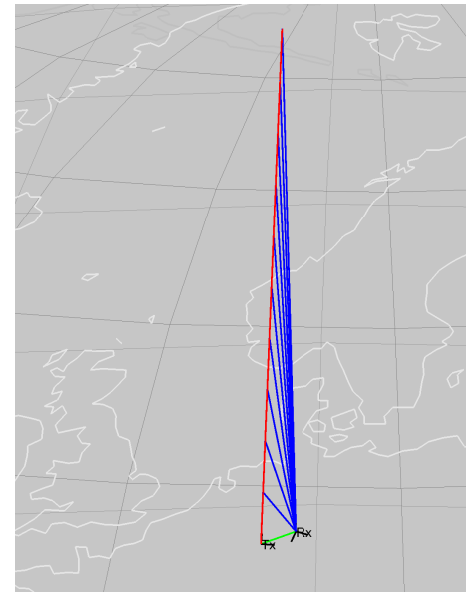
Die Platzierung der Sensoren, sowie die Geometrie der Signalpfade zu den Evaluationspunkten sind in Abbildung 2.39 abgebildet. Dabei ist der Tx und die zugehörigen Signalpfade in rot, der Rx und die zugehörigen Signalpfade in blau und der Direktsignalpfad in grün dargestellt. Die Basislänge der bistatischen Konfiguration beträgt ca. 140 km. Die mechanische Ausrichtung wird in AzEl ausgedrückt, wobei Azimut von Nord über Ost und die Elevation vom lokalen Horizont gemessen wird. Somit ergibt sich für das simulierte Szenario (Tabelle 2.4) eine Ausrichtung gen Osten mit einem Schwenk von 5° vom Zenit.

Input-Parameter	Input-Wert
Tx Position in WGS-84 (Longitude[°], Latitude[°], Höhe[m])	(50.336, 7.644, 312.8)
Rx Position in WGS-84 (Longitude[°], Latitude[°], Höhe[m])	(50.89253, 9.4186, 525)
mechanische Tx Ausrichtung in (Az[°], El[°])	(90, 85)
PLE für das Direktpfadsignal	{2.5, 3}
Frequenz [GHz]	1.3
Array-Element-Positionen	siehe Abbildung 2.37a
Einzelementcharakteristik	Kosinus-Richtcharakteristik
elektr. Senderichtung der Evaluationspunkte (u, v)	(0, 0)
Range der Evaluationspunkte [km]	{ $300n n = 1, \dots, 10$ }
RCS σ [m ²]	1

Tabelle 2.4: Inputs für die Simulation der DPI.

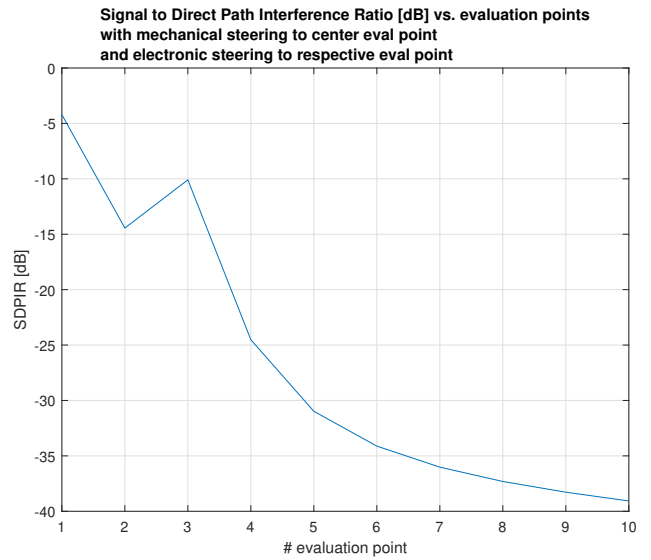
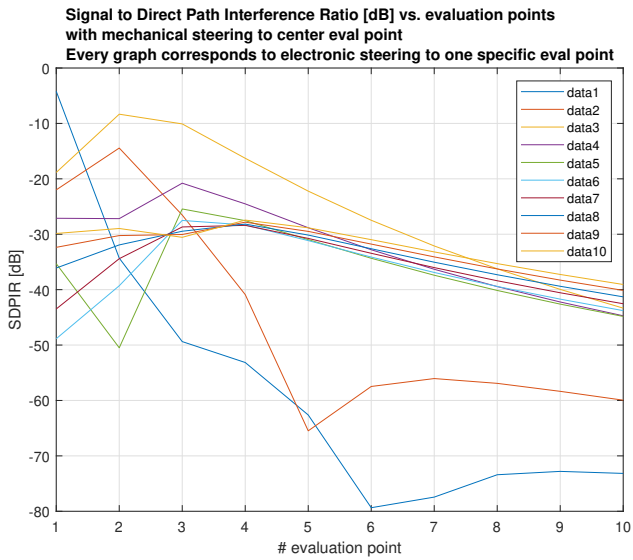


(a) Position des Tx (rot) und Rx (blau).



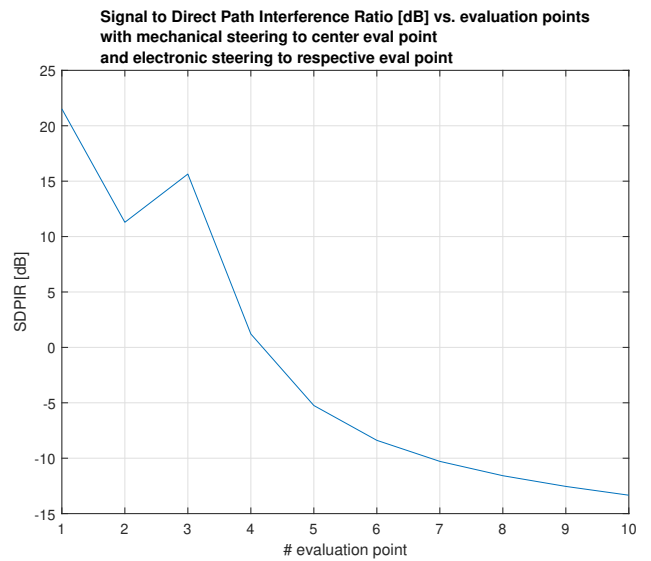
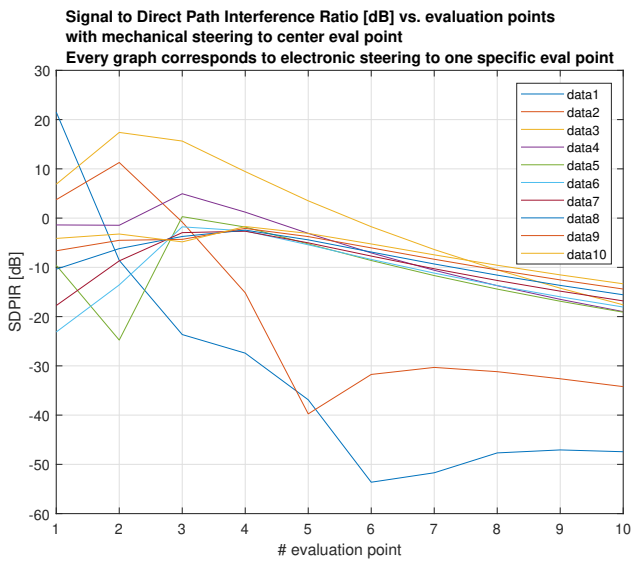
(b) 3D Darstellung der Konfiguration mit Signalpfaden.

Abbildung 2.39: Simuliertes Szenario der Inputs aus Tabelle 2.4. Tx und zugehörige evaluierte Signalpfade in rot. Rx und zugehörige evaluierte Signalpfade in blau. Direktpfadsignal in grün.



(a) Elektronische Ausrichtung auf jeden Evaluationspunkt mit PLE = 2.5.

(b) Elektronischer Schwenk zum jeweiligen Evaluationspunkt mit PLE = 2.5.



(c) Elektronische Ausrichtung auf jeden Evaluationspunkt mit PLE = 3.

(d) Elektronischer Schwenk zum jeweiligen Evaluationspunkt mit PLE = 3.

Abbildung 2.40: SDPIR vs. Evaluationspunkte mit mechanischer Ausrichtung des Rx auf den mittleren Evaluationspunkt für die Input-Parameter wie in Tabelle 2.4 gegeben.

Abbildung 2.40 zeigt das SDPIR für das simulierte Szenario mit unterschiedlichen elektronischen Schwenkwinkeln und verschiedenen Werten für den PLE.

Wie zu erwarten bewirkt ein erhöhter PLE eine Erhöhung des SDPIR, da der direkte Signalpfad stärker gedämpft wird. Vergleicht man die obere Reihe mit der unteren Reihe von Abbildung 2.40 erkennt man aufgrund der Erhöhung des PLE von 2.5 auf 3 eine Verbesserung des SDPIR von ca. 25 dB für alle Evaluationspunkte und Schwenkwinkel.

Die linke Spalte in Abbildung 2.40 zeigt das SDPIR für alle Evaluationspunkte, wobei sich die verschiedenen Graphen aus der elektronischen Ausrichtung zu jeweils einem der Evaluationspunkte ergeben. Das bedeutet, der Graph zu data_i , für $i = 1, \dots, 10$, zeigt das SDPIR für alle Evaluationspunkte mit elektronischem Schwenk zum i -ten Evaluationspunkt. Somit befindet sich nur der i -te Evaluationspunkt in der Mitte der Hauptkeule und erfährt den maximalen Antennengewinn. Alle anderen Evaluationspunkte werden mit verringertem Antennengewinn ausgewertet, was dazu führen kann, dass die Differenz zum Antennengewinn in Richtung der DPI sehr gering ausfällt und daher zu keiner Signifikanten Verbesserung im Vergleich zu den Werten in Abbildung 2.35 führt.

Die rechte Spalte in Abbildung 2.40 zeigt das SDPIR für alle Evaluationspunkte bei elektronischer Ausrichtung auf den korrekten Evaluationspunkt. Dieser Graph beschreibt also das SDPIR für den j -ten Evaluationspunkt bei elektronischem Schwenk auf diesen, für $j = 1, \dots, 10$. Da der Evaluationspunkt somit im Zentrum der Hauptkeule liegt und der maximale Antennengewinn genutzt wird, ist eine deutliche Verbesserung im Vergleich zu den Ergebnissen in Abbildung 2.35 zu erkennen. Vergleicht man Abbildung 2.40d mit dem Schnitt bei $d = 140$ km in Abbildung 2.35b, so ist ein Gewinn von ca. 60 dB im SDPIR zu erkennen, welcher sich aus dem Antennengewinn des Tx und Rx ergibt. Hierbei wurde jeweils eine einfache Summenkeule simuliert, welche nicht speziell darauf ausgelegt ist die LOS zu unterdrücken.

Die dargestellten Simulationsergebnisse verdeutlichen die Nutzung der vorgestellten Infrastruktur zur Analyse der DPI in Netzwerken. Es können beliebige Konfigurationen simuliert und für die verschiedensten Senderichtungen und Evaluationspunkte das SDPIR ausgewertet werden. Abhängig von den aus dieser Simulation zu erwartenden SDPIR Werten, kann das Design von Betriebsweisen angepasst werden. So kann z.B. adaptives Beamforming mit der Unterdrückung bestimmten Empfangs- und Senderichtungen in Betracht gezogen werden. Aber auch die zeitliche Abfolge der Aktivierung von Tx- und Rx-Keulen ist eine Möglichkeit. Ebenso kann anhand der Ergebnisse evaluiert werden ob eine Abschaltung des Rx unabdingbar ist, oder mit Hilfe von adaptivem Beamforming oder der Signalprozessierung vermieden werden kann. Möchte man andererseits eine bestimmte Betriebsweise realisieren und ist auf möglichst geringe DPI angewiesen, so lässt sich diese Simulation auch nutzen um verschiedene Konfiguration diesbezüglich zu vergleichen.

2.13 Auflösung von Mehrdeutigkeiten (AP5100)

2.13.1 Einleitung

In der vorhergehenden Zuwendung [2] wird beobachtet, dass es bei der Richtungsschätzung in (kohärenten) lokalen Radarnetzwerken zu Mehrdeutigkeiten kommen kann. Im Folgenden wird die Problematik anhand eines vereinfachten Beispiels – der Schätzung der Frequenz eines gefensternten einzelnen Sinussignals – illustriert. Hierbei kann man erkennen, dass es sich nicht um „echte“ Mehrdeutigkeiten handelt, sondern vielmehr um eine Ausprägung der Verteilung des Schätzfehlers für eine konkrete Geometrie des Netzwerkes.

Bei der Richtungsschätzung mittels Maximum-Likelihood-Verfahren handelt es sich prinzipiell um ein zweidimensionales Problem, d.h. die Schätzung von Azimut- und Elevationswinkel bzw. u - und v -Koordinate einer einfallenden (oder abgestrahlten) (ebenen) elektromagnetischen Welle. Das Signal der Welle wird dabei von einer Gruppenantenne erfasst und somit räumlich abgetastet, wobei jedes Element der Gruppe einen Abtastpunkt bzw. -ort darstellt. Das Schätzproblem ist eindeutig lösbar, wenn es zu jeder möglichen Einfallsrichtung genau ein Muster an Abtastwerten gibt. Somit kann aus einem gegebenen Abtastmuster und der Kenntnis der Abbildung von Richtungen zu Mustern auf die

Richtung geschlossen werden. Eine Mehrdeutigkeit liegt immer dann vor, wenn es mehrere verschiedene Einfallrichtungen gibt, die alle zu dem gleichen Abtastmuster führen, so dass sich der Schätzer im Prinzip für keine der möglichen Richtungen entscheiden kann. Um dieses Problem zu umgehen, ergeben sich typischerweise Bedingungen für die Anordnung der Elemente innerhalb der Gruppenantenne, wie z.B. die bekannte Anforderung des Abstands zwischen benachbarten Elementen von weniger als der halben Wellenlänge der einfallenden Welle.

Bei einem lokalen kohärenten Radarnetzwerk lassen sich die Elemente der Gruppenantennen jeder einzelnen Station durchaus als eine große Gruppenantenne verstehen, so dass sich auch die Richtungsschätzung mittels aller Elemente durchführen lässt. Die Abstände der Elemente zweier verschiedener Stationen überschreiten dabei deutlich die Bedingung der halben Wellenlänge. Daher könnte man geneigt sein, von einer Verletzung des Abtasttheorems auszugehen und das Vorliegen von Mehrdeutigkeiten anzunehmen. Allerdings ist das Abtasttheorem lokal für die Gruppenantenne jeder einzelnen Station durchaus noch erfüllt.

Ein weiterer wichtiger Einflussfaktor auf das Verhalten der Richtungsschätzung ist das Vorhandensein von (Mess-) Rauschen. Durch das Rauschen werden die Abtastmuster verfälscht, so dass sie zu einer Abweichung der geschätzten Winkel von den tatsächlichen führen können. Es ist ebenso möglich, dass das Rauschen zu einer Mehrdeutigkeit führt, d.h. das Muster wird derart beeinflusst, dass es zu mehr als nur einem Winkel passt. Die Auswirkungen auf den Schätzfehler hängen dabei sowohl von der Stärke des Rauschens (Signal-Rausch-Verhältnis) als auch der Kostenfunktion des Schätzers (Likelihood-Funktion beim Maximum-Likelihood-Schätzer) ab.

Die oben erwähnten Zusammenhänge lassen sich bereits bei einfachen Schätzproblemen beobachten, so z.B. der Schätzung der Frequenz eines sinusförmigen Signals in Rauschen. Daher wird im folgenden Abschnitt zunächst dieses Beispiel eingeführt und später auf die Richtungsschätzung in einem lokalen Radarnetzwerk erweitert.

2.13.2 Problemdarstellung anhand eines Beispiels – Frequenz eines verrauschten Sinussignals

Gegeben sei ein periodisches Signal, dargestellt als komplexer Drehzeiger mit unbekannter komplexer Amplitude γ und Frequenz f_0 .

$$u(t; f_0) = \gamma e^{j2\pi f_0 t} \quad (2.116)$$

$$|f_0| < \frac{f_p}{2}$$

Anhand abgetasteter Werte soll die Frequenz des Signals unter Einfluss von additivem, gaußverteiletem Rauschen geschätzt werden. Die Abtastung geschieht zunächst innerhalb eines begrenzten Beobachtungsfensters der Länge T_h , wie in Abbildung 2.41 dargestellt. Weiterhin wird angenommen, dass bei der Abtastung das Abtasttheorem eingehalten ist, so dass Mehrdeutigkeiten durch Aliasing ausgeschlossen werden können. Das gefensterete Signal kann wie folgt dargestellt werden:

$$u(t; f_0) \cdot h(t - t_a) = \gamma s(t; f_0) \quad (2.117)$$

Die Fensterfunktion $h(t - t_a)$ ist dabei rechteckförmig mit einer Dauer von T_h und beginnt bei $t = t_a$. Bei einer gegebenen Abtastrate $t_0 = 1/f_p$ ergibt sich eine bestimmte Anzahl an Stützstellen, die im Vektor \mathbf{s} angeordnet werden. Zusätzlich wird additives, komplexes, gaußverteiltetes Rauschen mit bekannter Varianz σ_n^2 hinzugefügt.

$$\mathbf{x} = \mathbf{s}(f_0) + \mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (2.118)$$

$$\mathbf{n} \propto \mathcal{CN}(0, \mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}) \quad (2.119)$$

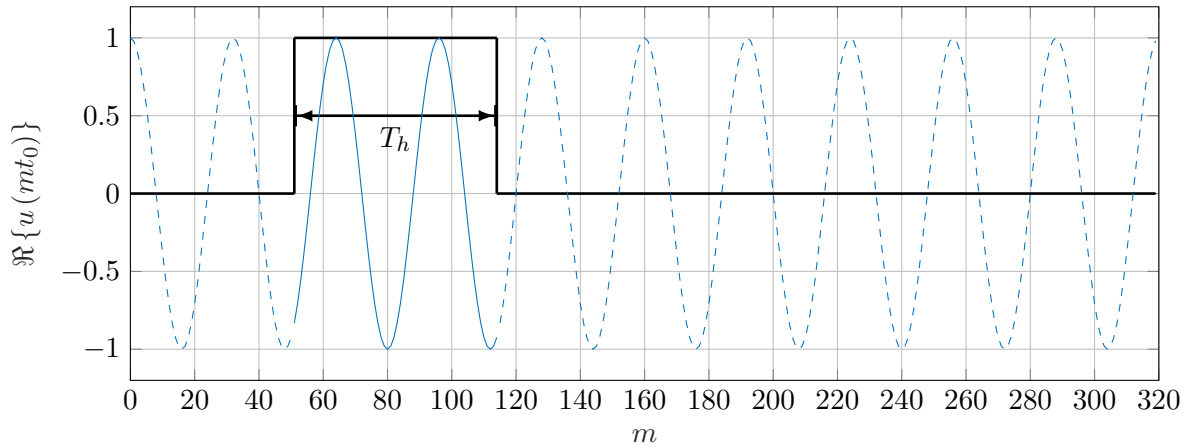


Abbildung 2.41: Gefensterte Beobachtung eines Sinussignals.

Zur Bestimmung der Frequenz wird, basierend auf der negativen Log-Likelihood-Funktion¹, eine Kostenfunktion definiert und deren Maximum bestimmt.

$$l(x; \gamma, f) = (\mathbf{x} - \gamma \mathbf{s}(f))^H \mathbf{R}_n^{-1} (\mathbf{x} - \gamma \mathbf{s}(f)) \quad (2.120)$$

Da nur die Frequenz bestimmt werden soll und γ ein linearer Parameter ist, lässt sich stattdessen auch die modifizierte Log-Likelihood-Funktion[84] verwenden².

$$\mathcal{L}(x; f) = \mathbf{x}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}(f) \left(\mathbf{s}(f)^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}(f) \right)^{-1} \mathbf{s}(f)^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{x} \quad (2.121)$$

$$\hat{f} = \max_f \mathcal{L}(x; f) \quad (2.122)$$

Da die Kovarianzmatrix des Rauschens eine skalierte Einheitsmatrix ist, lässt sich das Problem noch um einen Schritt weiter vereinfachen.

$$\hat{f} = \max_f \frac{1}{|\mathbf{s}(f)|^2} \left| \mathbf{s}(f)^H \mathbf{x} \right|^2 \quad (2.123)$$

Zur Lösung von (2.123) kann die Kostenfunktion auf einem beliebigen Raster von Frequenzen bestimmt und das Maximum gesucht werden. Ein Spezialfall ergibt sich für das Raster $f = k \frac{1}{T_h}$; $k = [0, \dots, M - 1]$ und einer rechteckförmigen Fensterfunktion, da dort der Term $|\mathbf{s}(f)|^2$ konstant ist. Hierbei handelt es sich um das Raster der Diskreten Fourier-Transformation (DFT) und die Kostenfunktion entspricht eben dieser.

Abbildung 2.42 zeigt die Kostenfunktion für ein Beispiel ohne Rauschen, wobei die gesuchte Frequenz f_0 auf einem der Rasterpunkte der DFT liegt. Man sieht, dass im Falle der DFT alle Werte ungleich der tatsächlichen Frequenz f_0 praktisch Null sind. Bei der Auswertung auf einem beliebigen Raster werden die Nebenmaxima der Fensterfunktion sichtbar. Wird dem Signal nun Rauschen zugefügt, ändert sich die Form der Kostenfunktion, so dass deren Maximum nicht mehr bei f_0 erscheint, sondern an einer anderen Frequenz. Wie weit der geschätzte Wert abweicht, hängt von der Stärke des Rauschens ab und ob es in der Lage ist, das echte Maximum soweit abzuschwächen bzw. einen anderen Wert soweit anzuheben, dass es zu einer signifikanten Verfälschung kommt. Aus der Theorie zur Maximum-Likelihood-Schätzung ist bekannt, dass der Fehler asymptotisch gaußverteilt modelliert werden kann, d.h. die Abweichung folgt (für genügend hohes SNR) einer Gaußverteilung [84].

Die Beobachtung des Signals lässt sich nun auf mehrere Fenster erweitern, die nicht zwangsläufig direkt nachfolgend sein müssen. Dies ist exemplarisch in Abbildung 2.43 dargestellt. Hierbei liegt zwischen

¹Im Vergleich zur echten negativen Log-Likelihood-Funktion fehlen alle konstanten Terme.

²Hierbei wird γ durch dessen Schätzung $\hat{\gamma} = \left(\mathbf{s}(f)^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}(f) \right)^{-1} \mathbf{s}(f)^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{x}$ ersetzt.

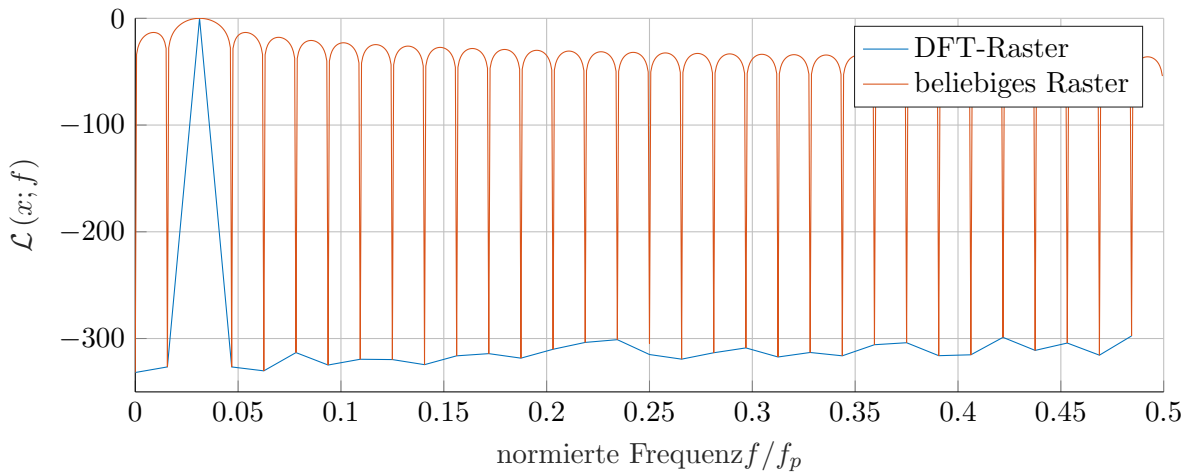


Abbildung 2.42: Spektrum

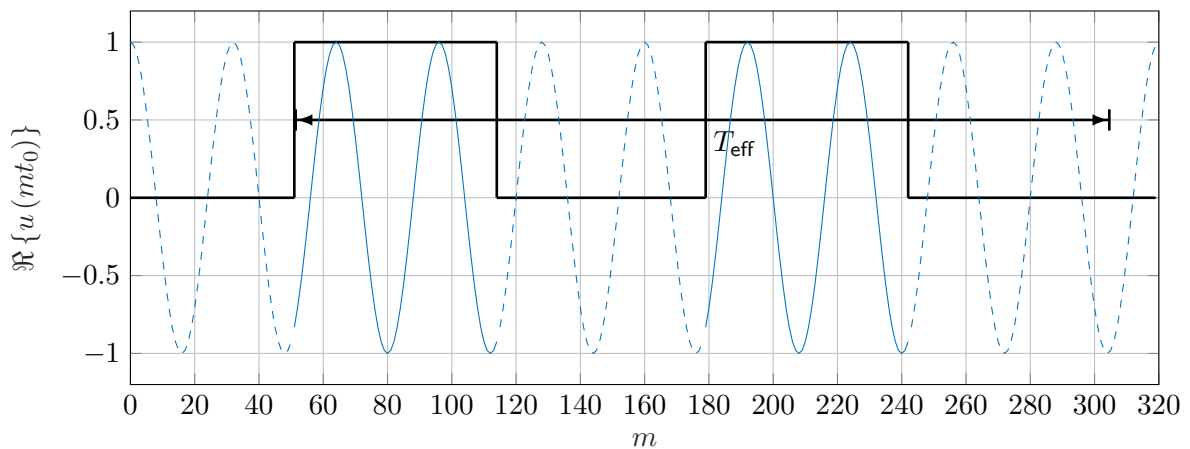


Abbildung 2.43: Sinussignal mit zwei Beobachtungsfenstern.

beiden Fenstern eine Pause von genau einer Fensterlänge ($T_g = T_h$). Für die Richtungsschätzung in einem lokalen Radarnetzwerk könnte dies bedeuten, dass zwei Stationen mit gleicher Gruppenantenne genau um einen Antennendurchmesser versetzt angeordnet sind. Bestimmt man nun die Kostenfunktion (ohne Rauschen), ergibt sich Abbildung 2.44. Die blaue Kurve entspricht dabei der roten in Abbildung 2.42, d.h. dem Verlauf für ein einzelnes Fenster. Die rote Kurve zeigt das Ergebnis für die Anordnung aus Abbildung 2.43. Deutlich zu erkennen ist, dass die Hauptkeule deutlich schmaler ist als bei der Verwendung nur eines einzelnen Fensters. Die erste Nebenkeule ist allerdings deutlich stärker und dichter am Maximum der Kostenfunktion. Zum Vergleich wurde ebenfalls die Kostenfunktion für eine Beobachtung ohne Pause dargestellt (grüne Kurve). Hierbei sind sowohl die Hauptkeule schmal als auch die Nebenmaxima gering (vergleichbar mit dem Einzelfenster).

Man kann also schlussfolgern, dass sich bei der Verwendung von mehreren Fenstern die Hauptkeulbreite nach der effektiven Beobachtungsdauer T_{eff} richtet (d.h. die Hauptkeule ist so schmal, wie bei einer Beobachtung der Dauer T_{eff} ohne Pause zu erwarten wäre), die Hüllkurve der Nebenwellen aber weiter der Kurve für ein Einzelfenster folgt. Je größer die Pause ist, desto schmaler wird die Hauptkeule, aber desto dichter rücken die Nebenmaxima an die Hauptkeule heran und werden auch immer stärker. Es kann ein Punkt erreicht werden, bei dem das Rauschen dafür sorgt, dass die geschätzten Werte in einer der Nebenmaxima landen, was im Fall eines Einzelfensters noch unwahrscheinlich ist (da die Nebenwellen deutlich schwächer sind). Der Bereich zwischen den Haupt- und Nebenkeulen wird aber weiterhin nicht als Schätzwert in Frage kommen, da sich dort tiefe Nullstellen befinden. Bei hinreichend kleinem SNR wird es aber zu einer Häufung der Schätzwerte um entweder der Hauptkeule oder den

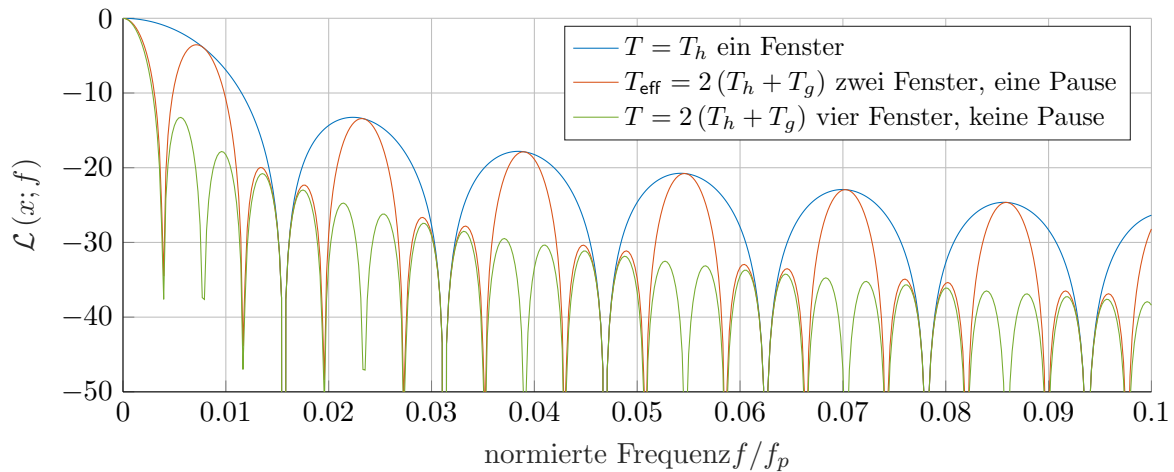


Abbildung 2.44: Kostenfunktion für Beobachtungen unterschiedlicher Dauer/Pausen.

Nebenmaxima kommen, anstatt der angenommenen einfachen Gaußverteilung um die Hauptkeule herum. Um dies zu untersuchen, werden Monte-Carlo-Simulationen mit verschiedenen Pausenlängen durchgeführt und das Histogramm der Schätzfehler in Abbildung 2.45 dargestellt. Es lässt sich leicht

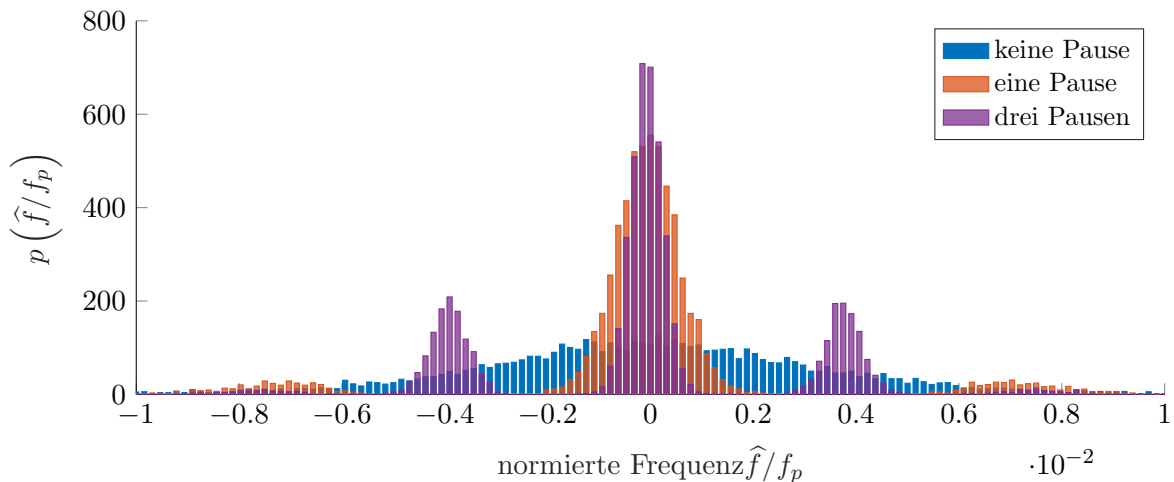


Abbildung 2.45: Histogramm des Schätzfehlers, $\text{SNR} = 9 \text{ dB}$, $N_{\text{mc}} = 10000$

erkennen, wie bei der Verwendung von Pausen zwischen den Beobachtungsfenstern mehrere Moden im Histogramm entstehen. Je länger die Pause ist, desto schmaler wird zwar die Breite jeder Mode aber desto häufiger gibt es Schätzergebnisse außerhalb der Hauptmode (innerhalb derer sich der tatsächliche Frequenzwert befindet). Interessant ist, dass der Schätzer nach wie vor erwartungstreu zu sein scheint, d.h. bildet man den Erwartungswert über alle Realisierungen, befindet er sich am wahren Wert. Man könnte daher die Fehlerverteilung nicht mehr über eine einzelne Gaußverteilung, sondern eine gaußsche Mischverteilung modellieren, da es den Anschein hat, dass jede Mode für sich ebenfalls einer Gaußverteilung folgt.

2.13.3 Monte-Carlo-Simulation des Schätzfehlers eines kohärenten Radarnetzwerks

Die Überlegungen aus Abschnitt 2.13.2 lassen sich auch auf die Richtungsschätzung in einem kohärenten lokalen Radarnetzwerk anwenden. Wie schon in [2] beschrieben, verteilt sich der Schätzfehler nicht mehr gleichmäßig um den tatsächlichen Wert herum, sondern es bilden sich Cluster. Die Position der Cluster wird dabei von der Lage der lokalen Maxima der Kostenfunktion bestimmt. Wie häufig

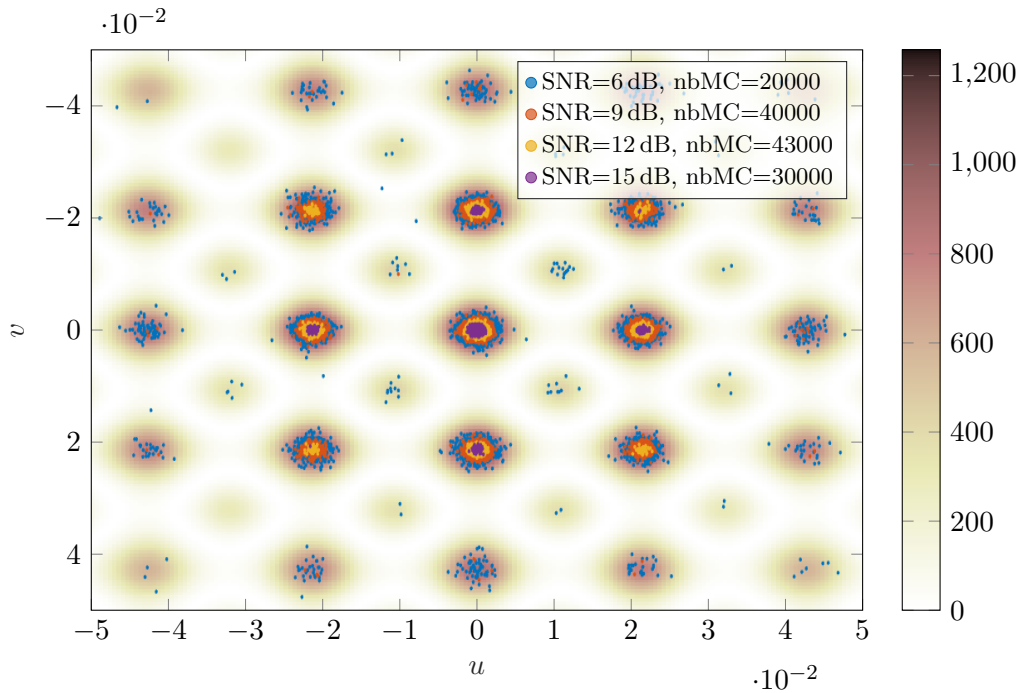


Abbildung 2.46: Monte-Carlo-Simulation der Richtungsschätzung eines lokalen Netzwerks mit 5 Knoten, angeordnet auf einem Kreis ($r = 10$ m) mit einem zentralen Element. Im Hintergrund ist die Kostenfunktion ohne Rauschen dargestellt.

eine Schätzung außerhalb des Clusters um den tatsächlichen Wert liegt, wird wesentlich durch das SNR der Beobachtung bestimmt (aber auch durch die Geometrie des Netzwerks, da diese letztendlich die Form der Kostenfunktion bestimmt). In Abbildung 2.46 sind die Schätzergebnisse für Monte-Carlo-Simulationen der Richtungsschätzung dargestellt. Das Ziel befand sich hierbei im Ursprung des uv -Koordinatensystems. Zunächst kann man die Kostenfunktion, ohne Einfluß des Rauschens, mit ihren zahlreichen lokalen Maxima erkennen. Die Farben (siehe Farbskala) entsprechen hierbei der Stärke der Kostenfunktion in linearer Skala. Jeder Einzelpunkt stellt das Ergebnis einer Schätzung mit bestimmtem SNR dar. Die Simulationen werden für verschiedene SNR-Werte durchgeführt, wobei sich das SNR hierbei auf die Einzelknoten des Netzwerkes bezieht. Man kann erkennen, dass sich mit steigendem SNR die Varianz der Schätzungen innerhalb jedes Clusters verringert. Ebenso fallen die Schätzungen immer seltener außerhalb des Clusters um den tatsächlichen Wert, je besser das SNR wird. Die Verteilung des Fehlers innerhalb eines Clusters lässt sich dabei recht gut als Normalverteilung approximieren, was darauf schließen lässt, dass eine Modellierung mittels einer gaußschen Mischverteilung möglich ist. Die Gewichte sowie die Varianz der einzelnen Komponenten sind dabei wesentlich durch das SNR bestimmt.

Auch wenn die Varianz innerhalb der einzelnen Cluster gering ist, wird die Varianz des gesamten Fehlers immer noch relativ hoch sein, da sie über alle Cluster im Verbund berechnet wird. Da zwischen den Clustern praktisch keine Schätzungen auftreten, erhöht sich die Varianz zusätzlich. Dies erklärt auch die in [2] beobachtete Diskrepanz zwischen Cramér-Rao-Schranke (engl. Cramér Rao Bound (CRB)) und Varianz der Monte-Carlo-Simulationen. Wenn man die CRB als Varianz der Schätzung interpretiert, bezieht man sich gewissermaßen nur auf den zentralen Cluster und lässt die anderen unberücksichtigt. Als Vergleich ist in Abbildung 2.47 die Verteilung des Fehlers bei Verwendung nur eines einzelnen Knotens dargestellt. Hierbei gibt es nur einen großen zentralen Cluster (das Rauschen ist nicht stark genug, um Schätzungen in einem der Nebenmaxima der Kostenfunktion zu erzeugen) und die Varianz passt besser zur CRB.

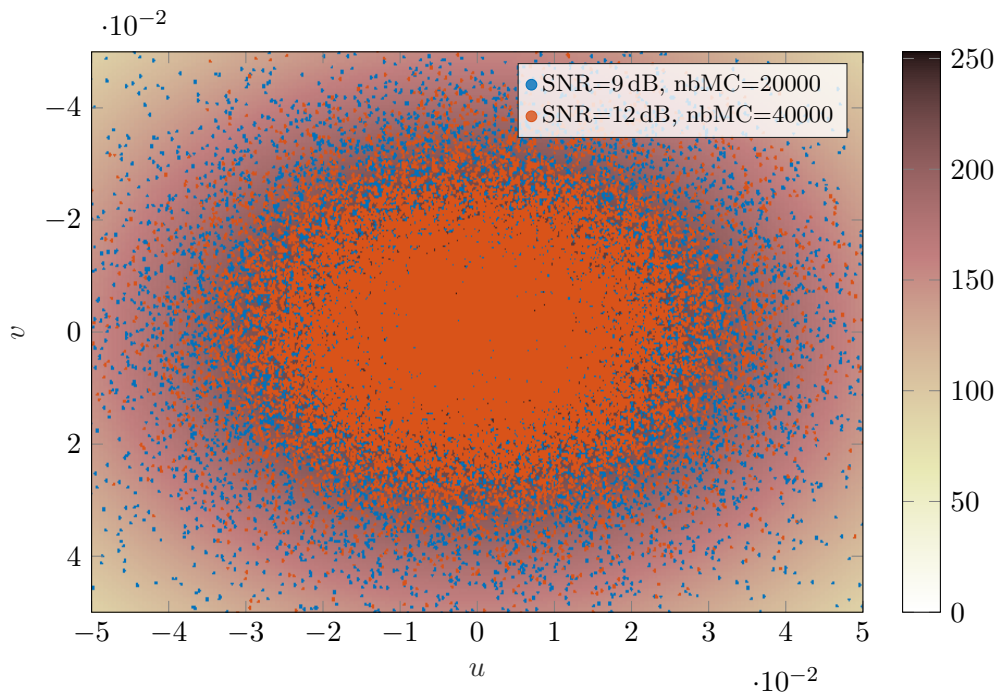


Abbildung 2.47: Monte-Carlo-Simulation der Richtungsschätzung eines Einzelknotens.

2.13.4 Sphärische Wellenfronten

Wie bereits in Unterabschnitt 2.13.1 beschrieben, ist die Ursache für die hohe Anzahl von starken lokalen Maxima in der Likelihood-Funktion der (vergleichsweise hohe) Abstand der unterschiedlichen Stationen in einem kohärenten Radarnetzwerk. Wird die Richtungsschätzung schmalbandig (d.h. im Prinzip nur an der Mittenfrequenz f_c) durchgeführt, kann das empfangene Signal an den unterschiedlichen Stationen eine Phasendifferenz größer als π aufweisen, was zu den beschriebenen Effekten führt. Es sei hier erneut erwähnt, dass es sich nicht um „echte“ Mehrdeutigkeiten handelt, da an jeder Station ein Phased-Array verwendet wird, dessen Elemente das Abtasttheorem einhalten. Die Richtungsschätzung, wie sie in [2] beschrieben und in Unterabschnitt 2.13.3 verwendet wird, benutzt eine Reihe von Annahmen, deren Gültigkeit von der Konfiguration des Netzwerks und der möglichen Ziele abhängt. Diese Annahmen sind

1. Ebene Wellenfronten
2. quasi-isotropes Rückstreuverhalten
3. Schmalbandannahme

Die Annahme von ebenen Wellenfronten impliziert, dass das Ziel so weit von den Stationen entfernt ist, dass die eigentlich gekrümmten Fronten der elektromagnetischen Wellen eben erscheinen³. Ob die Annahme erfüllt ist, hängt dabei vom Abstand zum Ziel, der verwendeten Wellenlänge sowie der Ausdehnung der betrachteten Anordnung ab. Für die Phased-Arrays der einzelnen Knoten des Netzwerks ist die Annahme der ebenen Welle praktisch immer erfüllt, da die Ziele sich in mindestens 100 km Entfernung befinden und die Apertur der Arrays im Vergleich zur Wellenlänge nicht übermäßig groß ist (bzw. werden die Arrays so entworfen, dass ebene Wellen angenommen werden können). Betrachtet man allerdings die Knoten des Netzwerks im Verbund, können sich leicht Abstände ergeben, die es fraglich erscheinen lassen, ob noch von ebenen Wellen ausgegangen werden kann. Eine weitere Konsequenz ebener Wellen ist die Annahme, dass der Winkel, unter dem die einzelnen Stationen ein Ziel

³Es wird hier angenommen, dass sich das Ziel wie eine Punktquelle verhält und es zu keiner perfekten spekularen Reflexion kommt.

beobachten, gleich ist (vorausgesetzt, dass alle Antennen gleich ausgerichtet sind bzw. unterschiedliche Ausrichtungen im Richtungsschätzer berücksichtigt werden). Wenn die Annahme gleicher Einfallswinkel erfüllt ist, kann auch angenommen werden, dass der Reflexionsfaktor des Ziels in Amplitude und Phase für alle Stationen gleich ist. Unter dieser Annahme ergeben sich Unterschiede in den empfangenen Signalen unterschiedlicher Stationen im Prinzip nur aus der unterschiedlichen Lage (d.h. Entfernung) im Bezug zum Ziel⁴. Bei der Schmalbandannahme wird unterstellt, dass die Entfernungsaufösung des verwendeten Sendesignals nicht ausreicht, um unterschiedliche Laufzeiten vom Ziel zu den Stationen zu unterscheiden.

Diese drei Annahmen können anhand der schematischen Darstellung in Abbildung 2.48 diskutiert werden. Dargestellt sind zwei Stationen, die sich jeweils auf der Erdoberfläche an den Positionen \vec{o}_1

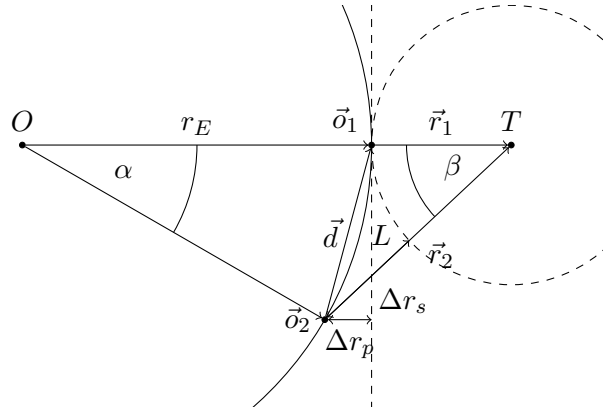


Abbildung 2.48: Schematische Darstellung ebener und gekrümmter Wellenfronten für ein Radarnetzwerk mit zwei Knoten.

bzw. \vec{o}_2 befinden. Die Erde wird dabei vereinfacht als Kugel/Kreis mit Radius r_E angenommen. Die Basislänge L (Abstand der Stationen auf dem Kreisumfang) lässt sich direkt aus dem Winkel α in Radiant berechnen:

$$L = r_E \alpha_{\text{rad}} \quad (2.124)$$

An der Position T befindet sich ein Ziel, welches eine Entfernung von $|\vec{r}_1|$ zur ersten und $|\vec{r}_2|$ zur zweiten Station besitzt. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass sich an der ersten Station ein monostatisches Radar befindet (d.h. Sender und Empfänger am gleichen Ort), während die zweite Station einen Empfänger darstellt, der kohärent zur ersten Station betrieben wird. Der bistatische Winkel zwischen beiden Stationen (bzgl. des Ziels) sei β . Ebenfalls in Abbildung 2.48 dargestellt ist eine Wellenfront einer Kugelwelle, die sich vom Ziel ausbreitet (gestrichelte Kreislinie), sowie eine ebene Wellenfront (gestrichelte Linie), wie sie sich ergeben würde, wenn das Ziel (theoretisch unendlich) weit von den Stationen entfernt ist. Sollte die Wellenfront tatsächlich eben sein, ergibt sich die Laufzeitdifferenz der empfangenen Signale zwischen beiden Stationen aus dem Skalarprodukt des Verbindungsvektors der Stationen und der Einfallrichtung:

$$\vec{d} = \vec{o}_1 - \vec{o}_2 = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (2.125)$$

$$\Delta r_p = \frac{\langle \vec{d}, \vec{r}_1 \rangle}{|\vec{r}_1|} \quad (2.126)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\langle \vec{r}_2, \vec{r}_1 \rangle}{|\vec{r}_1|} - \frac{\langle \vec{r}_1, \vec{r}_1 \rangle}{|\vec{r}_1|} \\ &= \frac{\langle \vec{r}_2, \vec{r}_1 \rangle}{|\vec{r}_1|} - |\vec{r}_1| \end{aligned} \quad (2.127)$$

⁴Dabei werden unterschiedliches Verhalten der Empfängerelektronik und Einflüsse der Atmosphäre ignoriert.

Das Skalarprodukt lässt sich mittels des bistatischen Winkels β wie folgt umschreiben (man beachte, dass in Abbildung 2.48 angenommen wird, dass sich beide Stationen und das Ziel in einer Ebene befinden und somit der dargestellte Winkel β dem tatsächlichen bistatischen Winkel entspricht):

$$\Delta r_p = \frac{|\vec{r}_2| |\vec{r}_1| \cos(\beta)}{|\vec{r}_1|} - |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| \cos(\beta) - |\vec{r}_1| \quad (2.128)$$

Für ein einzelnes sinusförmiges Signal mit der Frequenz f_c ergibt sich dann eine entsprechende Phasendifferenz:

$$\Delta \phi_p = 2\pi \frac{\Delta r_p f_c}{c_0} = 2\pi \frac{\Delta r_p}{\lambda_c} \quad (2.129)$$

In der Praxis liegt eine ebene Welle allerdings nur näherungsweise vor und im Allgemeinen muss von einer gekrümmten (sphärischen) Wellenfront ausgegangen werden. Die Laufzeit- und damit Phasendifferenz ergibt sich dabei aus der Differenz der Beträge der beiden Vektoren \vec{r}_1 und \vec{r}_2 :

$$\Delta r_s = |\vec{r}_2| - |\vec{r}_1| \quad (2.130)$$

$$\Delta \phi_s = 2\pi \frac{\Delta r_s}{\lambda_c} \quad (2.131)$$

Für ein unendlich weit entferntes Ziel verlaufen \vec{r}_1 und \vec{r}_2 parallel und es gilt:

$$|\vec{r}_1| \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta r_p = \Delta r_s \quad (2.132)$$

Die Annahme einer ebenen Welle hat allerdings den Vorteil, dass die Phasendifferenz unabhängig von der Entfernung des Ziels formuliert werden kann (siehe Gleichung 2.126). Für eine Richtungsschätzung bedeutet das, dass die Richtung unabhängig von der (geschätzten) Entfernung bestimmt werden kann. Es stellt sich daher die Frage, ab welcher Basislänge von gekrümmten Wellenfronten ausgegangen werden muss, um das empfangene Signal korrekt zu modellieren. Die Differenz der Phasendifferenzen zwischen ebenen und gekrümmten Wellen lässt sich wie folgt formulieren:

$$\Delta \phi_e = \Delta \phi_r - \Delta \phi_s = \frac{2\pi}{\lambda_c} |\vec{r}_2| (\cos(\beta) - 1) \quad (2.133)$$

Die Basislänge L ist hierbei nur implizit in Gleichung (2.133) enthalten, da sowohl $|\vec{r}_2|$ als auch $\cos(\beta)$ von L sowie der Position des Ziels abhängen.

Überschreitet die Differenz $\Delta \phi_e$ eine bestimmte Schwelle, so kann die Approximation mit ebenen Wellen nicht mehr verwendet werden. Bei der Bestimmung des Schwellwerts stellt sich die Frage, mit welcher Genauigkeit die Phase überhaupt bestimmt werden kann. Wie schon geschrieben, liegen in der Praxis immer gekrümmte Wellenfronten vor. Allerdings kann der Phasenunterschied so klein sein, dass er praktisch nicht von einer ebenen Welle unterschieden werden kann. Einer der wesentlichen Gründe für eine begrenzte Phasengenauigkeit ist das vorhandene Messrauschen in der Empfängerelektronik. Für additives gaussverteiltes Rauschen lässt sich das (komplexe) Basisbandsignal x folgendermaßen notieren:

$$x = s + n, n \propto \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2) \quad (2.134)$$

$$s = |s| e^{j\phi_s} \quad (2.135)$$

Das Rauschsignal wirkt sich dabei sowohl auf den Betrag als auch auf die Phase aus, wie in Abbildung 2.49 illustriert. Wie stark die gemessene Phase Φ_x vom rauschfreien Fall Φ_s abweicht, hängt dabei von der Stärke bzw. der Varianz des Rauschens σ_n^2 ab. Eine Abschätzung für die Verteilungsfunktion der resultierenden Phasenabweichung zwischen Φ_x und Φ_s findet sich z.B. in [85], wo folgende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion angegeben ist:

$$f_{\Phi}(\phi) = \frac{e^{-\rho}}{2\pi} + \sqrt{\frac{\rho}{4\pi}} e^{-\rho \sin^2(\phi)} \cos(\phi) \operatorname{erfc}(-\sqrt{\rho} \cos(\phi)). \quad (2.136)$$

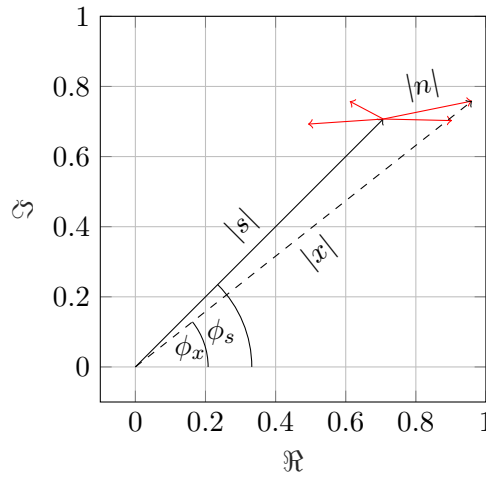


Abbildung 2.49: Einfluss des Rauschens auf Betrag und Phase.

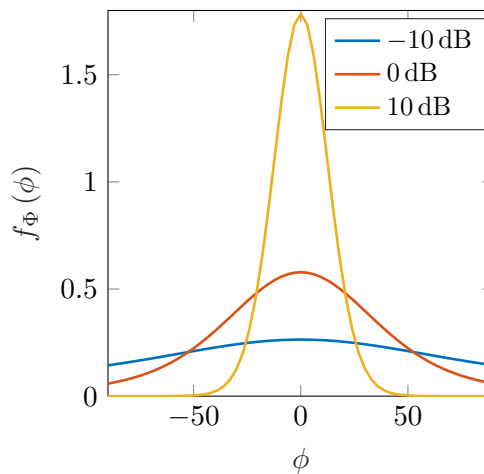


Abbildung 2.50: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Phasenabweichung.

Hierbei ist $\rho = |s|^2 / \sigma_n^2$ das SNR und erfc die komplementäre Fehlerfunktion. Die Dichte ist in Abbildung 2.50 für verschiedene Werte des SNR dargestellt. Leider werden in [85] keine Angaben zu den zweiten Momenten (bzw. der Varianz) der Verteilungsfunktion gemacht, daher werden zunächst empirische Werte in Abbildung 2.51 dargestellt. Die Varianz σ_ϕ^2 wird dabei wie folgt bestimmt:

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\phi_i - \mu_\phi)^2 \quad (2.137)$$

$$\mu_\phi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_i.$$

Hierbei ist zu beachten, dass Gleichung (2.137) eigentlich für periodische Größen wie die Phase ungeeignet ist, da die Periodizität nicht berücksichtigt wird. Allerdings ist es für hohe Werte des SNR noch zulässig, da die Periodizität nicht relevant ist (d.h. die Dichtefunktion geht gegen Null für Phasenwinkel bei $\pm\pi$).

In Abbildung 2.51 lässt sich eine umgekehrte Proportionalität von σ_ϕ^2 bezüglich dem SNR ρ erkennen, d.h. $\rho \propto 1/\sigma_\phi^2$. Dies bedeutet, dass der Phasenwinkel bei Signalen mit hohem SNR genauer bestimmt werden kann und damit die Unterschiede zwischen ebener und gekrümmter Wellenfront deutlicher werden. Für ein SNR von 40 dB ergibt sich eine Standardabweichung von ca. 0.4° . Daher muss von Kugelwellen ausgegangen werden, wenn der Unterschied in der Phasendifferenz in Gleichung (2.133)

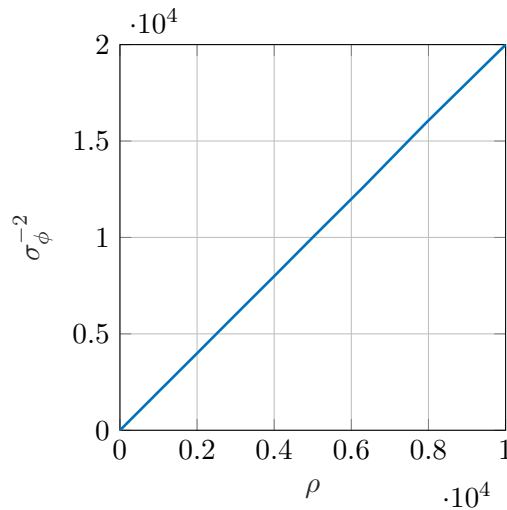


Abbildung 2.51: Verlauf der Varianz der Phasenabweichung in Abhängigkeit vom SNR.

über diesem Wert liegt. Nimmt man beispielsweise eine Basislänge von $L = 10$ m, eine Zielhöhe von 100 km (d.h. $|\vec{r}_1| = 100$ km) und eine Wellenlänge von $\lambda_c = 0.23$ m an, ergibt sich ein Unterschied in den Phasendifferenzen von ca. 0.78° , was sich in etwa noch im Bereich des Phasenrauschens bei einem SNR von 40 dB befindet. Erhöht man die Basislänge auf 100 m bei gleicher Höhe des Ziels, ergäbe sich bereits ein Unterschied in den Phasendifferenzen von 78° , was eine Verwendung von ebenen Wellen nicht mehr erlauben würde.

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass in dem oben erwähnten Beispiel die Schmalbandannahme vermutlich weiterhin erfüllt ist. Der Laufzeitunterschied zwischen beiden Stationen ist unterhalb der Wellenlänge (da der Phasenfehler kleiner 360° bleibt) und es nicht damit zu rechnen, dass das Sendesignal eine Bandbreite größer als die verwendete Mittenfrequenz aufweist. In Abbildung 2.52 ist

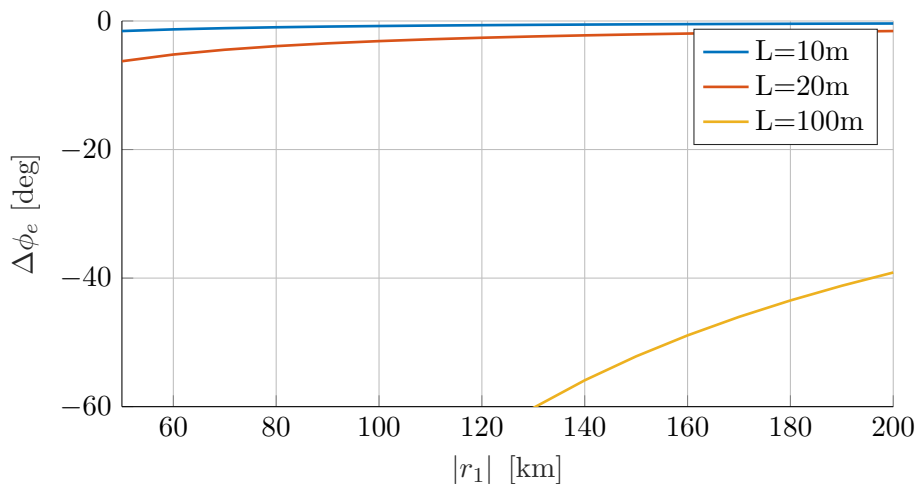


Abbildung 2.52: Verlauf des Phasenfehlers für verschiedene Basislängen und Zielentfernungen für $\lambda = 0.23$ m.

der Verlauf des Phasenfehlers für drei verschiedene Basislängen in Abhängigkeit der Zielentfernung dargestellt. Deutlich erkennbar ist der nichtlineare Zusammenhang zwischen Basislänge und Phasenfehler für eine feste Zielentfernung. Dies lässt vermuten, dass für Basislängen in der Größenordnung von 100 m sehr hohe Zielentfernungen erforderlich sind um von ebenen Wellen auszugehen.

Die Auswirkung des Phasenfehlers auf eine kohärente Signalverarbeitung, wie es die Richtungsschätzung in einem (kohärenten) lokalen Netzwerk sein kann, ist allerdings nicht eindeutig zu beschreiben. Verwendet der Schätzer ein Datenmodell das auf ebenen Wellen basiert, wird das

Vorhandensein gekrümmter Wellenfronten zunächst zu einem systematischen Fehler im Modell selbst führen. Dieser Fehler muss sich allerdings nicht unmittelbar auf die geschätzten Richtungen auswirken. Das bedeutet obwohl der Phasenfehler vorliegt, können die Schätzwerte weiterhin hinreichend nah an den tatsächlichen Werten liegen. Um dies zu untersuchen werden verschiedene Simulationen für unterschiedliche Datenmodelle (d.h. ebene oder gekrümmte Wellen) und Zielentfernungen durchgeführt. Abbildung 2.53 zeigt exemplarisch die Ergebnisse für ein Netzwerk mit 5 Knoten und einer Basislänge

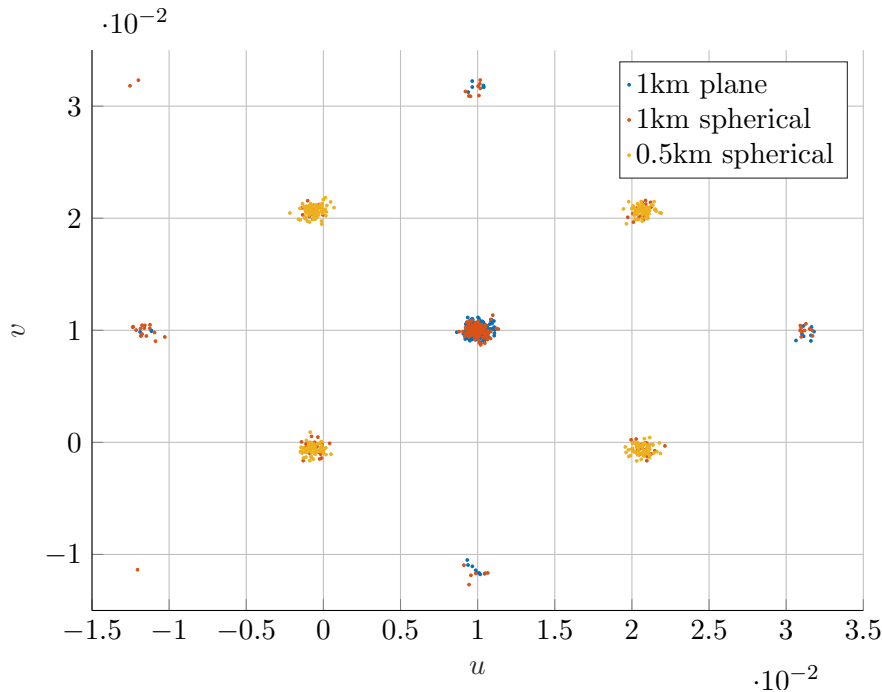


Abbildung 2.53: Geschätzte Richtung für unterschiedliche Zielentfernungen und Modelle der Messdaten. Das wahre Ziel befindet sich bei (0.01, 0.01).

von 10 m sowie einem SNR von 12 dB. In allen Fällen hat der Schätzer ein Datenmodell mit ebenen Wellen verwendet und das Modell der Empfangsdaten hat entweder ebene oder gekrümmte Wellen benutzt. Aus Aufwandsgründen in der Schätzung werde die Basislänge auf einen relativ geringen Wert von 10 m gesetzt. Dies macht es erforderlich, dass sich das Ziel relativ nah am Netzwerk befindet, d.h. Entfernungen von 1 km bzw. 0.5 km. Obwohl dies nicht realistisch ist, ist davon auszugehen, dass die Ergebnisse übertragbar sind auf höhere Basislängen und damit höhere Zielentfernungen. Die Ergebnisse für den Fall 1km spherical zeigen deutlich dass der Schätzer immer noch den wahren Wert mit höherer Wahrscheinlichkeit trifft, d.h. es gibt eine starke Gruppe von Schätzungen in der Nähe des tatsächlichen Werts (0.01, 0.01). Allerdings gibt es ebenso Gruppen bei (0, 0), (0, 0.02), (0.02, 0) sowie (0.02, 0.02). Solche Schätzergebnisse würden für den Fall 1km plane (d.h. Schätzer wie Daten benutzen ebene Wellen) erst bei deutlich schlechterem SNR erreicht werden (siehe Abbildung 2.46). Im Fall 0.5km spherical gibt es keinerlei Schätzungen um den wahren Wert mehr und es verbleiben nur die vier Gruppen. In diesem Fall ist das Ziel so nah, dass der Phasenfehler die Schätzung völlig verfälscht.

2.13.5 Auflösung der Mehrdeutigkeiten durch Bayes'sche Schätzung

Die Richtungsschätzung ist nur dann mehrdeutig, wenn das Messrauschen so hoch ist, dass eine der Nebenmoden des Schätzfehlers über die Hauptmode hinaus verstärkt wird (s. 2.13.1). Gäbe es kein Rauschen, so könnte die Hauptmode eindeutig bestimmt werden, da die Verteilung des Schätzfehlers *a priori* über die Geometrie des Netzwerks und die Arrayarchitektur festgelegt ist. Die Richtungsmessung ist also sozusagen ein Zufallsexperiment basierend auf einer multimodalen Verteilung.

Wie in Abschnitt 2.13.2 festgestellt wurde, eignet sich im Allgemeinen eine Gauß-Mischverteilung für die Annäherung der Distribution des Schätzfehlers. Dieser Gedanke legt es nahe, die Messung der

Zielposition durch eine Mischverteilung zu beschreiben und die wahren uvr -Koordinaten dann mittels einer Art Gauß'schen Summenfilters über die Zeit zu schätzen. Im Folgenden steht $x_{k|k} \in \mathbb{R}^6$ für den sechsdimensionalen Zielzustand in uvr -Positions- und Geschwindigkeitskoordinaten zur Zeit k , d.h. $x_{k|k} = [u_k, \dot{u}_k, v_k, \dot{v}_k, r_k, \dot{r}_k]$. Als Messmodell wählen wir eine Gauß-Mischverteilung mit G Komponenten $\mathcal{N}(x_{k|k}^g, P_{k|k}^g)$ zentriert auf $x_{k|k}$, wobei $x_{k|k}^g = x_{k|k} + \Delta_g$ und $P_{k|k}^g \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ für alle $1 \leq g \leq G$. Wir nehmen ferner an, dass die Offsets Δ_g durch die Netzwerkgeometrie bestimmt werden können und über die Zeit konstant bleiben, d.h. die relative Position der Gaußkomponenten zueinander ändert sich nicht, sondern lediglich deren Kovarianzen.

Die Prädiktion folgt zunächst den klassischen Kalman-Filtergleichungen: [86]:

$$x_{k|k-1} = F_k x_{k-1|k-1}, \quad (2.138a)$$

$$P_{k+1|k} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \quad (2.138b)$$

wobei $F_k, Q_k \in \mathbb{R}^6$ die Übergangsmatrix bzw. das Prozessrauschen sind. Nach Erhalt einer neuen Messung $z_k = [\hat{u}_k, \hat{v}_k, \hat{r}_k]$ wird zunächst die jeweilige Innovation y_k^g mit Kovarianz S_k^g für jede Komponente g der Messfunktion berechnet:

$$y_k^g = z_k - H_k x_{k|k-1}^g, \quad (2.139a)$$

$$S_k^g = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k, \quad (2.139b)$$

wobei $H_k \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ den Zielzustand in den Messraum überführt und $R_k \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ die Kovarianz des additiven Messrauschens bezeichnet. Liegt die Messung im 3σ -Gate der g ten Gaußkomponente, d.h. $y^T S^{-1} y < \chi^2_{\text{inv}}(0.99, 3)$, so wird der Kalman-Gain K_k^g bestimmt und damit der Zielzustand korrigiert:

$$K_k^g = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1}, \quad (2.140a)$$

$$x_{k|k} = x_{k|k-1} + K_k^g y_k^g, \quad (2.140b)$$

$$P_{k|k}^g = (I - K_k^g H_k) P_{k|k-1}. \quad (2.140c)$$

2.13.6 Experimentelle Evaluation der filterbasierten Winkelschätzung

Die Anwendbarkeit der filterbasierten Auflösung von Mehrdeutigkeiten soll anhand von Simulationen mit einem bewegten Ziel getestet werden. Hierzu werden ein quasi-monostatisches Setup und zwei Konfigurationen im Netzwerk miteinander verglichen. Die prinzipiellen Anordnungen sind in Abbildung 2.54 dargestellt, wobei die Kreuzkonfiguration dem Netzwerk aus Unterabschnitt 2.13.3 entspricht. Für die Gauß-Mischverteilungen werden die relevanten Komponenten der jeweiligen Netzwerke anhand einer Simulation mit einem statischen Ziel bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.55 für ein Ziel mit 9 dB SNR dargestellt. Für die Kreuzkonfiguration verwenden wir die neun höchstgewichtigen Komponenten, die in einem 3×3 -Gitter mit einem jeweiligen Abstand von 0.0214 in u bzw. v angeordnet sind. Hierbei erhält die zentrale Komponente ein Gewicht von 0.5294 und ist auf der Zustandsschätzung $x_{k|k}$ zentriert, während die restlichen Komponenten jeweils ein Gewicht von 0.0588 erhalten. Es wird angenommen, dass die initiale Kovarianzmatrix für alle neun Komponenten gleich ist. Sie kann dadurch bestimmt werden, dass man aus den Daten von Abbildung 2.55a die zentrale Komponente isoliert und dann von den Stichproben die Kovarianz errechnet. Im vorliegenden Beispiel wurde die Kovarianz in u, v und r berechnet als $\text{cov}(u, u) = 3.7483 \cdot 10^{-7}$, $\text{cov}(v, v) = 3.7763 \cdot 10^{-7}$, $\text{cov}(r, r) = 107.9280$ mit Kreuzkovarianzen $\text{cov}(u, v) = \text{cov}(v, u) = -9.8651 \cdot 10^{-10}$.

Die Verteilungsfunktion der Dreieckskonfiguration hat, ähnlich wie die Kreuzkonfiguration, eine zentrale Komponente, diesmal mit einem Gewicht von 0.5385. Allerdings ergeben sich aus der Architektur des Netzwerks anstatt acht nur sechs weitere Komponenten (siehe Abbildung 2.55b) mit jeweiligen Gewichten von 0.0769, die sich hexagonal mit einem Abstand zum Zentrum von je 0.0247 um die

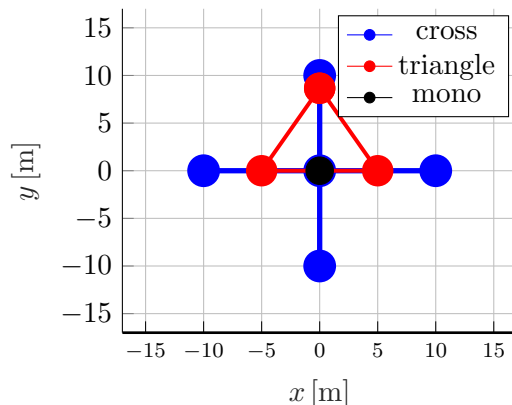


Abbildung 2.54: Anordnung der Empfängerknotten in den drei getesteten Netzwerken.

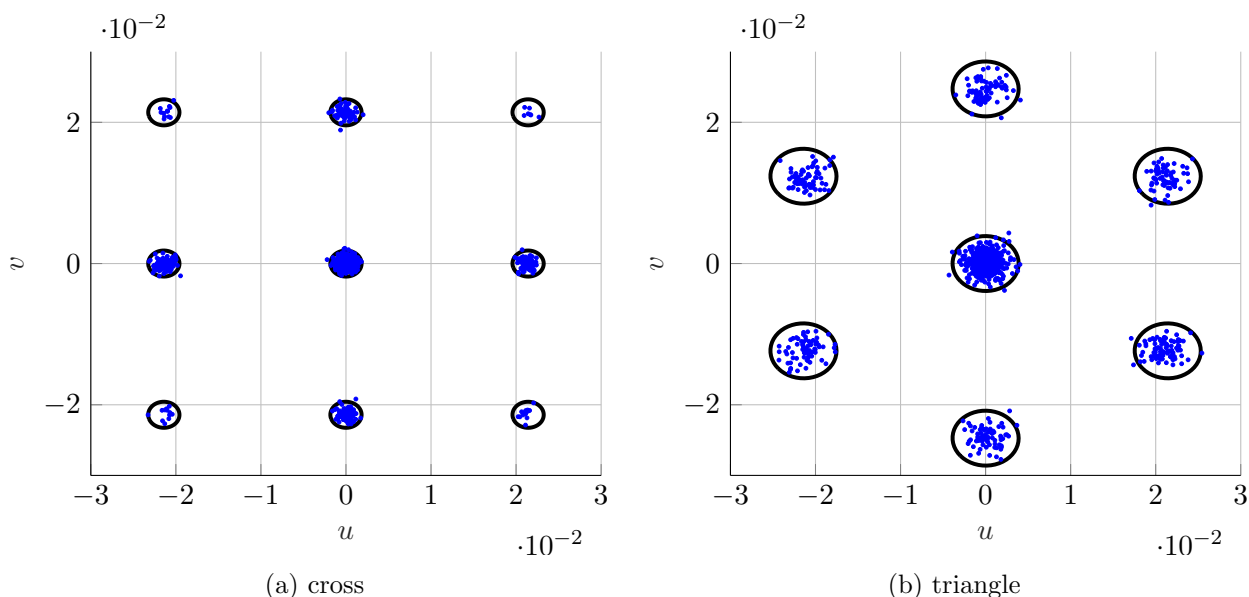


Abbildung 2.55: Moden der Winkelschätzung für ein statisches Ziel und 9 dB SNR. Die Ellipsen zeigen die 3σ Kovarianzellipsen.

zentrale Komponente anordnen. Die angenommene initiale Kovarianz für die Gauß-Komponenten der Dreieckskonfiguration weicht in u und v um einen Faktor 4 von den Werten der Kreuzkonfiguration Kovarianz ab, da weniger Komponenten zur Verfügung stehen, um in etwa die gleiche Fläche im u/v -Raum abzudecken. Zum Kontrast wird als dritte Variante ein monostatisches Setup betrachtet, dessen Schätzfehlerverteilung unimodal ist, jedoch mit einer um einen Faktor 230 größeren Kovarianz in u und v als die Dreieckskonfiguration. Da die Abstandsschätzung von der Netzwerkkonfiguration nicht beeinträchtigt wird, bleibt $\text{cov}(r, r)$ für alle Konfigurationen identisch. Zudem wurden die Kovarianzen der jeweiligen Geschwindigkeiten für alle Konfigurationen auf $\text{cov}(\dot{u}, \dot{u}) = \text{cov}(\dot{v}, \dot{v}) = 10^{-2}$ bzw. $\text{cov}(\dot{r}, \dot{r}) = 10.0$ gesetzt.

Diese drei Beispiele zeigen, dass die Gauß-Konfiguration spezifisch auf das vorliegende Netzwerk zugeschnitten werden muss, d.h. für jede Netzwerkgeometrie muss eine eigene, jeweils passende Gauß-Mischverteilung gefunden werden. Ist dies analytisch nicht möglich, kann beispielsweise der Expectation-Maximization-Algorithmus für die Optimierung der Mischverteilung herangezogen werden [87]. Im Prinzip hängen die Werte der Kovarianzmatrix der jeweiligen Mischkomponenten ebenso vom SNR des vom Ziel erzeugten Signals ab. Ist das SNR unbekannt, kann die Kovarianz initial mit den Werten für ein bestimmtes SNR belegt werden und der Filter passt die konkreten Werte während der Iteration an. Für das Tracking müssen zusätzlich weitere Annahmen getroffen werden. Die initiale Zielschätzung

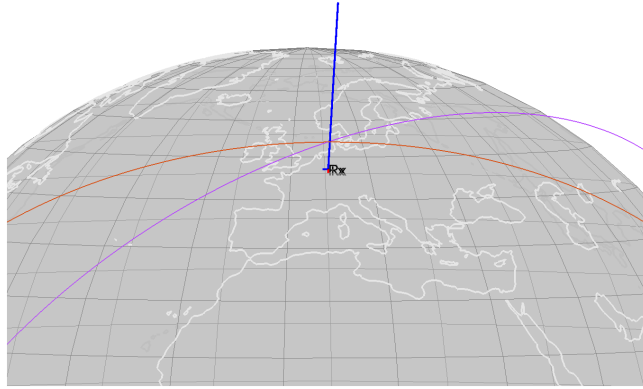


Abbildung 2.56: Illustration des quasi-monostatischen Setups mit den zwei möglichen Zielorbits.

erhält die Position der ersten Messung, sowie eine Geschwindigkeit von 0 in allen Achsenrichtungen, d.h. $x_{0|0} = [\hat{u}_0, 0, \hat{v}_0, 0, \hat{r}_0, 0]$. Ferner wird ein sog. Near-Constant Velocity (NCV)-Modell für die Zustandsvorhersage verwendet.

Wie anfangs erwähnt sollen die Simulationen für ein bewegtes Ziel durchgeführt werden. Dafür wird ein Setup wie in Abbildung 2.56 dargestellt benutzt. Der Sender und das Empfangsnetzwerk werden geographisch platziert und es wird ein derartiger Keplerorbit gewählt, dass sich das Ziel direkt über den Empfängerstandort bewegt. Die Beobachtungsdauer ist dabei auf 10 s begrenzt und es ergibt sich ein Verlauf der Entfernung sowie der Empfangswinkel wie in Abbildung 2.57 angegeben.

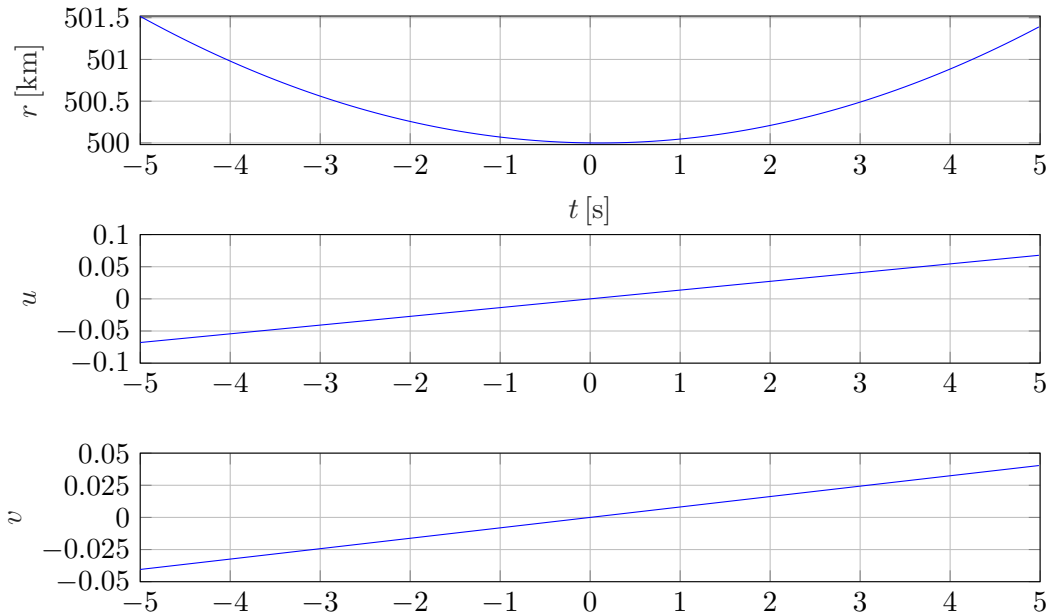


Abbildung 2.57: Simulierte Zielparameter (Abstand zum Empfänger, Richtung in uv -Koordinaten) für den Orbit mit sich ändernder v -Komponente

Ein wichtiger Parameter für die Simulation ist der zeitliche Abstand zwischen den Messungen, d.h. wie oft und in welchem Abstand das Ziel detektiert und dessen Parameter bestimmt werden. Hierzu werden die beiden Fälle $\Delta t = 23.3\text{ms}$ sowie $\Delta t = 233\text{ms}$ unterschieden. Die Wahl dieser beiden Werte basiert auf der Annahme einer größtmöglichen Zielentfernung von 3500 km, wodurch sich ein Pulswiederholungsintervall (PRI) von ca. $2r_{max}/c_0 \approx 23.3\text{ms}$ ergibt. Der zweite Wert unterstellt ein Coherent Processing Interval (CPI) über zehn Pulse, so dass man 233 ms erhält. Für die Simulationen werden rauschbehaftete Rohdaten für die jeweilige Zielposition mit einem bestimmten SNR erzeugt und die Winkel über einen iterativen Maximum-Likelihood-Schätzer berechnet. Die Schätzung

der Entfernung wird dagegen über die CRB mit einer angenommenen Signalbandbreite von 2 MHz synthetisiert.

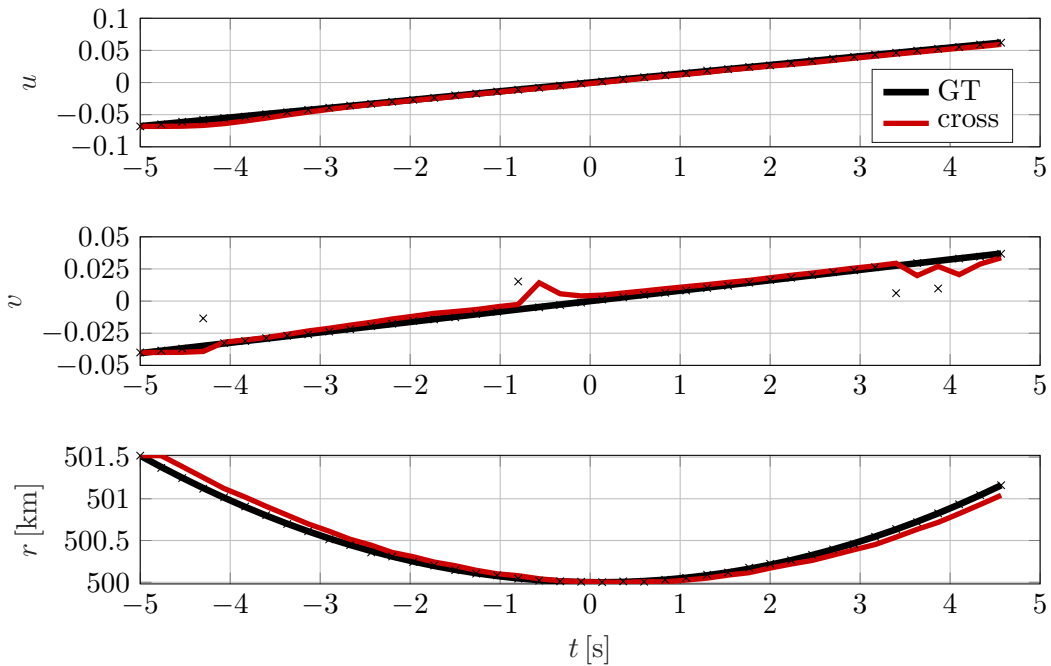


Abbildung 2.58: SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Kreuzkonfiguration

Abbildung 2.58 zeigt die Resultate für das Netzwerk in Kreuzkonfiguration bei einem SNR von 14 dB und einer angenommenen kohärenten Integration über 10 Pulse. Die wahren Werte sind als schwarze Linie, die vom Schätzer gelieferten Daten als schwarze Kreuze und das Filterergebnis als rote Linie gekennzeichnet. Der Grund für das relativ hohe SNR liegt darin begründet, dass bei einem Wert von z.B. 9 dB die Fehlerverteilung der monostatischen Konfiguration nicht mehr als einzelne Gaußverteilung approximiert werden kann. Die Likelihood-Funktion der Richtungsschätzung hat auch für einen Einzelknoten mehrere lokale Maxima, deren Werte allerdings deutlich niedriger sind als bei den Netzwerken. Ist das SNR gering genug, bilden sich allerdings auch dort mehrere Moden aus. Um dies zu verhindern, wird ein entsprechend hohes SNR gewählt. In Abbildung 2.58 lässt sich nun erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Nebenmoden bei dem gewählten SNR relativ gering ist. In den meisten Fällen erhält man daher eine Schätzung innerhalb der Hauptmode der Mischverteilung und es ergibt sich ein Gewinn in Genauigkeit wie er bei einem zeitlichen Tracking mit einer einzelnen Gaußverteilung zu erwarten ist. Das Filter weicht jedoch stärker von den wahren Werten ab, sobald Messungen in den Nebenmoden auftreten. Dieser Effekt wird geringer, wenn das zeitliche Intervall von 233 ms auf 23.3 ms reduziert wird. Abbildung 2.59 zeigt die Ergebnisse für die Dreieckskonfiguration mit sehr ähnlichen Resultaten wie bei der Kreuzkonfiguration. Zum Vergleich zeigt Abbildung 2.60 die Situation des Einzelknotens. Hier ist zunächst eine stärkere Abweichung der Schätzergebnisse von den wahren Werten zu erkennen. Dies liegt in der hohen Varianz der Hauptmode, wie es in den vorherigen Abschnitten bereits beschrieben wurde. Es sind also im Gegensatz zu den Netzwerkkonfigurationen keine Messung in einer Nebenmode vorhanden. Durch die höhere Varianz ergibt sich auch eine stärkere Abweichung des Filterergebnisses von den wahren Werten. Abbildung 2.61 zeigt abschließend den Winkelfehler $[\hat{u}; \hat{v}] - [u_{GT}; v_{GT}]_F$ im Vergleich aller getesteten Konfigurationen. Ebenso sind Mittelwert (gestrichelte Linie) und Standardabweichung (farbige Fläche) dargestellt. Man erkennt deutlich das längere Einschwingverhalten bei der monostatischen Konfiguration, aber auch, dass sich nach einer gewissen Zeit recht ähnliche Fehlerwerte einstellen. Es ist zu vermuten, dass sich hier der prinzipielle Gewinn durch zeitliches Tracking zeigt. Der Vorteil durch die Auflösung der Mehrdeutigkeiten zeigt sich deutlicher erst bei geringerem SNR was allerdings keinen Vergleich mit der

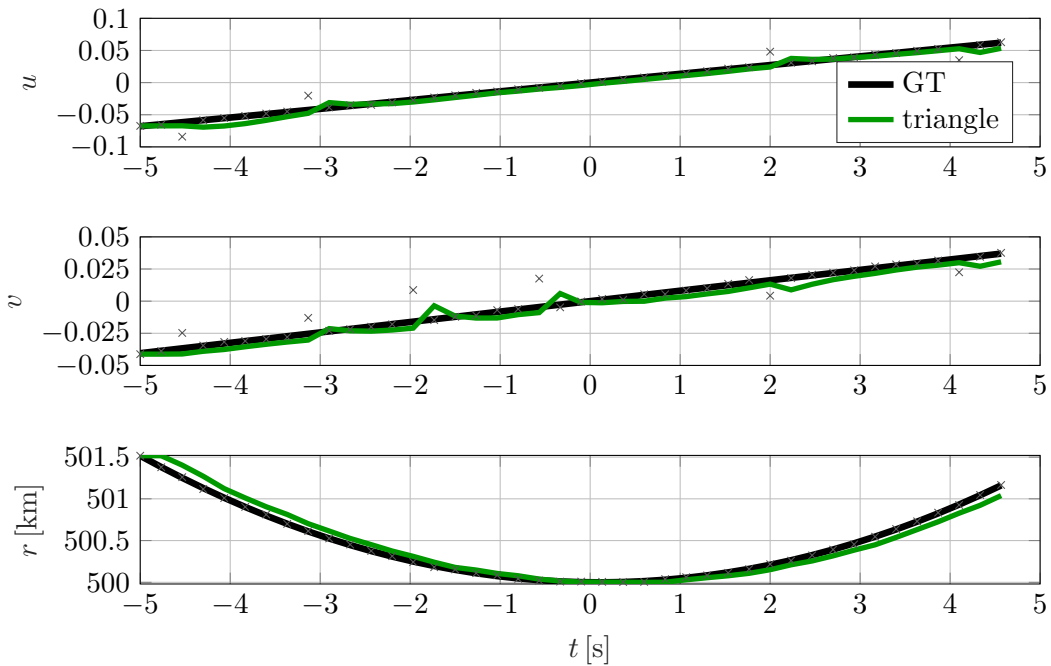


Abbildung 2.59: SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Dreieckskonfiguration

monostatischen Konfiguration mehr zulässt.

2.14 Statistische Verteilung von Knoten (AP5200)

2.14.1 Einführung

Dieser Abschnitt baut auf den Simulationen auf, die bereits in [3] verwendet wurden. Dort wird der Einfluss unterschiedlicher horizontaler Basislinien zwischen zwei Radarknoten auf die Genauigkeit der Bestimmung der Bahnparameter von Weltraumobjekten untersucht. Es wird zudem der Einfluss des Sichtfeldes (engl. Field of View (FoV)) und des Radar-Ressourcen-Managements auf die Schätzgenauigkeit berücksichtigt. Die Ergebnisse basieren auf der PCRLB, die eine untere Schranke für die Genauigkeit eines beliebigen Trackingalgorithmus beschreibt

In Abschnitt 2.14.2 wird der Simulationsaufbau beschrieben. Der Unterschied zu den Simulationen in [3] ist unter anderem, dass das 6D-Fehlervolumen aus Gründen der Anschaulichkeit in zwei 3D-Fehlervolumina unterteilt wird, nämlich in Positions- und Geschwindigkeits-Fehlervolumen. Außerdem wird in Abschnitt 2.14.3 zusätzlich zu der bereits betrachteten horizontalen Ausdehnung zwischen zwei Radarknoten die Auswirkung einer vertikalen Ausdehnung untersucht. In Abschnitt 2.14.4 werden die Ergebnisse für die horizontale und vertikale Netzwerkausdehnung im Trackmodus konkret gegenübergestellt. Des Weiteren wird im Abschnitt 2.14.5 im Suchmodus der Einfluss der Basislinie und des Sichtfeldes (FoV) auf die Orbitschätzung analysiert. Außerdem wird in Abschnitt 2.14.6 der Einfluss auf die Orbitschätzgenauigkeit zwischen den geometrischen Netzwerkeinstellungen und einem Trackmodus gegenübergestellt. Da die beste Basislinie für ein optimales Fehlervolumen stark von der Netzwerk-Orbit-Geometrie abhängt, kann innerhalb dieser Simulationen keine Basislinie gefunden werden, die für alle Orbits optimal ist. Auf Grund dessen wird in Abschnitt 2.14.7 eine Untersuchung zu der ungünstigsten statt der optimalen Basislinie durchgeführt, um Standortaussagen bezüglich der Netzwerkgeometrie zu treffen. Zum Schluss wird in Abschnitt 2.14.8 der Zusammenhang zwischen Anzahl Beobachtungen, Anzahl Überflüge und Fehlervolumen analysiert. Die vorgestellten Ergebnisse können verwendet werden, um ein multistatisches Radarnetzwerk nach geometrischen Aspekten wie Basislinie und Ausrichtung des FoV aufzubauen. Für die Entscheidung können verschiedene Orbits unterschiedlich gewichtet werden.

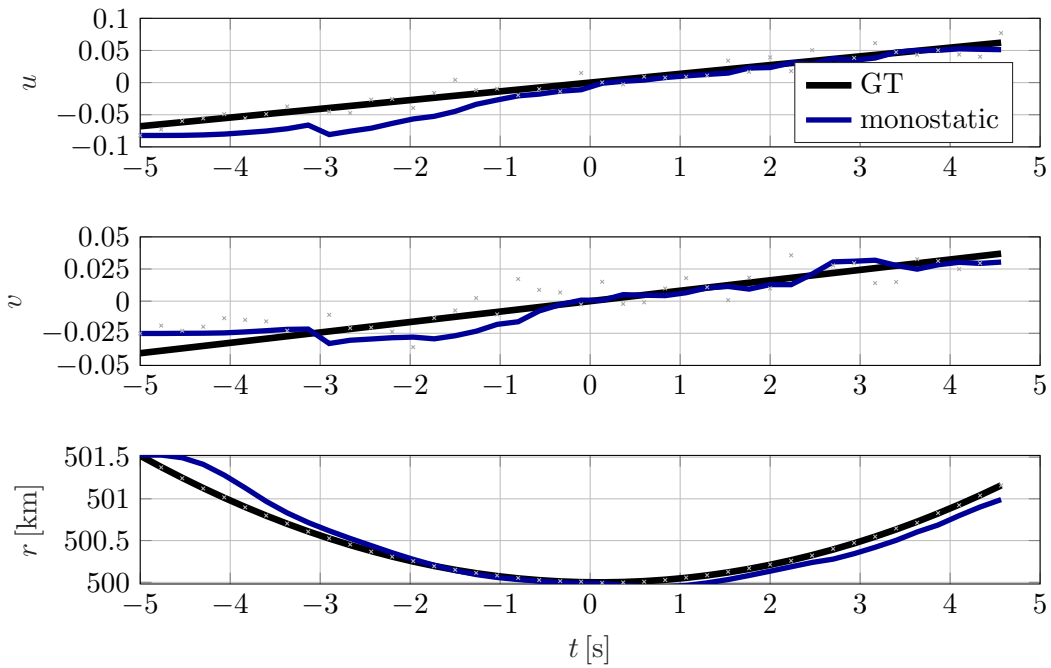


Abbildung 2.60: SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Einzelknoten

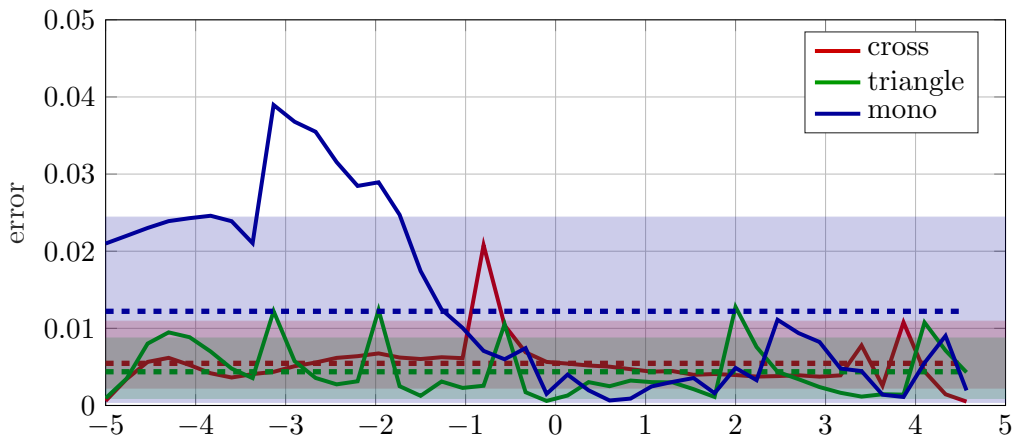


Abbildung 2.61: SNR 14 dB, $\Delta t = 233$ ms, Winkelfehler

2.14.2 Simulationsumgebung

Die gesamten Analysen in Kapitel 2.14 nutzen die gleiche Simulationsumgebung wie im Paper [3] beschrieben. Für die Analysen werden insgesamt 140 verschiedene Kepler-Objekte in jeweils unterschiedlichen Orbits generiert. Die Orbits unterscheiden sich durch die Inklination und die große Halbachse. Die Inklination variiert von 45° bis 110° in 5° -Schritten. Die große Halbachse minus mittlerem Erdradius (entspricht grob der Orbithöhe über dem Netzwerk) wird zwischen 300 km und 1700 km variiert. Die restlichen Keplerparameter bleiben für alle Orbits gleich. Es werden keinerlei Störbeschleunigungen angenommen. Die generierten Objekte sind in Abbildung 2.62 dargestellt.

Insgesamt werden zwei Radarknoten simuliert: Ein Tx/Rx und ein Rx. Die räumliche Anordnung der beiden Radarknoten ist in Abbildung 2.63 dargestellt. In folgenden Abschnitten werden generell vier verschiedene geometrische Setups untersucht: Ausdehnung der Basislinie zwischen den beiden Radarknoten in vertikaler bzw. horizontaler Richtung und die Ausdehnung des Sichtfeldes (FoV) in vertikaler bzw. horizontaler Richtung. Dabei ist zu beachten, dass der Mittelpunkt des Netzwerkes immer an der gleichen Stelle bleibt. So wandert bspw. bei einer vertikalen Basislinienuntersuchung die

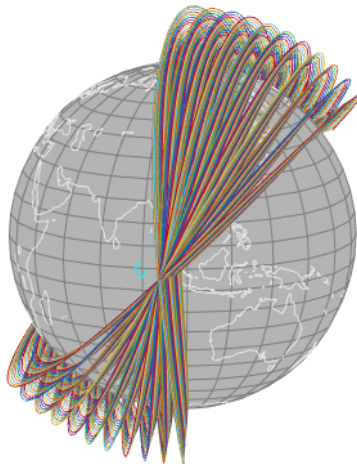


Abbildung 2.62: Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.

zweite Station immer weiter in Richtung Süden und die erste Station in Richtung Norden. Die Basislinien variieren von 50 km - 950 km in 50 km-Schritten. Insgesamt werden je 19 Basislinien mit vertikaler bzw. horizontaler Ausrichtung getestet. Der Mittelpunkt des Netzwerkes wird auf die Koordinaten 50.5° geographischer Breite und 10° geographischer Länge gelegt. Die Radarparameter sind für jeden simulierten Orbit gleich und sind in Tabelle 2.5 aufgelistet. Für alle Orbits wird das gleiche RCS gewählt und es findet keine Anpassung des Mode-Designs für unterschiedliche Orbithöhen statt.

Tabelle 2.5: Auflistung der Radarparameter, die in Kapitel 2.14 durchgängig verwendet werden.

mean power	20 000 W
dwel time	0.2 s
effective aperture size	3.5 m^2
radar cross section (RCS)	5 m^2
wavelength	0.2 m
beamwidth	0.0886 rad
range resolution	132.8 m
angle resolution	0.0089 rad
bandwidth	1 MHz

Kapitel 2.14 baut auf den Simulationen von [3] auf, die eine horizontale Basislinienausdehnung betrachten. Insgesamt beträgt der simulierte Beobachtungszeitraum einen Monat. Nach Ende des Monats werden die 6D-Kovarianzen in [3] als vergleichendes Kriterium verwendet. Aus dieser sechsdimensionalen Matrix wird ein Fehlervolumen berechnet, welches in logarithmischer Skala in Abbildung 2.64 dargestellt ist. Der schwarze Punkt markiert den Median für jede Basislinie und die schwarzen Boxen beschreiben die Quartile. Wenn die Basislinie nach dem niedrigsten Median oder dem niedrigsten Quantil bewertet wird, werden jeweils andere Basislinien als Optimum gewählt. Außerdem ist ein 6D-Fehlervolumen physikalisch bzw. räumlich nicht darstellbar. Deswegen wird in diesem Abschnitt das 6D-Fehlervolumen in Positions- und Geschwindigkeitsgenauigkeit getrennt. Dafür wird angenommen,

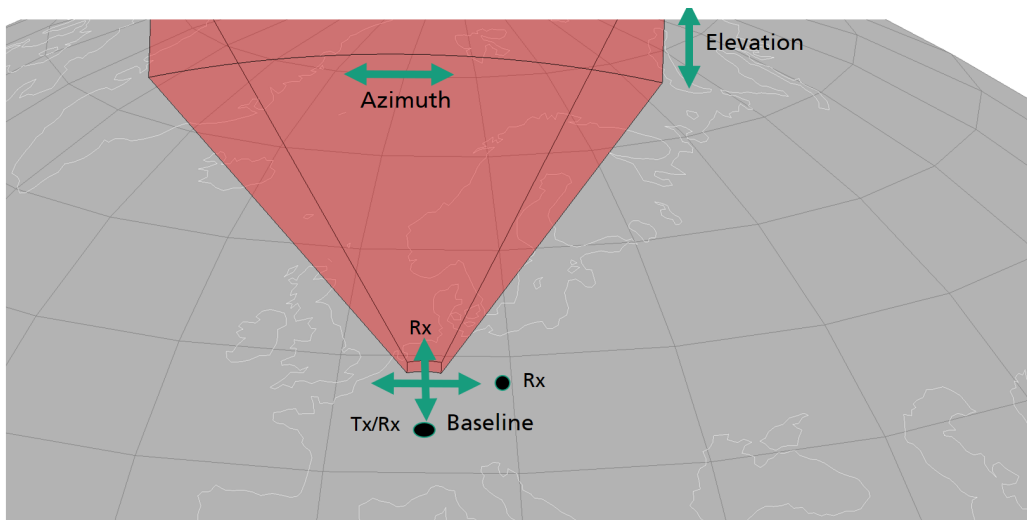


Abbildung 2.63: Räumliche Anordnung der beiden Radarknoten: Knoten 1 ist nur ein Empfänger, während an Knoten 2 ein Sender und ein Empfänger aufgebaut ist. Die Ausdehnung der Basislinie zwischen den beiden Radarknoten erfolgt einmal in vertikaler und einmal in horizontaler Richtung. Die Mitte des Radarnetzwerkes bleibt dabei immer über der gleichen Stelle (Breitengrad 50.5°, Längengrad 10°).

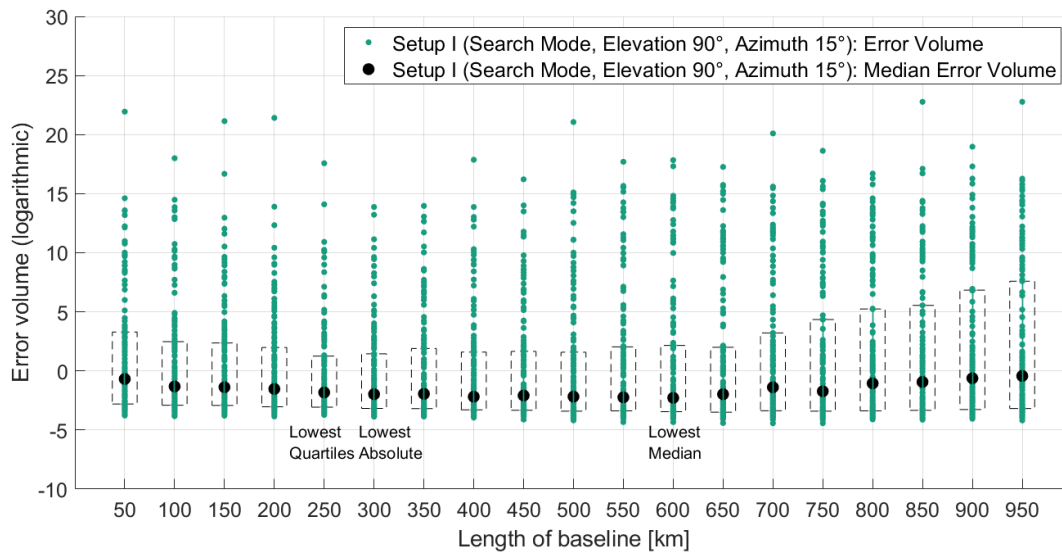


Abbildung 2.64: Setup I: FoV $90^\circ \times 15^\circ$, Suchmodus - Effekt der Basislinie auf die Orbitbestimmung für alle 225 getesteten Orbits. Die schwarzen Punkte markieren den Median für jede Basislinie und die schwarzen Boxen beschreiben die Quartile. Die Abbildung ist aus [3] übernommen.

dass diese beiden Größen unkorreliert sind. Des Weiteren wird das Fehlervolumen je Orbit aufgezeigt, um so die Fehlervolumina bei stark genutzten Orbits anders gewichten zu können. Außerdem ist in diesem Kapitel zum ersten Mal die Gegenüberstellung einer vertikalen zu einer horizontalen Basislinie im Zusammenhang mit den Sichtfeldern dargestellt.

Als Anmerkung zu allen nachfolgenden Abbildungen in Abschnitt 2.14 sei darauf hingewiesen, dass die x -Achse immer für die Inklination des untersuchten Keplerorbits steht und auf der y -Achse immer die große Halbachse minus dem mittleren Erdradius aufgetragen ist.

2.14.3 Untersuchungen zur besten Basislinie für unterschiedliche Orbits - Trackmodus

In diesem Abschnitt wird untersucht, welchen Einfluss die Basislinie auf die Genauigkeit der Orbitschätzung hat. Da es nur um den Einfluss der Basislinie und nicht der Ausrichtung des Sichtfeldes oder des Mode-Designs gehen soll, wird der Trackmodus benutzt. Es werden also so lange Beobachtungen generiert, wie das Objekt im Sichtfeld des Radars ist. Insgesamt werden vier verschiedene Fehlervolumina betrachtet: Von der vertikalen oder horizontalen Basislinie jeweils das Positions- bzw. Geschwindigkeits-Fehlervolumen nach einem Monat Beobachtung. Die Basislinie variiert von 50 km - 950 km in 50 km-Schritten. In Abbildung 2.65 sind die gefundenen optimalen Basislinien für jeden Orbit bei einer horizontalen Basislinie aufgegliedert. Die blauen Werte geben das Optimum der Basislinie in Kilometern für die Positionsschätzung wieder. Die schwarzen Werte zeigen die optimale Basislinie für die Geschwindigkeitsschätzung. Beispielsweise ist für einen Orbit mit 45° Inklination und 600 km Orbithöhe für die Positionsschätzung 400 km und für die Geschwindigkeitsschätzung 550 km Ausdehnung der Basislinie optimal. Bei der Gesamtbetrachtung der Orbits in Abbildung 2.65 fällt auf, dass es keine eindeutige beste Basislinie für alle Orbits gibt. Ebenfalls unterscheiden sich die Angaben für die Positions- und Geschwindigkeitsschätzung. Bezüglich Inklination ergeben sich die geringsten Unterschiede für die Positions- und Geschwindigkeitsschätzung bei einer Inklination von 50° . Vermutlich hängt das mit dem gewählten Mittelpunkt des Radarnetzwerkes auf 50.5° geographischer Breite zusammen. Die Orbits mit NaN -Werten können mit der gewählten Platzierung der Stationen und den verwendeten Radarparametern nicht detektiert werden. Die Ergebnisse für die vertikale Basislinienausdehnung sind in Abbildung 2.66 dargestellt. Am deutlichsten fällt auf, dass bereits Orbits ab einer Inklination von 40° statt 45° detektiert werden können. Dieser Effekt liegt daran, dass der zweite Radarknoten im vertikalen Fall auf Orten mit niedriger geographischer Breite platziert wird. Für die Inklinationen 40° - 45° führt bis auf drei Ausnahmen eine Basislinie von 950 km zu der genauesten Orbitschätzung. Bei einer ersten Analyse kann festgehalten werden, dass für die meisten Orbits bei der Genauigkeitsschätzung eine vertikale Ausdehnung der Basislinie von 50 km vorteilhaft zu sein scheint. Ansonsten ist wie beim horizontalen Fall in Abbildung 2.65 kein klarer Trend für weitere Aussagen zu erkennen.

Wenn sich keine klaren Aussagen bezüglich der optimalen Basislinien machen lassen, kann das generell daran liegen, dass die Fehlervolumina nicht stark über die Orbits variieren bzw. alle Basislinien zu etwa gleich guten Ergebnissen führen. Es stellt sich daher die Frage, wie groß der Unterschied zwischen der besten und schlechtesten Basislinienausdehnung für die Positions- und Geschwindigkeitsschätzung ist. Die linearen Quotienten im Fehlervolumen sind in Tabelle 2.6 für jeweils eine horizontale und vertikale Basislinienausdehnung aufgeführt. Die gezeigten Werte beziehen sich jeweils auf den maximalen bzw. minimalen Quotienten zwischen bester und schlechtester Basislinie sowie den Median dieses Quotienten. Bei dem maximalen Quotienten fällt auf, dass die Werte bei der vertikalen Basislinie höher sind als bei der horizontalen. Dieser Effekt hängt mit der Platzierung der zweiten Station zusammen und nicht mit dem Abstand zwischen den beiden Radarknoten. Bei der Betrachtung der Mediane in Tabelle 2.6 fallen zwei Dinge auf. Zum einen sind die Median-Werte bei einer vertikalen Basislinienuntersuchung größer als im horizontalen Fall. Zum anderen scheint der Einfluss der Basisliniengröße auf die Geschwindigkeitsgenauigkeit im Schnitt einen größeren Einfluss als auf die Positionsgenauigkeit zu haben, da der Quotient zwischen Maximum und Minimum bei der Geschwindigkeitsschätzung im Schnitt größer ist. In absoluten Zahlen ist der Einfluss der vertikalen Basislinie auf die Geschwindigkeitsschätzung bei 91 Orbits größer und bei 51 Orbits kleiner als der Einfluss auf die Positionsschätzung. Bei einer horizontalen Basislinie ist der Quotient bei der Geschwindigkeitsschätzung zwischen bestem und schlechtestem Fall

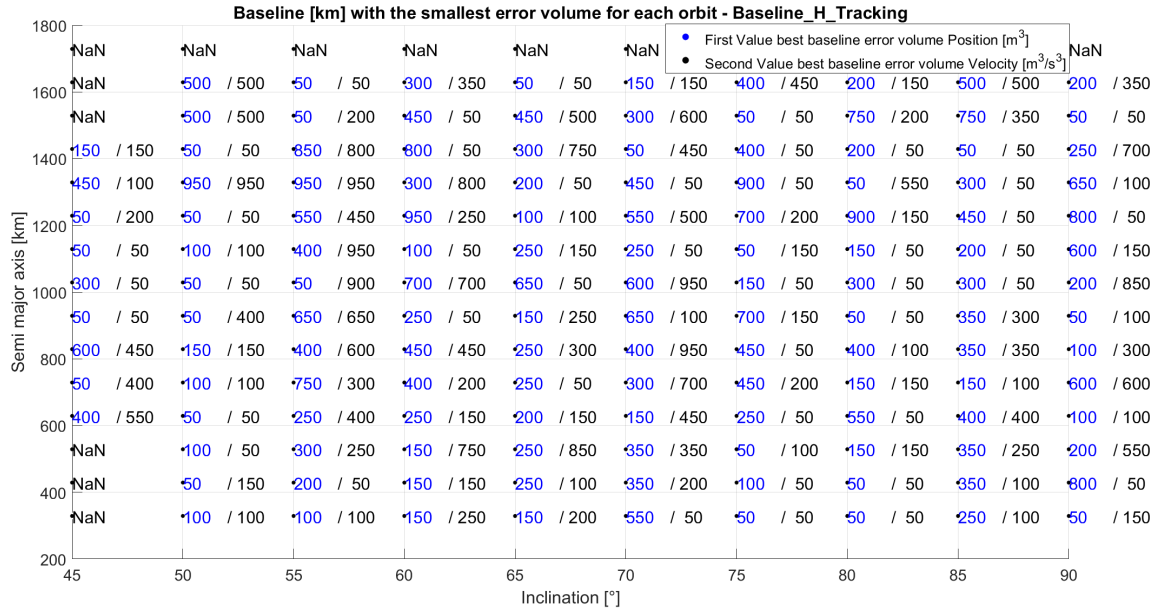


Abbildung 2.65: Jeweilige horizontale Basislinie in km, die zum kleinsten Fehlervolumen für jeden simulierten Orbit führt. Blau steht für die Basislinie mit dem kleinsten Positions-Fehlervolumen und schwarz für die Geschwindigkeitsgenauigkeit des geschätzten Orbits. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

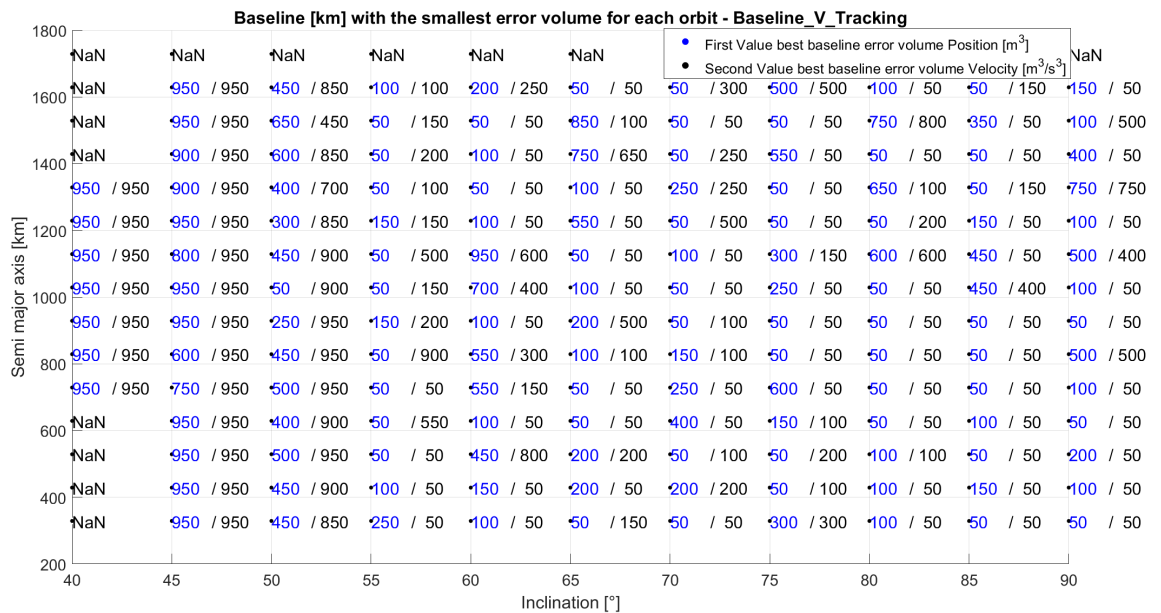


Abbildung 2.66: Vertikale Basislinie, die für jeden simulierten Orbit zum kleinsten Fehlervolumen führt. Blau steht für die Basislinie mit dem kleinsten Positions-Fehlervolumen und schwarz für die Geschwindigkeitsgenauigkeit. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

bei 81 Orbits größer und bei 51 Orbits kleiner als der Einfluss auf die Positionsschätzung. Die Spalte *min. Ratio* zeigt an, bei welchen Orbits der Effekt der Basislinie am geringsten ist. Es kann festgehalten werden, dass sich der Unterschied zwischen der besten und schlechtesten Basislinienausdehnung laut Median ca. um einen Faktor 2 auf die Genauigkeitsschätzung im Trackingsmodus auswirkt.

Tabelle 2.6: Lineare Fehlervolumen-Verhältnisse zwischen bester und schlechtesten Basislinienausdehnung bei einer horizontalen bzw. vertikalen Basislinie im Tracking-Modus. Die Zahlen in Klammern zeigen jeweils an, bei welchem Orbit das minimale bzw. maximale Verhältnis auftritt.

	Max Ratio	Min Ratio	Median Ratio
Basislinie V, Position	96659 (45°, 1500 km)	1.10 (90°, 1100 km)	2.26
Basislinie V, Geschwindigkeit	465022284 (40°, 1000 km)	1.20 (65°, 1200 km)	2.72
Basislinie H, Position	559 (45°, 600 km)	1.10 (65°, 1300 km)	1.92
Basislinie H, Geschwindigkeit	410 (85°, 1600 km)	1.14 (60°, 1000 km)	2.34

Der Vollständigkeit halber sind die Verhältnisse zwischen minimalem und maximalem Fehlervolumen in Abbildung 2.67 für die horizontale Basislinie und in Abbildung 2.68 für die vertikale Basislinie für jeden Orbit einzeln aufgeführt. In späteren Analysen soll als weiteres Kriterium hinzugenommen werden, wie groß der Unterschied der Fehlervolumina zwischen erst- und zweitbesten Basislinien ist, um eine Aussage zu einer günstigen Basislinienkonstellation für möglichst viele Orbits treffen zu können.

2.14.4 Horizontale vs. Vertikale Basislinie - Trackmodus

Es stellt sich die Frage, ob generell eine vertikale oder horizontale Ausdehnung der Basislinie besser für die Orbitbestimmung ist. Dafür wird jeweils die optimale Basislinie je Orbit im vertikalen und horizontalen Fall anhand des minimalen Fehlervolumens ermittelt (siehe Abbildung 2.65 und 2.66). In Abbildung 2.69 sind die minimalen Positions-Fehlervolumina der 19 getesteten Basislinien dargestellt. Der erste Wert je Koordinatenpunkt gibt das Positions-Fehlervolumen für die horizontale Basislinie an und der zweite Wert steht für das Fehlervolumen im vertikalen Fall. Die blauen Punkte kennzeichnen zusätzlich die Orbits, bei denen bei einer vertikalen Ausdehnung genauere Positionen geschätzt werden als bei einer horizontalen. Die gelben Punkte hingegen markieren den umgekehrten Fall. Insgesamt fällt auf, dass für die Inklinationen 45° und 50° die vertikale Basislinie immer besser ist als die horizontale Ausdehnung. Auch hier sei erneut angemerkt, dass dies an der Platzierung der Radarstationen und nicht an der Basislinie liegt. Ansonsten scheint überwiegend die optimale horizontale Ausdehnung besser als die optimale vertikale Ausdehnung zu sein. Der Vergleich der Basislinienausdehnung bei dem Geschwindigkeits-Fehlervolumen in Abbildung 2.70 lässt die gleichen Schlussfolgerungen wie bei der Betrachtung des Positions-Fehlervolumens zu.

Allerdings ist die Verallgemeinerung auf jede einzelne der 19 getesteten Basislinien nicht zulässig. Als Beispiel werden erneut die Fehlervolumina einer vertikalen und horizontalen Basislinie verglichen, diesmal allerdings nur für eine Basislinie von 250 km. In Abbildung 2.71 sind die Positions-Fehlervolumina für eine 250 km-Basislinie dargestellt. Insgesamt ist bei 50 Orbits die vertikale und bei 85 Orbits die horizontale 250 km-Ausdehnung besser. Für die Geschwindigkeits-Fehlervolumina in Abbildung 2.72 sind die Verhältnisse umgekehrt. Hier ist bei 73 Orbits die vertikale und bei 62 Orbits die horizontale 250 km-Ausdehnung besser. Es bleibt festzuhalten, dass sich die Auswirkung der Basislinie auf die Positions- und Geschwindigkeitsgenauigkeiten je Orbit unterscheiden.

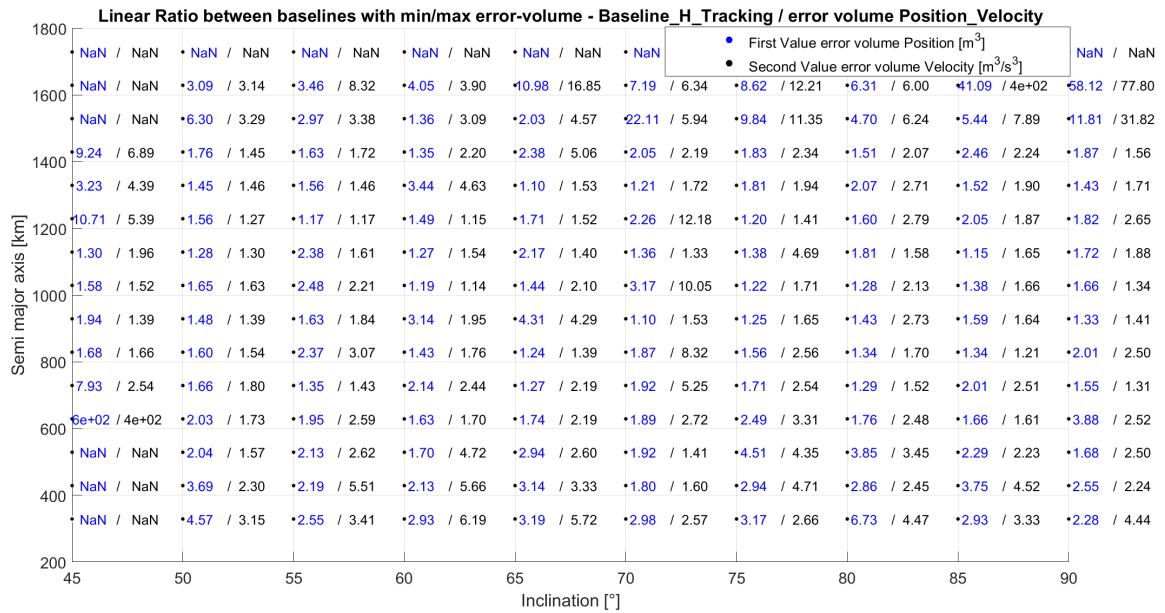


Abbildung 2.67: Verhältnis zwischen minimalem und maximalem Fehlervolumen bei einer horizontalen Basislinie je Orbit. Es werden dafür alle 19 Basislinien von 50 km - 950 km betrachtet. Die blauen Werte beziehen sich jeweils auf das 3D-Positions- und die schwarzen Werte auf das Geschwindigkeits-Fehlervolumen für jeden Orbit. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse die große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

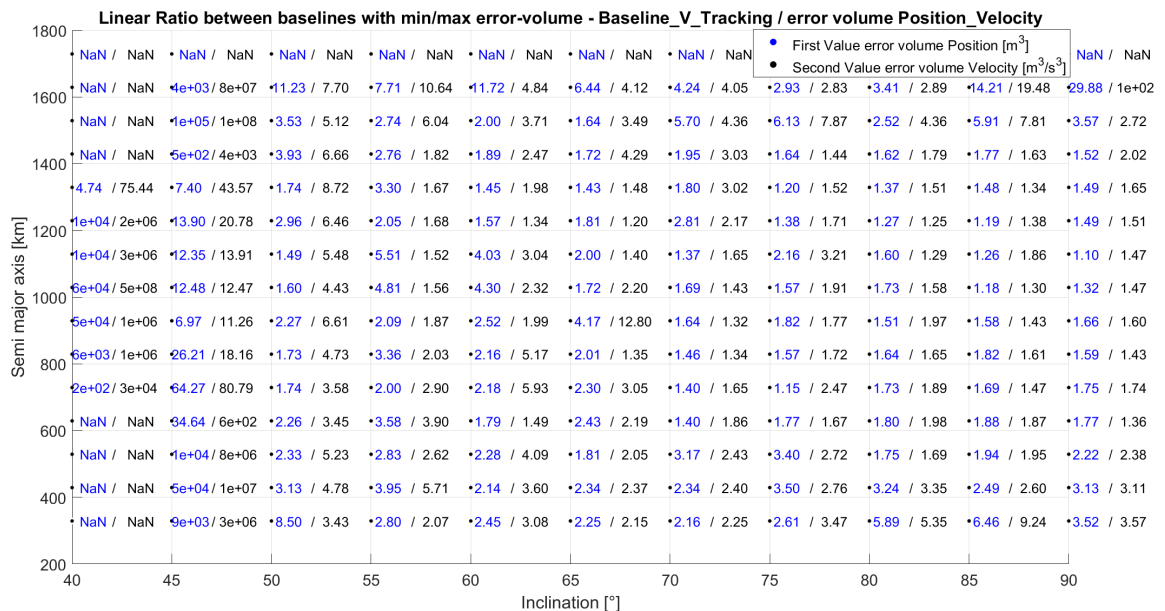


Abbildung 2.68: Verhältnis zwischen minimalem und maximalem Fehlervolumen bei einer vertikalen Basislinie. Es werden dafür alle 19 Basislinien von 50 km - 950 km betrachtet. Die blauen Werte beziehen sich jeweils auf das 3D-Positions- und die schwarzen Werte auf das Geschwindigkeits-Fehlervolumen für jeden Orbit. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse die große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

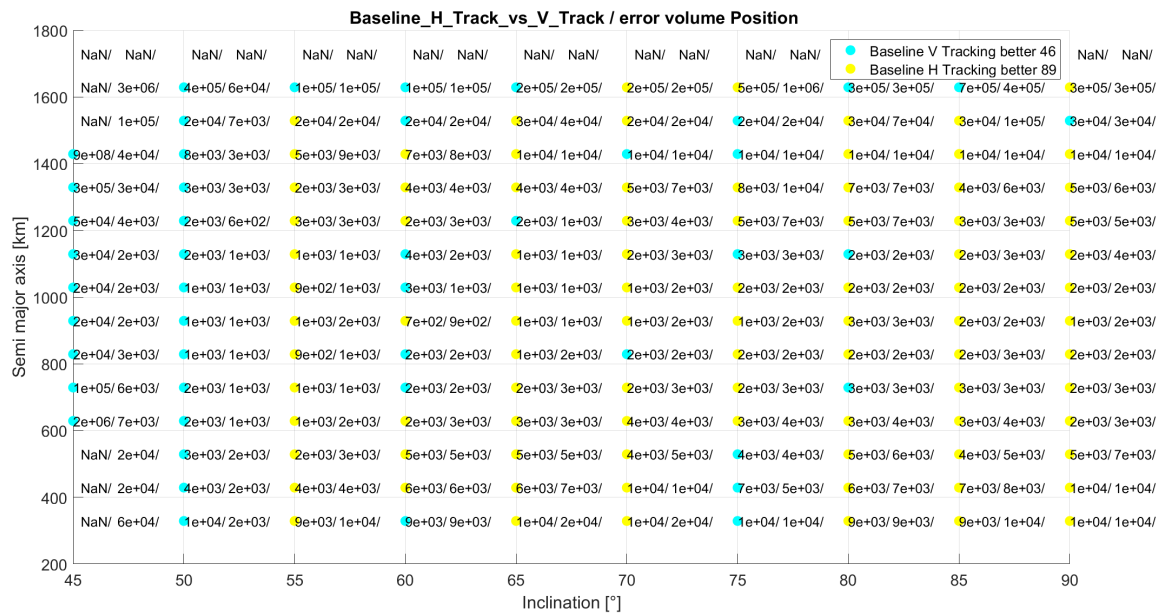


Abbildung 2.69: Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie. Hierfür wird je Orbit, Positions- und Geschwindigkeitsgenauigkeit eine andere Basislinie als Optimum identifiziert. Das aus der optimalen Basislinie resultierende Fehlervolumen ist im Plot abgebildet. Die 3D-Positions-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienerweiterung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

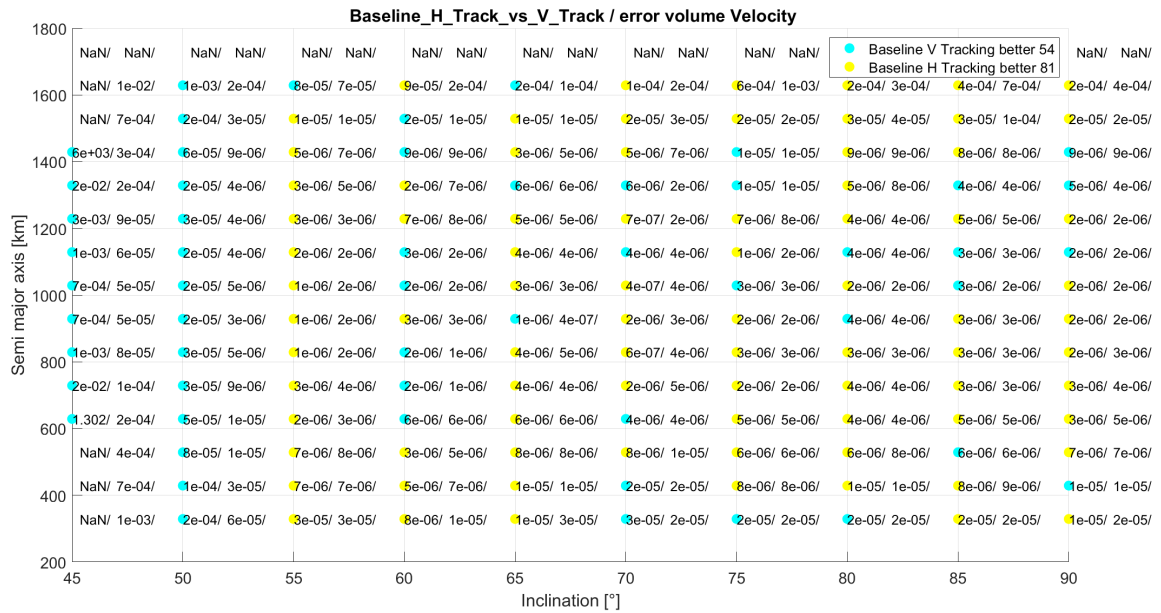


Abbildung 2.70: Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie, berechnet wie in Abbildung 2.69. Die 3D-Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienausdehnung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

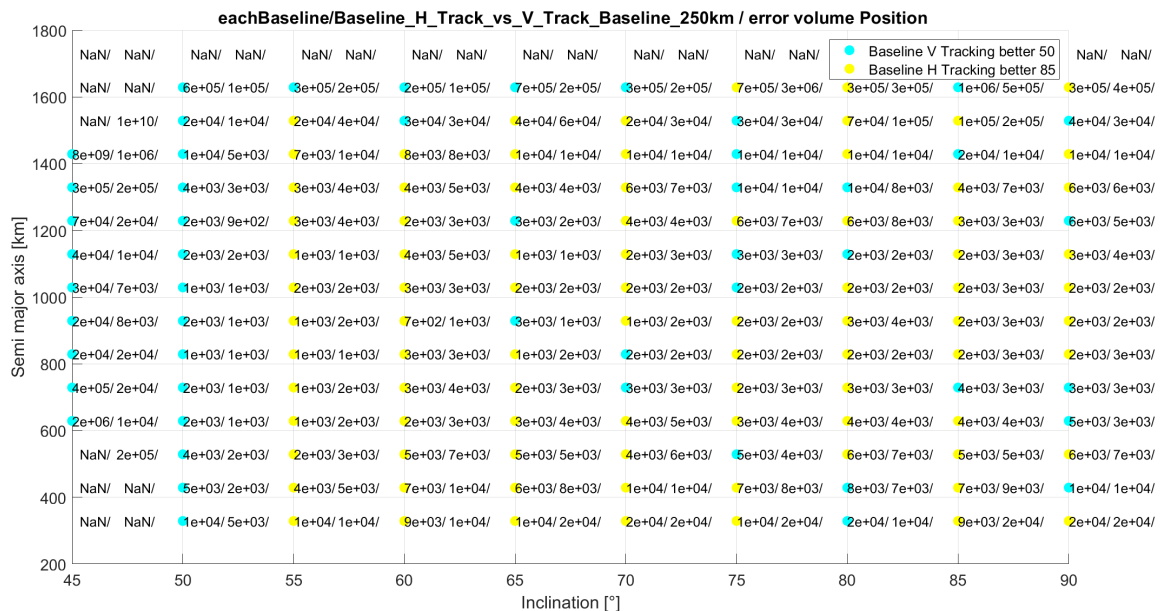


Abbildung 2.71: Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie von je 250 km. Die 3D-Positions-Fehlervolumen beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienausdehnung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

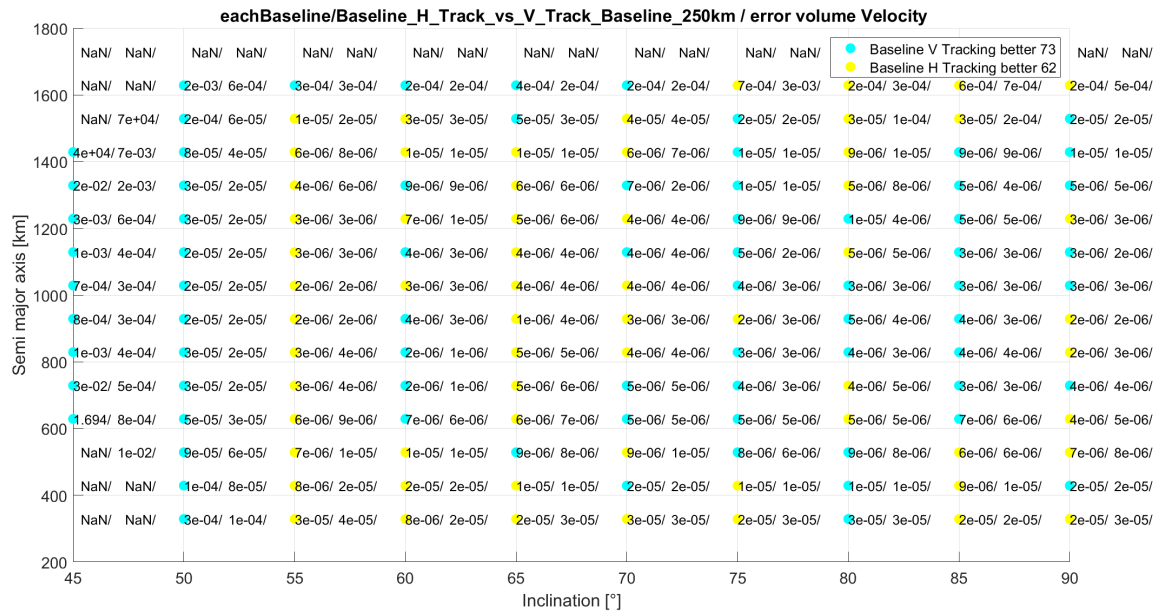


Abbildung 2.72: Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Basislinie von je 250 km. Die 3D Geschwindigkeits-Fehlervolumen beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob die vertikale oder horizontale Basislinienerweiterung ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

2.14.5 Vergleich vertikales vs. horizontales Sichtfeld - Suchmodus

Neben dem geometrischen Parameter der Basislinie gibt es zur Netzwerkoptimierung bei einem Suchmodus noch den des Sichtfeldes (FoV). In diesem Abschnitt werden zwei unterschiedliche Ausrichtungen des FoV untersucht: Vertikales FoV (Azimut $15^\circ \times$ Elevation 90°) und horizontales FoV (Azimut $90^\circ \times$ Elevation 15°). Es gilt, die Fragestellung zu untersuchen, welches FoV im Suchmodus bei keinerlei Vorinformation über ein Objekt durchschnittlich besser ist. Es ergibt sich also konkret die Frage, welche Standard-Einstellung des FoV für wie viele Orbits die genauesten Bahnparameter schätzen kann. Da die Schätzgenauigkeiten der Bahnparameter neben dem FoV auch von der Basislinie abhängen, sind im Folgenden vier Plots vorgestellt: Vertikale Basislinie mit 100 km bzw. 600 km Länge und jeweils getrennter Betrachtung der Positions- und Geschwindigkeits-Fehlervolumina. Es sei angemerkt, dass alle 19 Basislinien von 50 km bis 950 km simuliert wurden, aber aus Gründen der Übersichtlichkeit nur die Ergebnisse für die 100 km und 600 km langen Basislinien gezeigt werden, da hier die Beobachtungen am prägnantesten sind.

In Abbildung 2.73 sind die Positions-Fehlervolumina bei einer vertikalen Basislinie von 100 km dargestellt. Das erste Fehlervolumen je Orbit gilt für ein vertikales und der zweite Wert für ein horizontales FoV. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei gelber Markierung ist das vertikale FoV besser und bei blauer das horizontale. Die grünen Punkte markieren hingegen die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt überhaupt detektiert werden kann. Also ist bei der Positionsschätzung insgesamt bei $61 + 9$ Orbits das vertikale und 65 Orbits das horizontale FoV zu favorisieren. Eine klare Trennlinie ist nicht zu erkennen. Allerdings ist bei niedrigen Orbits (zwischen 50° und 60° Inklination) das horizontale FoV besser. Bei einer Inklination von 45° und einer Basislinie von 100 km kann in dieser Simulation nur bei einem vertikalen FoV ein Objekt detektiert werden.

In Abbildung 2.74 ist der gleiche Fall wie in Abbildung 2.73 dargestellt, mit dem Unterschied, dass sich die Fehlervolumina hier auf die Geschwindigkeitsschätzung beziehen. Genau wie bei der Positi-

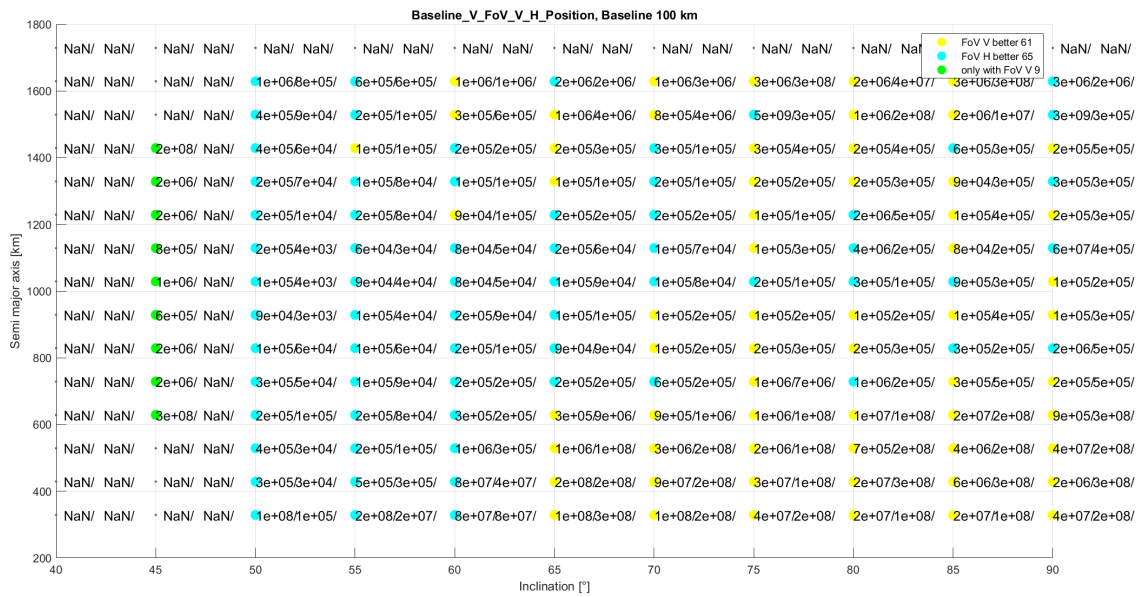


Abbildung 2.73: Vergleich zwischen vertikalem und horizontalem Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Positions-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

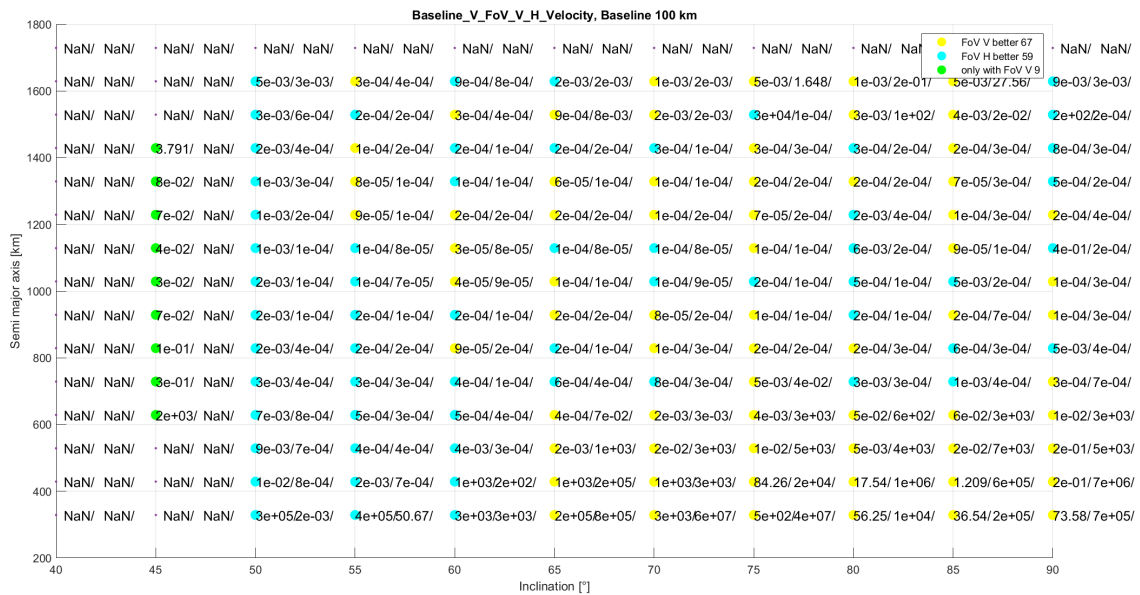


Abbildung 2.74: Vergleich zwischen vertikalem und horizontalem Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

onsschätzung ist in Abbildung 2.74 keine klare Trennlinie ist zu erkennen. Allerdings gibt es den Trend, dass bei niedrigen Orbits (zwischen 50° und 60° Inklination) das horizontale FoV besser ist.

Als nächstes wird in Abbildung 2.75 der Fall für eine 600 km große, vertikale Basislinie gezeigt. Wegen der Platzierung der zweiten Station können sechs Orbits mehr als bei der 100 km-Basislinie detektiert werden. Bei der Positionsschätzung ist in 84 Fällen (100 km-Basislinie: 65 Fälle) das horizontale FoV besser. Eine klare Einteilung, ab wann das vertikale oder horizontale FoV besser ist, scheint schwierig. Lediglich für die Bahnhöhen 300 km und 1600 km scheint das vertikale FoV konsistent besser zu sein. In Abbildung 2.76 sind die Geschwindigkeits-Fehlervolumen bei der 600 km Basislinie aufgezeigt. Hier ist das horizontale FoV in 73 (Positionsschätzung: 84) Fällen besser als das vertikale FoV. Insgesamt ist der Einfluss des FoV abhängig von der Basislinie und den Orbits. Für generelle Aussagen sollten weitere Untersuchungen erfolgen.

2.14.6 Einfluss Basislinie vs. Radar-Ressourcen-Management

Abschließend stellt sich die Frage, in welchen Größenordnungen sich die geometrischen Netzwerkparameter (Basislinie und FoV) im Verhältnis zum RRM auf die Schätzgenauigkeit der Bahnparameter auswirken. Dazu wird pro Orbit die optimale Netzwerkgeometrie gewählt, welche in dieser Simulation untersucht wurde. Also wird je nach Orbit ein anderes FoV, eine andere Basislinienlänge und entweder eine vertikale oder horizontale Basislinie als Vergleich zum Trackmodus gewählt. Die Ergebnisse für die Positionsschätzung sind in Abbildung 2.77 dargestellt. Der Trackmodus unter den schlechtesten geometrischen Voraussetzungen ist insgesamt bei 111 Orbits besser als der Suchmodus unter den besten geometrischen Bedingungen. Lediglich für Inklination bei 45° und Orbithöhen um 1600 km

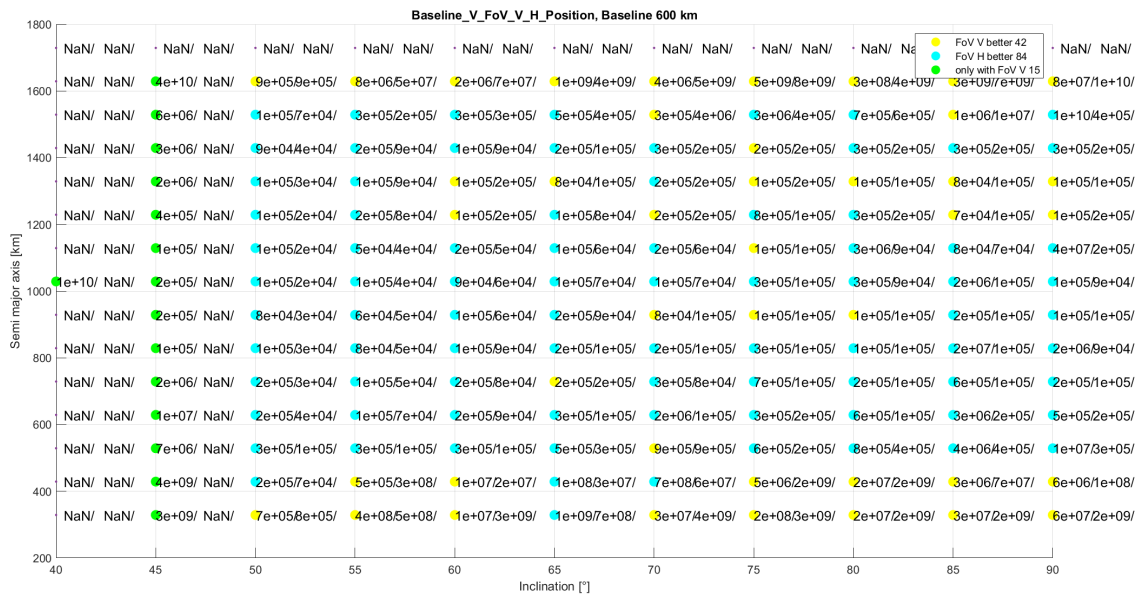


Abbildung 2.75: Vergleich zwischen vertikalem und horizontalem Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Positions-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Positionsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

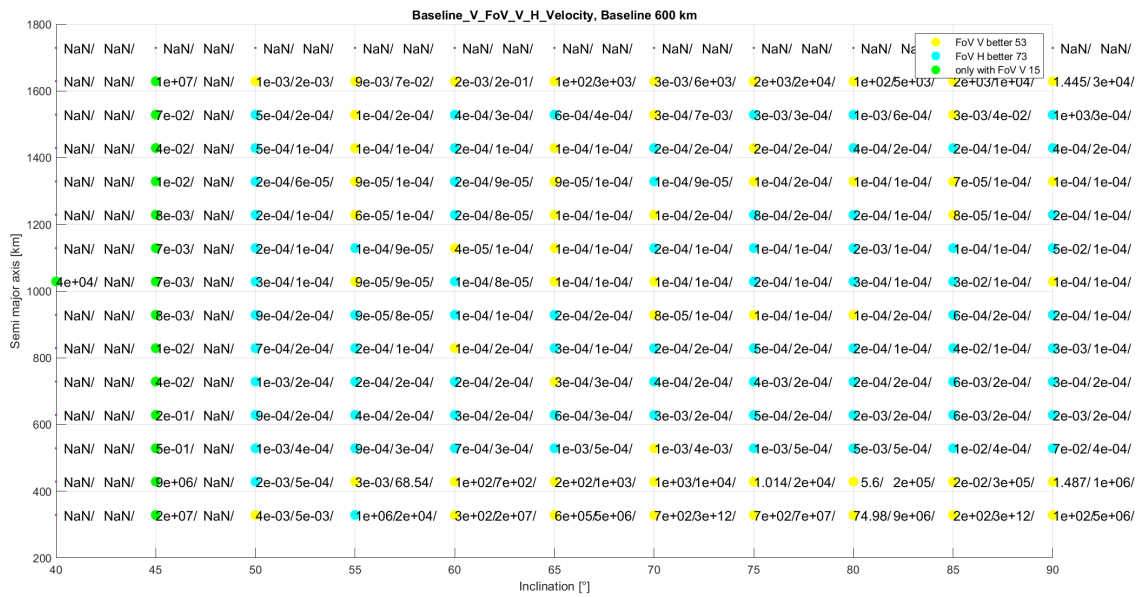


Abbildung 2.76: Vergleich zwischen vertikaler und horizontaler Sichtfeld bei einer vertikalen Basislinie von je 100 km. Die 3D-Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen sich nur auf die Geschwindigkeitsschätzung für jeden Orbit. Die Farbe zeigt an, ob das vertikale oder horizontale Sichtfeld ein kleineres Fehlervolumen aufweist. Bei Gelb ist das vertikale FoV besser, bei Blau das horizontale. Die grünen Punkte markieren die Orbits, bei denen nur mit dem vertikalen FoV das Objekt detektiert werden kann. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

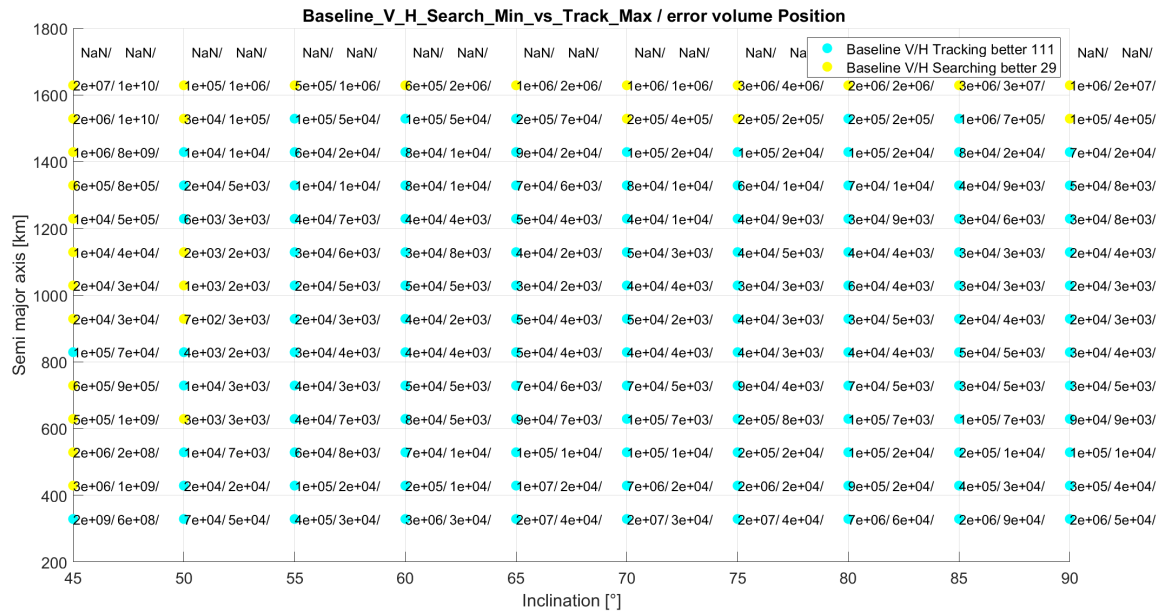


Abbildung 2.77: Vergleich des Fehlervolumens der Position zwischen Such- und Trackmodus bei einer vertikalen/horizontalen Basislinie. Bei dem Suchmodus wird jeweils von allen 19 Basislinienkonstellationen die Konstellation mit dem niedrigsten Fehlervolumen gewählt. Es wird ebenfalls berücksichtigt, ob ein vertikales oder horizontales FoV zu kleineren Kovarianzen führt. Zusammengefasst wird für den Suchmodus je Orbit das kleinstmögliche untersuchte Fehlervolumen gewählt. Für den Trackmodus wird unter allen untersuchten 19 Basislinien die Konstellation mit dem maximalen Fehlervolumen zum Vergleich gewählt. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

scheint der geometrische Einfluss wichtiger als ein geeignetes RRM zu sein. Die Darstellung des Geschwindigkeits-Fehlervolumens in Abbildung 2.78 lässt die gleiche Schlussfolgerung zu.

Die Ergebnisse aus Abbildung 2.78 sind erneut in anderer Form in Abbildung 2.78 dargestellt. Statt des absoluten Fehlervolumens ist hier das lineare Verhältnis der beiden Fehlervolumina im Such- und Trackmodus abgebildet. Die größten Unterschiede ergeben sich bei Objekten mit einer Inklination von 45° und Orbithöhen von 300 km und 400 km. Die Ergebnisse für Orbits mit 45° Inklination liegen an der Tatsache, dass beim besten Suchmodus die zweite Station näher Richtung Äquator platziert ist als bei dem schlechtesten Trackmodus. Hierbei ist also die absolute Platzierung der zweiten Station und nicht die geometrische Konstellation zwischen den beiden Radarknoten ausschlaggebend. Für niedrige Orbithöhen von 300 km - 400 km scheint das RRM besonders wichtig zu sein. Wenn die *NaN*-Werte außer Betracht gelassen werden, liegt der Median bei 5.6. Also ist bei 50% der Orbits die Geschwindigkeits-Schätzgenauigkeit im Trackmodus mehr als 5.6fach besser als die beste untersuchte geometrische Anordnung im Suchmodus.

2.14.7 Ungünstige Basislinie

Die vorangegangenen Ergebnisse lassen keinen Trend für eine optimale Basislinie erkennen. Da der Trackmodus (mit der jeweils ungünstigsten Basislinie) bei 111 Orbits besser ist als der Suchmodus, konzentriert sich dieser Abschnitt auf letzteren. Es gilt, die Frage zu klären, ob bei den ungünstigsten Basislinien im Gegensatz zu den optimalen ein Trend zu erkennen ist. Daher wird untersucht, welche Basislinien grundsätzlich ungünstiger sind als andere, weil sie zu einem schlechteren Fehlervolumen

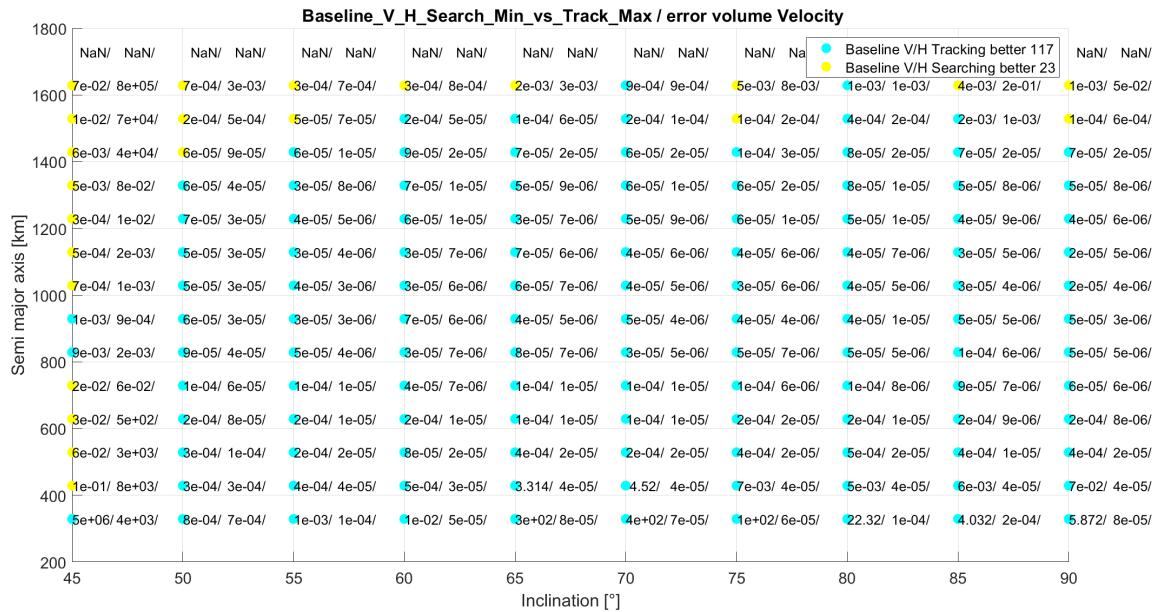


Abbildung 2.78: Vergleich des Fehlervolumen der Geschwindigkeit bei einer vertikalen/horizontalen Basislinie zwischen Such- und Trackmodus. Bei dem Suchmodus wird jeweils von allen 19 Basislinienkonstellationen die Konstellation mit dem niedrigsten Fehlervolumen gewählt. Es wird ebenfalls berücksichtigt, ob ein vertikales oder horizontales FoV zu kleineren Kovarianzen führt. Zusammengefasst wird für den Suchmodus je Orbit das kleinste mögliche untersuchte Fehlervolumen gewählt. Für den Trackmodus wird unter allen untersuchten 19 Basislinien die Konstellation mit dem maximalen Fehlervolumen zum Vergleich gewählt. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

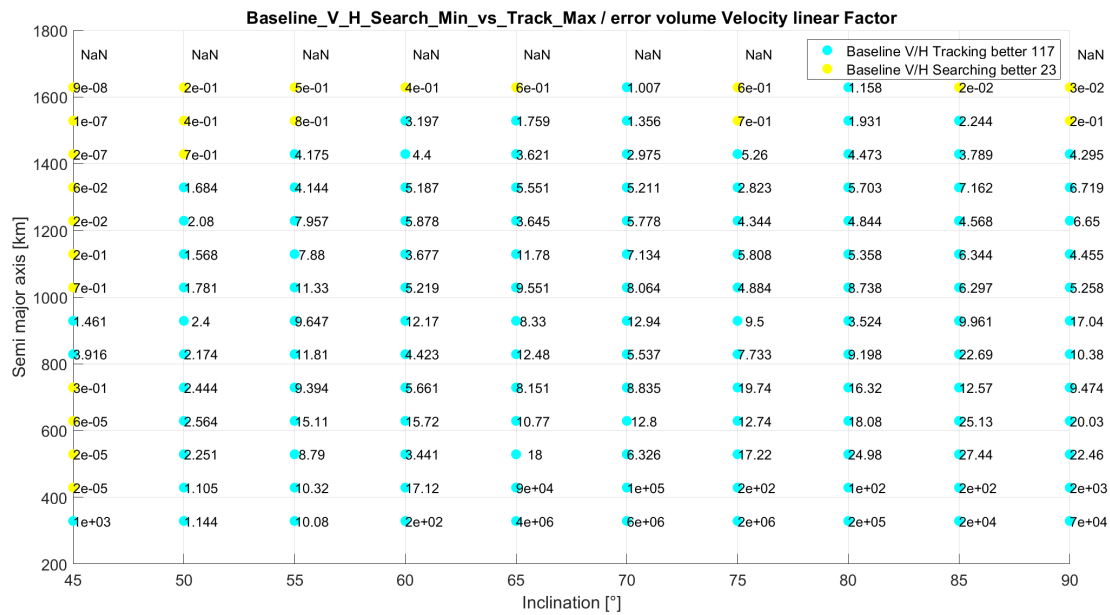


Abbildung 2.79: Vergleich des Fehlervolumens der Geschwindigkeit zwischen Such- und Trackmodus bei einer vertikalen/horizontalen Basislinie. Bei dem Suchmodus wird jeweils von allen 19 Basislinienkonstellationen die Konstellation mit dem niedrigsten Fehlervolumen gewählt. Es wird ebenfalls berücksichtigt, ob ein vertikales oder horizontales FoV zu kleineren Kovarianzen führt. Zusammengefasst wird für den Suchmodus je Orbit das kleinstmögliche untersuchte Fehlervolumen gewählt. Für den Trackmodus wird unter allen untersuchten 19 Basislinien die Konstellation mit dem maximalen Fehlervolumen zum Vergleich gewählt. Es wird der Faktor zwischen kleinstem Fehlervolumen im Suchmodus und größtem Fehlervolumen im Trackmodus dargestellt. Auf der x -Achse sind die Inklinationen der Weltraumobjekte und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

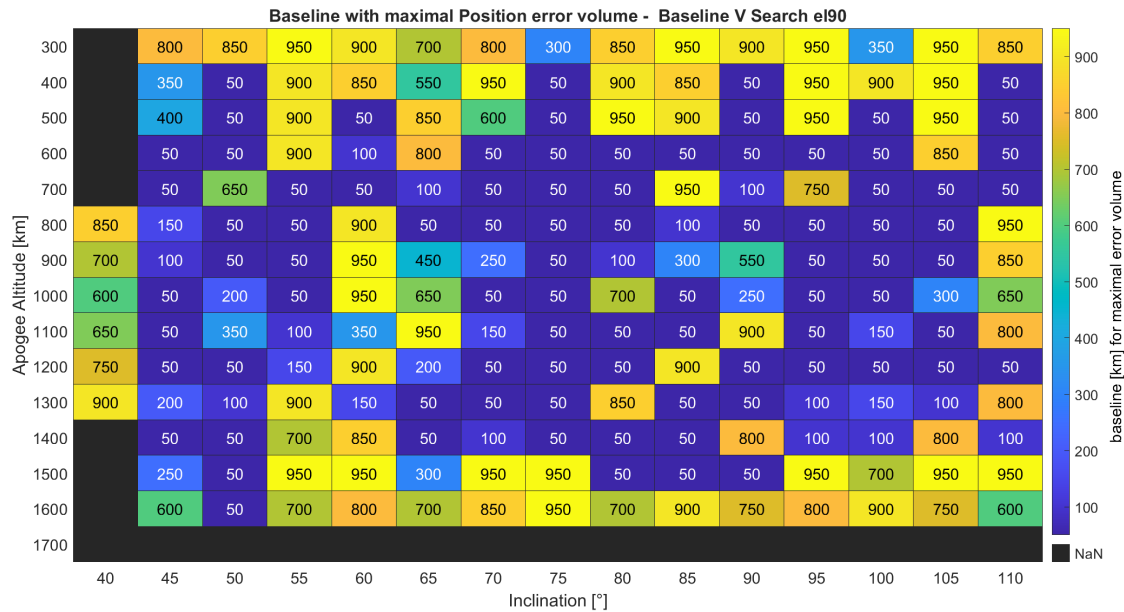


Abbildung 2.80: Ungünstigste vertikale Basislinie je Orbit in Bezug zum Positions-Fehlervolumen bei einer Elevation von 90° . Farbe und Zahl [in km] in jedem Feld geben die ungünstigste Basislinie an. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

führen. Als Erweiterung zu Abbildung 2.66 werden diesmal auch Orbits bis zu 110° betrachtet. Der Beobachtungszeitraum beträgt in diesem Abschnitt zwei Wochen.

In Abbildung 2.80 sind die ungünstigsten Basislinien für jeden untersuchten Orbit für den Fall einer vertikalen Basislinie im Suchmodus dargestellt. Das FoV ist in Elevationsrichtung 90° und in Azimutrichtung 15° breit. Die schwarzen Felder markieren Orbits, die zwar simuliert, aber nicht detektiert werden. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse das Keplerelement große Halbachse minus mittlerem Erdradius dargestellt. Farbe und Zahl stehen für die Information, welche Basislinie (in km) die ungünstigste ist. Es fällt auf, dass sowohl kleine Basislinien von 50 km Länge als auch große Basislinien von etwa 900 km Länge in der Mehrheit auftreten. Anders als bei Abbildung 2.66 lässt sich eine klare Aussage treffen: sowohl 50 km als auch 900 km - 950 km lange Basislinien führen bei über 60 % der Orbits zu den größten Schätzfehlern. Für den Fall einer horizontalen Basislinie und einem FoV von 15° Elevation haben 75 % der ungünstigsten Basislinien eine Länge von 50 km bzw. 900 km-950 km. Dieser Fall ist in Abbildung 2.81 aufgezeigt.

2.14.8 Zusammenhang zwischen Beobachtungsanzahl, Pässen und Fehlervolumen

Generell stellt sich die Frage, ob viele Beobachtungen und zu beobachtende Überflüge/Pässe generell zu einem geringeren Fehlervolumen führen. Deswegen wird im Folgenden konkret der Zusammenhang zwischen Beobachtungsanzahl, Anzahl von Pässen und Fehlervolumen betrachtet. Dafür werden die Orbits bis 110° Inklination für einen Beobachtungszeitraum von zwei Wochen analysiert. Die Ergebnisse dieses Abschnittes legen nahe, dass viele Beobachtungen und viele Pässe nicht automatisch auf ein geringes Fehlervolumen schließen lassen. In Abbildung 2.82 sind die Zusammenhänge für den Fall einer FoV-Elevation von 90° , 15° Azimut, sowie einer horizontalen Basislinie im Suchmodus dargestellt. Die oberen beiden Grafiken stellen den Zusammenhang zu dem logarithmischen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren sich auf die logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Auf der linken Seite ist die Anzahl an Beobachtungen mit dem Fehlervolumen korreliert und auf der rechten Seite die Anzahl an Pässen. Es fällt auf, dass gerade bei einer Anzahl von unter 300

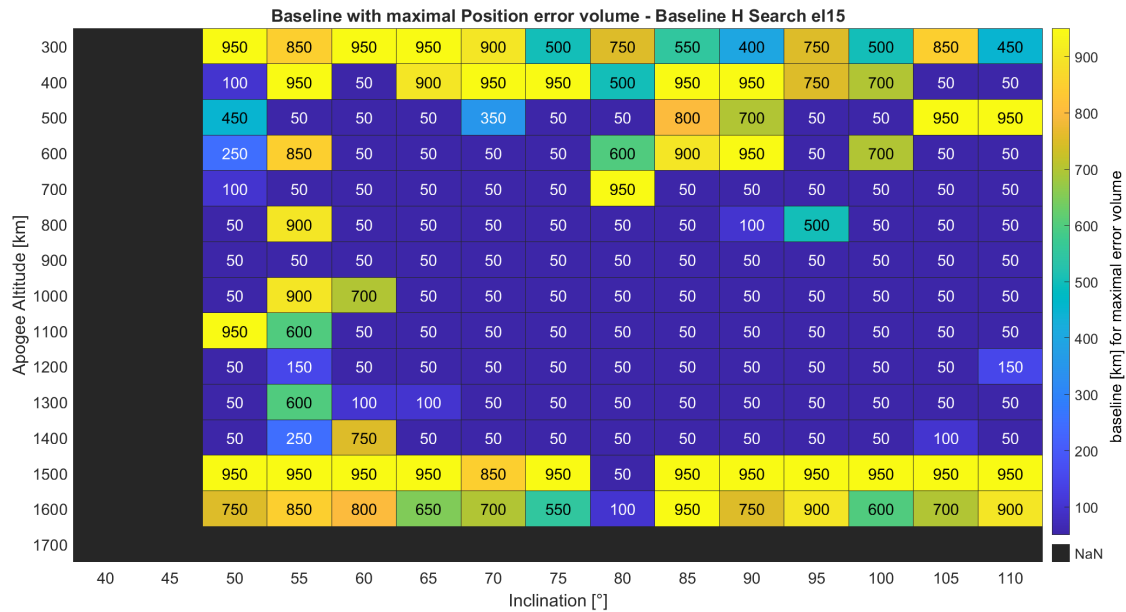


Abbildung 2.81: Ungünstigste vertikale Basislinie je Orbit in Bezug zum Positions-Fehlervolumen bei einer Elevation von 15° . Farbe und Zahl [in km] in jedem Feld geben die ungünstigste Basislinie an. Auf der x -Achse sind die Inklinationen und auf der y -Achse das Kepler-element große Halbachse minus mittlerem Erdradius aufgetragen.

Beobachtungen das Fehlervolumen für unterschiedliche Orbits um bis zu vier Zehnerpotenzen schwankt. Für das Geschwindigkeits-Fehlervolumen beträgt die Schwankung sogar um bis zu 12 Zehnerpotenzen. Allerdings sei an dieser Stelle angemerkt, dass das Fehlervolumen zwischen Orbits und Basislinien generell in der Geschwindigkeit mehr schwankt als in der Position. Nach 300 Beobachtungen variiert das Positions-Fehlervolumen um bis zu 1.5 Zehnerpotenzen. Die Anzahl an Pässen scheint keinen direkten linearen Zusammenhang zu der Schätzgenauigkeit zu haben. Gerade die Darstellung zwischen Pass und Geschwindigkeits-Fehlervolumen (also der vierte Plot in Abbildung 2.82) ähnelt einer Gleichverteilung.

Nachfolgend sind drei weitere Fälle dargestellt. In Abbildung 2.83 sind die Zusammenhänge für Beobachtungsanzahl, Anzahl Pässe und Fehlervolumen für den Fall einer FoV-Elevation von 90° , 15° Azimut, sowie einer horizontalen Basislinie im Suchmodus dargestellt. Ferner zeigt Abbildung 2.84 die analogen Abbildungen für eine FoV-Elevation von 15° , 90° Azimut, sowie einer vertikalen Basislinie im Suchmodus. Zum Schluss ist in Abbildung 2.85 der Fall für den Trackmodus bei einer vertikalen Basislinie aufgezeigt.

2.14.9 Zusammenfassung

Die Simulationen in diesem Kapitel bauen auf zwei Radarknoten mit zwei Empfängern und einem Sender auf. Der Mittelpunkt des Netzwerkes befindet sich bei jeder Einstellung immer über der gleichen Stelle über Deutschland. Insgesamt werden 165 verschiedene Keplerorbits simuliert. Die Basislinien variieren zwischen 50 km und 950 km in 50 km-Schritten und sind entweder horizontal oder vertikal ausgerichtet. Als Beurteilungskriterium werden für einen Beobachtungszeitraum von einem Monat die Kovarianzmatrizen der geschätzten Orbits berechnet und aus diesen die Positions- und Geschwindigkeits-Fehlervolumina kalkuliert. Es werden die FoV-Einstellungen (vertikal/horizontal) im Zusammenhang mit der Basislinie auf die Schätzgenauigkeit der Orbitparameter analysiert und mit den Ergebnissen des Trackmodus verglichen. Die Kernaussagen des Kapitels sind im folgendem Abschnitt zusammengefasst.

Vorweg sei erneut angemerkt, dass bei Orbits mit 40° Inklination die geographische Platzierung des

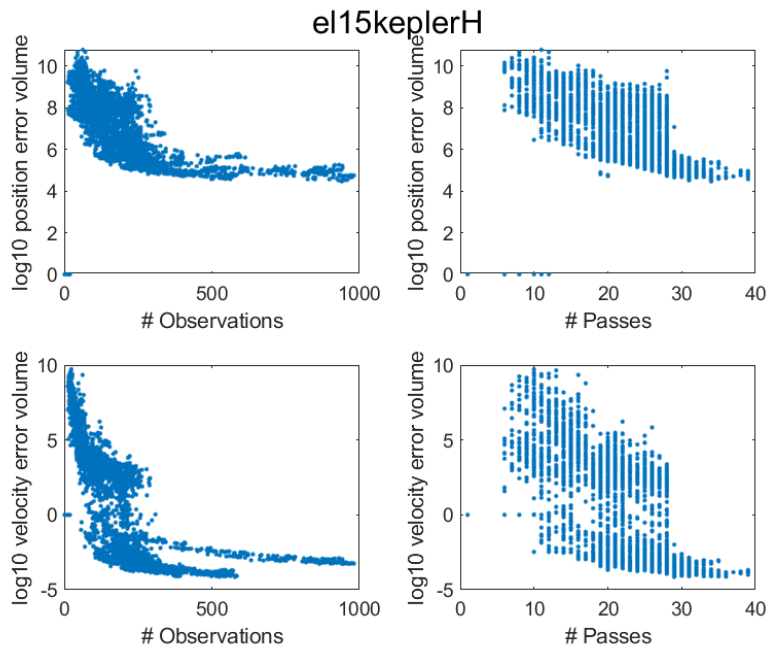


Abbildung 2.82: Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehler-
volumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmi-
schen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die
logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist:
FoV-Elevation 15° , Azimut 90° , Basislinie horizontal, Suchmodus.

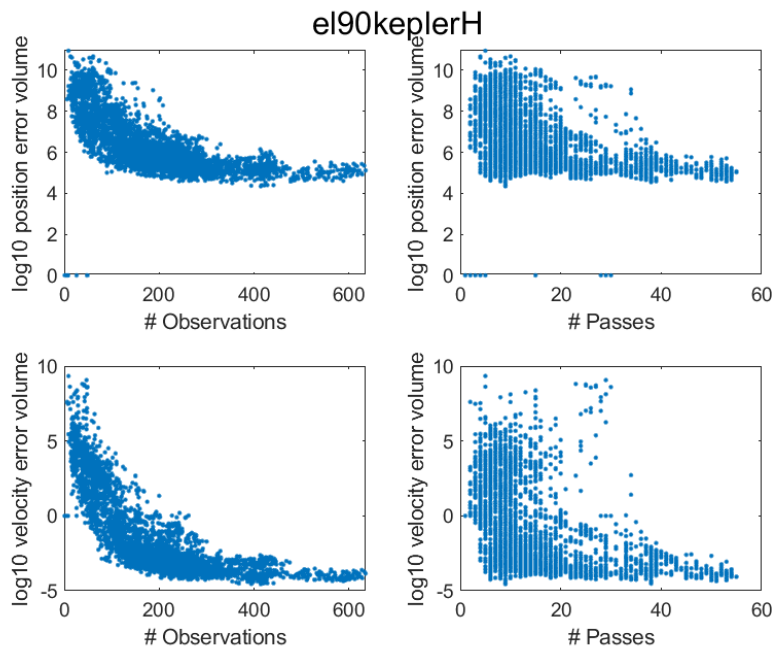


Abbildung 2.83: Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehler-
volumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmi-
schen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die
logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist:
FoV-Elevation 90° , Azimut 15° , Basislinie horizontal, Suchmodus.

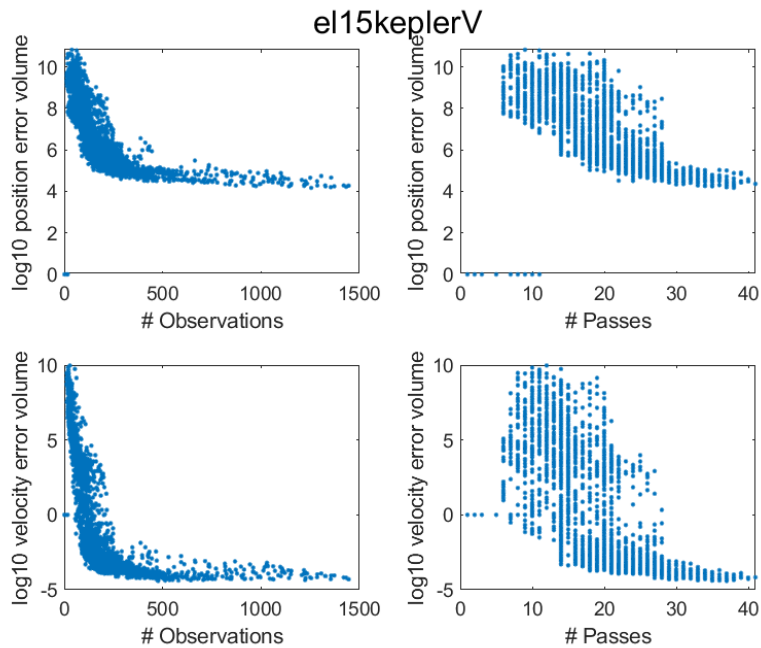


Abbildung 2.84: Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehler-
volumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmi-
schen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die
logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist:
FoV-Elevation 15° , 90° Azimut, Basislinie vertikal, Suchmodus.

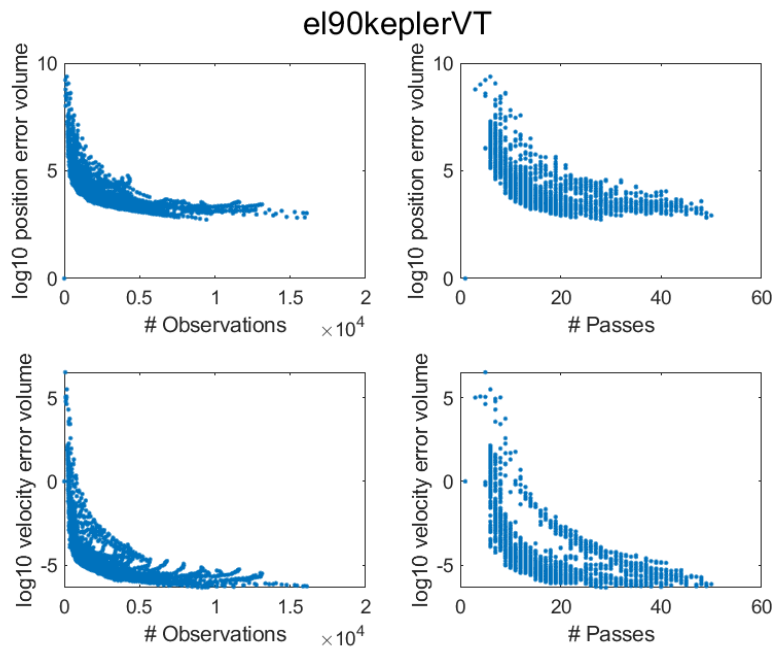


Abbildung 2.85: Zusammenhang zwischen Anzahl an Beobachtungen, Anzahl an Pässen und Fehler-
volumen. Die oberen beiden Plots stellen den Zusammenhang zu dem logarithmi-
schen Positions-Fehlervolumen dar, während die beiden unteren Plots sich auf die
logarithmischen Geschwindigkeits-Fehlervolumina beziehen. Der dargestellte Fall ist:
FoV-Elevation 90° , Azimut 90° , Basislinie vertikal, Trackmodus.

zweiten Radarknotens bei der vertikalen Basislinienuntersuchung für die Detektion ausschlaggebend ist und nicht die Basislinienlänge zwischen den beiden Radarknoten. Generell haben die Untersuchungen gezeigt, dass der Einfluss der Basislinie auf die Geschwindigkeitsschätzung bei mehr Orbits größer ist als der Einfluss auf die Positionsschätzung. Dies gilt aber nicht für alle Orbits. Der Median des Quotienten zwischen bester und schlechtester Basislinienausdehnung im Trackmodus ist bei einer vertikalen Basislinie bei der Geschwindigkeitsschätzung mit einem Median von 2.72 am höchsten. Eine generelle Aussage, ob eine vertikale oder horizontale Basislinie bei allen Orbits zu bevorzugen ist, kann anhand der Ergebnisse nicht getroffen werden. Ebenso wenig kann keine pauschale Aussage getroffen werden, ob immer ein vertikales oder horizontales FoV im Suchmodus zu bevorzugen ist, da die Fehlervolumina stark von den jeweiligen Orbits abhängen. Des Weiteren wird für jeden Orbit die optimale geometrische Konstellation mit dem ungünstigsten Trackmodus verglichen. Bis auf Orbits mit 45° Inklination und 1600 km Orbithöhe ist der Trackmodus immer besser als der beste untersuchte Suchmodus. Allerdings kann festgehalten werden, dass der Unterschied der besten und schlechtesten Basislinienausdehnung sich beim Median-Wert ca. um einen Faktor 2 auf die Genauigkeitsschätzung im Trackingmodus auswirkt. Damit ist gezeigt, dass das RRM im Trackingmodus zwar einen viel stärkeren Einfluss auf die Genauigkeitsschätzung hat als die geometrischen Netzwerkparameter, aber allein durch die Positionierung der zweiten Station eine Verbesserung im Median des Fehlervolumens um den Faktor 2 erfolgt. Die vorangegangenen Ergebnisse lassen ferner keinen Trend für eine optimale Basislinie erkennen. Deswegen erfolgt eine Analyse über ungünstige Basislinien, um schlechtere Konfigurationen bei einem Netzwerkdesign ausschließen zu können, also solche, die generell zu den größten Fehlervolumina führen. Da der Trackmodus mit der jeweils ungünstigsten Basislinie bei 111 Orbits besser ist als der Suchmodus, wird sich bei der Analyse von ungünstigen Basislinien auf den Suchmodus beschränkt. Die Ergebnisse zeigen, dass unter den Annahmen dieser Simulation Basislinien mit einer Länge von 50 km, 900 km und 950 km für die meisten Orbits am schlechtesten sind. Zum Abschluss wird noch der Zusammenhang zwischen Beobachtungsanzahl, Anzahl von Pässen und Fehlervolumen betrachtet. Die Ergebnisse dieses Abschnittes lassen darauf schließen, dass viele Beobachtungen und viele Pässe nicht automatisch zu einem geringen Fehlervolumen führen. Die Simulationsergebnisse können für ein konkretes Netzwerkdesign genutzt werden. Aufbauend auf der Population von bestimmten Orbits können die simulierten Bahnen für das Netzwerkdesign anders gewichtet werden.

2.15 Kombination von Netzwerktypen (AP5300)

Die bisherigen Studien haben lokale Netzwerke und Netzwerke mittlerer Ausdehnung getrennt voneinander analysiert. In diesem Arbeitspaket wird erforscht, wie diese Netzwerktypen effektiv kombiniert werden können und welche potenziellen Leistungssteigerungen sich daraus für die Weltraumüberwachung ergeben könnten.

2.15.1 Annahmen

Unsere Analysen basieren auf mehreren grundlegenden Annahmen. Diese sind zur Einordnung der Analyseergebnisse hier aufgeführt:

- Kohärente Integrationen: Im lokalen Netzwerk gibt es bei der Richtungsschätzung keine Mehrdeutigkeiten, bzw. wurden deren Einfluss durch die Methoden in Abschnitt 2.13 verringert.
- Bewegung des Weltraumobjekts: Wir gehen davon aus, dass auf das Weltraumobjekt keine Störbeschleunigungen wirken. Die Bewegung wird somit durch die Kepler-Bahn perfekt beschrieben, was eine vereinfachte Vorhersage der Trajektorie ermöglicht.
- Radarquerschnitt (RCS): Der Radarquerschnitt des Objekts bleibt konstant, ohne Fluktuationen. Dies folgt dem Swerling Null Modell, das idealisierte Bedingungen für die Signalverarbeitung schafft.

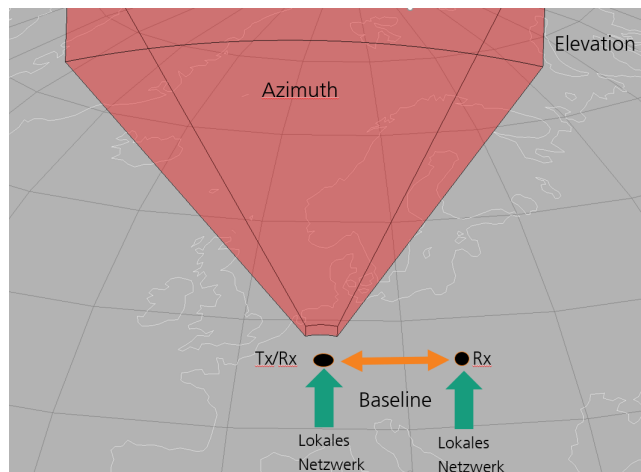


Abbildung 2.86: Darstellung der Szene: Lokales Netzwerk wird entweder am ersten (Tx/Rx) oder zweiten Knoten (Rx) eingefügt. Die horizontale Basislinie variiert zwischen den Werten 50 km, 500 km und 900 km

- Objektzuordnung: Es wird eine perfekte Zuordnung zwischen dem Objekt und der Detektion angenommen.
- Synchronisation: Schließlich nehmen wir an, dass alle Empfänger perfekt synchronisiert sind in Bezug auf Phase, Zeit und Frequenz.
- Kovarianzmatrix für die Vorwärtspropagation wird als gaußverteilt angenommen.

2.15.2 Simulationsaufbau

Der Simulationsaufbau orientiert sich an den Radarparametern, die identisch sind mit denen in Abschnitt 2.14. Für die Analysen werden insgesamt 196 verschiedene Kepler-Objekte in jeweils unterschiedlichen Orbits generiert. Diese Orbits unterscheiden sich durch die Inklination und die große Halbachse. Die Inklination variiert von 45° bis 110° in 5° -Schritten. Die große Halbachse minus mittlerem Erdradius wird zwischen 300 km und 1600 km variiert. Die horizontale Basislinie wird auf 50 km, 500 km und 900 km eingestellt. Es werden zwei Betriebsmodi verwendet: der Suchmodus und der Trackmodus. Die Beobachtungsperiode beträgt zwei Wochen, und die Daten werden über die PCRLB verarbeitet. Das Ergebnis ist ein 3D-Fehlervolumen für die Position und Geschwindigkeit jedes Objekts pro Orbit. Es werden zwei Fälle betrachtet:

- Vorinformation vorhanden: Pässe werden gemeinsam verarbeitet, wobei Informationen aus dem letzten Überflug genutzt werden.
- Keine Vorinformation vorhanden: Pässe werden einzeln verarbeitet, ohne Vorinformationen. Der Median des Fehlervolumens aller Pässe pro Orbit wird zum Vergleich der verschiedenen Setups gewählt.

Ein Netzwerk mittlerer Ausdehnung besteht aus zwei Knoten innerhalb dieser Simulation. An dem ersten Knoten befinden sich ein Empfänger und ein Sender und beim zweiten Knoten ist ein zweiter Empfänger platziert. Weitere Empfänger werden entweder am ersten oder zweiten Knoten platziert um dort ein lokales Netzwerk zu erzeugen. Die Szene ist erneut in Abbildung 2.86 dargestellt. Aus Sicht der Simulationen wird ein lokales Netzwerk ähnlich wie ein einzelner Knoten behandelt, jedoch mit erhöhtem SNR und Genauigkeit der geschätzten Parameter (durch kohärente Prozessierung im lokalen Netzwerk).

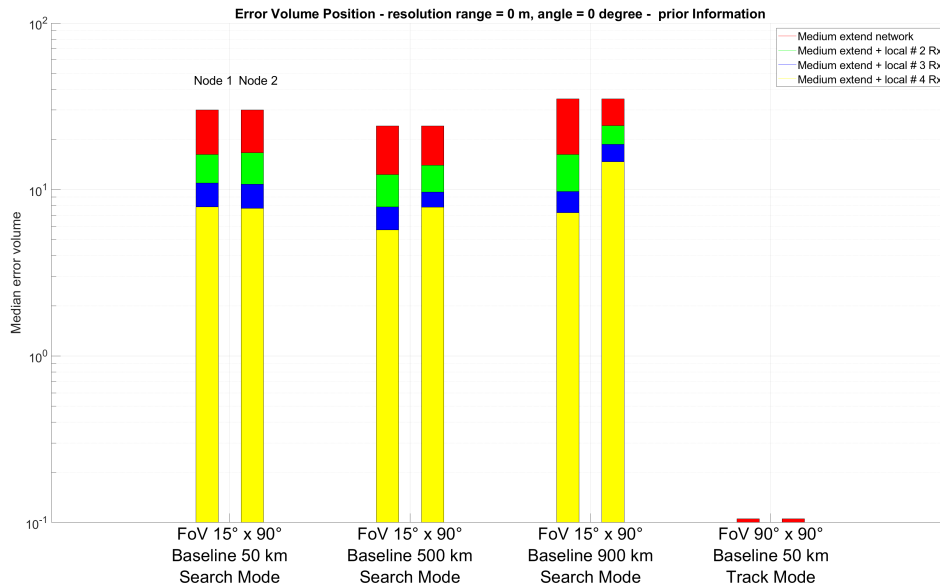


Abbildung 2.87: Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.

2.15.3 Simulationsergebnisse

In Abbildung 2.87 ist dargestellt, wie sich die Kombination von einem Netzwerk mittlerer Ausdehnung und ein lokales Netzwerk auf das Fehlervolumen auswirkt. In der Überschrift findet sich der Kommentar "resolution range = 0 m, angle = 0 degree". Dies weist darauf hin, dass in der Signalverarbeitung ein rasterfreies Verfahren angenommen wird. Für die Schätzung der Zielparameter (Entfernung, Radialgeschwindigkeit, Richtung) können im Allgemeinen rasterbasierte Verfahren verwendet werden, die die Parameter innerhalb einer gewissen Schrittweite bestimmen (Rangezelle, Dopplerzelle, etc.). Demgegenüber stehen die rasterfreien (modellbasierten) Methoden die theoretisch in ihrer Genauigkeit nur durch das vorhandene Messrauschen beschränkt sind (praktisch auch durch die Modellgenauigkeit) was über die CRB abgeschätzt werden kann. Diese Verfahren hätten im Vergleich zu den rasterbasierten eine Rastergröße (Zellengröße) von Null worauf die Überschrift in Abbildung 2.87 abzielt.

Die X-Achse beschreibt das geometrische Setup bestehend aus dem Sichtfeld des Senders, der Basislinie zwischen den Knoten und dem Betriebsmodus des Senders. Innerhalb dieser Simulation werden vier verschiedene Setups betrachtet. Die Y-Achse zeigt das Medianfehlervolumen der Position von 196 Orbits nach zwei Wochen Beobachtungszeit. Überflüge werden als Vorwissen zur Auswertung des nächsten Passes verwendet. Es wird die Relation zwischen einem Netzwerk mittlerer Ausdehnung und der Erweiterung durch weitere Rx in einem lokalen Netzwerk betrachtet. In der Abbildung repräsentiert die rote Farbe den Fall, der ein Netzwerk mittlerer Ausdehnung darstellt, bestehend aus zwei Knoten. Die grüne Farbe steht für einen weiteren Rx, der ein lokales Netzwerk aus zwei Empfängern bildet. Die blaue Säule zeigt an, dass zwei zusätzliche Rx in die Simulation integriert werden, wodurch insgesamt drei Rx ein lokales Netzwerk bilden. Schließlich symbolisiert die gelbe Farbe drei weitere Rx, sodass insgesamt vier Rx im lokalen Netzwerk vorhanden sind.

Im Diagramm wird bei „Node 1“ das lokale Netzwerk am ersten Knoten (Tx/Rx) platziert und bei „Node 2“ am zweiten Knoten (Rx). Dabei wird untersucht, ob sich das lokale Netzwerk im Schnitt eher beim ersten oder zweiten Knoten lohnt. Bei dem ersten Setup mit einer Basislinie von 50 km ist kein erkennbarer Unterschied zwischen den Knoten zu beobachten. Bei einer Basislinie von 500 km und 900 km zeigt sich hingegen ein klarer Trend, dass es vorteilhaft ist, das lokale Netzwerk am ersten Knoten (Sender) aufzubauen.

Im Tracking-Modus ist das Fehlervolumen im Schnitt so gering, dass eine Analyse mit weiteren Sendern nicht zielführend erscheint. Aufgrund der Schwierigkeiten, die Verbesserung im Verhältnis zueinander abzuschätzen, wird in der nächsten Abbildung die Verbesserung im Verhältnis normiert auf

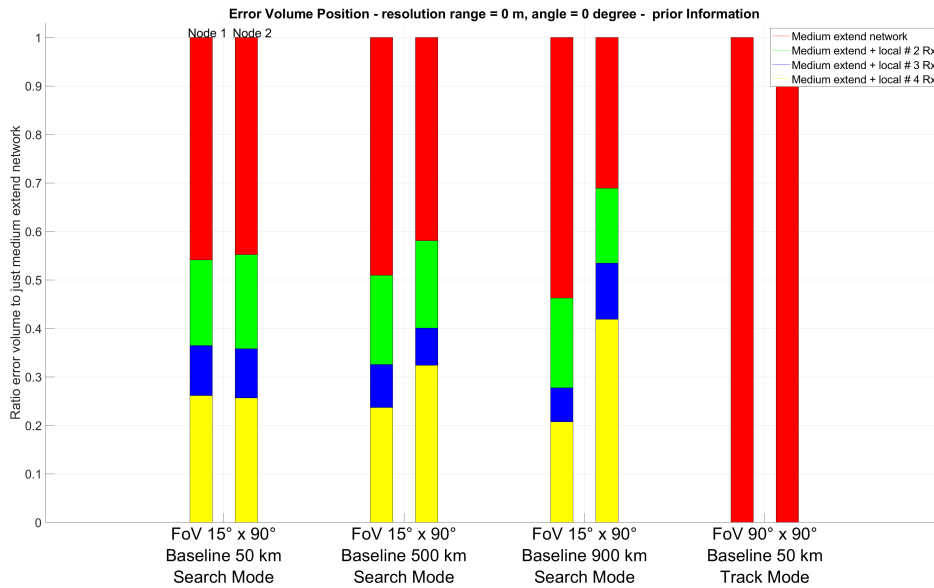


Abbildung 2.88: Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.

den Fall des Netzwerks mittlerer Ausdehnung gezeigt - (in der Abbildung 2.87 die rote Säule).

In Abbildung 2.88 sind die Positions-Fehlervolumen normiert auf das Fehlervolumen resultierend aus dem Netzwerk mittlerer Ausdehnung dargestellt.

Das zusätzliche lokale Netzwerk mit zwei Empfängern (grün) zeigt eine Verbesserung von etwa 40 % im Fehlervolumen, während bei vier Empfängern (gelb) das Fehlervolumen unter idealen Bedingungen um etwa 70 % kleiner ist als bei dem Netzwerk mittlerer Ausdehnung. Im Tracking-Modus zeigt sich, dass der Algorithmus bei mehr Empfängern numerisch abstürzt, weil die Defektionen zu genau sind; somit bringt ein lokales Netzwerk hier keine Verbesserung. Eine besondere Auffälligkeit zeigt sich beim dritten Setup mit einer Basislinie von 900 km wo um die 20 % Unterschied bestehen, ob das lokale Netzwerk bei Knoten 1 oder 2 aufgebaut wird.

Bei dem Fehlervolumen für die Geschwindigkeitsschätzung wird in Abbildung 2.89 erneut deutlich, dass der Mehrwert eines lokalen Netzwerks beim ersten Knoten (Sender) größer ist als die Platzierung bei dem zweiten Knoten. Bei einer Basislinie von 50 km sind die Unterschiede nicht signifikant zwischen ersten und zweiten Knoten. Die weiteren Empfängern scheinen sich ähnlich auf die Geschwindigkeitsschätzung wie auf die Positionsschätzung auszuwirken. Deutliche Unterschiede bei der Relation sind nicht zu erkennen.

Für den nächsten betrachteten Fall wird die Auflösung Range auf 66 m und Winkel auf 0.15° gesetzt. Damit ist die Auflösung nicht mehr wie vorher unendlich gut. Es wird erneut der Einfluss des zusätzlichen lokalen Netzwerks auf das Positionsfehlervolumen betrachtet. In Abbildung 2.90 sind die Simulationsergebnisse abgebildet. Zuerst fällt auf, dass mit einer begrenzenden Auflösung, der Track Mode auch für ein lokales Netzwerk ausgewertet werden kann. Allerdings liegen die Verbesserungen durch 3 weitere Empfänger bei unter 5% im Vergleich zu einem Netzwerk mittlerer Ausdehnung. Für den Track Mode scheinen sich mehr Empfänger unter den gewählten Annahmen nicht zu lohnen. Andere Schlussfolgerungen könnten beispielsweise durch eine gestörte Keplerbahn oder fluktuierendem RCS folgen. Die Unterschiede zwischen mehreren Empfängern beim Such Modus sind nicht mehr so deutlich wie bei dem Fall unendlich guter Auflösung. Bei drei weiteren Empfängern (insgesamt vier im lokalen Netzwerk) reduziert sich das Fehlervolumen um 30 % im Vergleich zum mittleren Netzwerk ohne lokales Netzwerk bei dem ersten Setup mit einer Basislinie von 50 km. Bei den anderen drei Setups ist der Gewinn geringer. Der Gewinn an Genauigkeit wird durch die Auflösung limitiert, sodass mehr SNR nicht den gleichen Maß an Genauigkeitsgewinn bedeutet. Ab einem weiteren Empfänger lohnt sich innerhalb dieser Simulation kein zusätzlicher mehr, da die Winkel- und Range-Auflösung

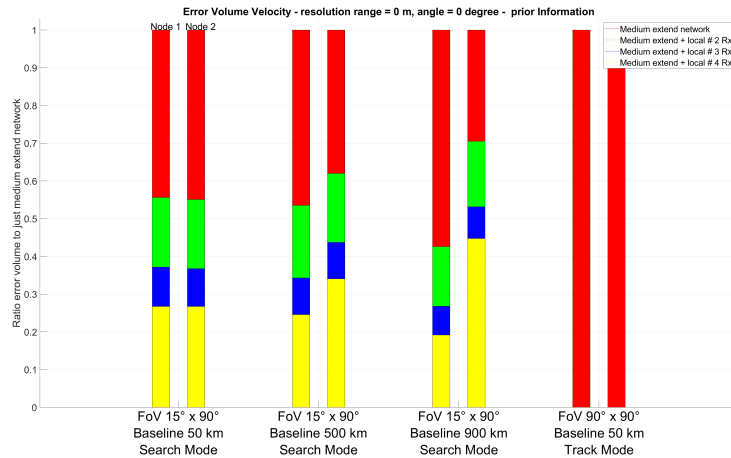


Abbildung 2.89: Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.

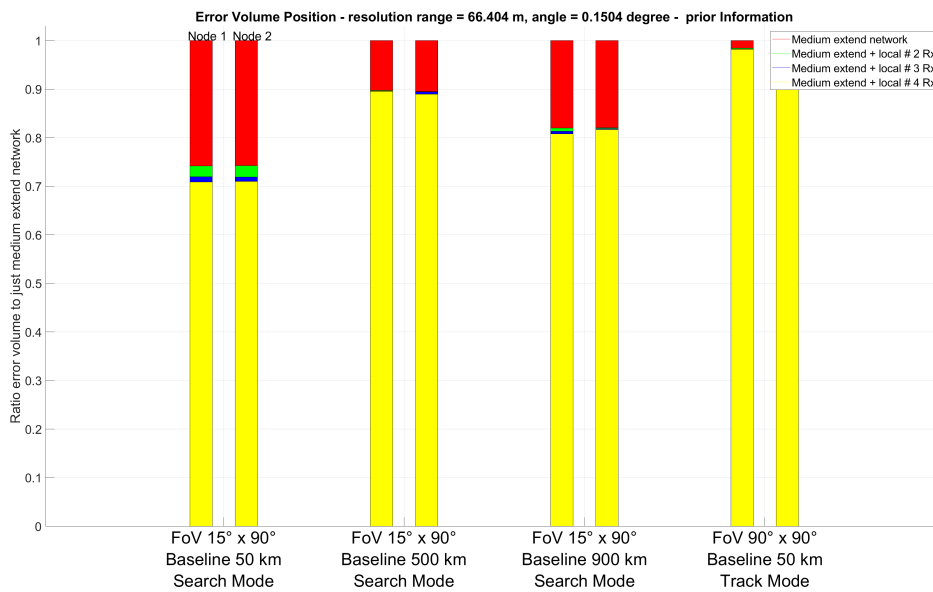


Abbildung 2.90: Darstellung der für die Untersuchungen simulierten Orbits.

entscheidend sind, um den Mehrwert von zusätzlichen Empfängern zu beurteilen, und nicht das SNR.

2.15.4 Fazit

Die Ergebnisse der Simulationen lassen vermuten, dass der Aufbau eines lokalen Netzwerks signifikante Verbesserungen in der Genauigkeit der Positionsschätzungen und Geschwindigkeitsschätzungen ermöglicht. Bei größeren Basislinien scheint es vorteilhafter zu sein, dass lokale Netzwerk bei dem ersten Knoten (Sender) zu platzieren statt beim zweiten Empfänger. Zudem wird deutlich, dass die Effizienz des Netzwerks von der Anzahl der Empfänger und der gewählten Auflösung abhängt. Eine Überzahl an Empfängern bei schlechterer Auflösung führt nicht automatisch zu signifikant kleineren Fehlervolumen. An dieser Stelle sei erneut angemerkt, dass die Simulationsergebnisse in Verbindung mit den gewählten Annahmen stehen. Andere Annahmen könnten zu anderen Ergebnissen führen.

2.16 Untersuchung von Wellenform-Designs (AP5400)

In einem Radarnetzwerk, das im MIMO-Modus arbeitet, muss ein Empfänger in der Lage sein, zwischen Signalen, die von verschiedenen Sendern stammen, zu unterscheiden, da die Verzögerung jedes Signals zusammen mit der Position des jeweiligen Senders für die Bestimmung der Position des Ziels von entscheidender Bedeutung ist. Nehmen wir beispielsweise die Konfiguration, die in Abbildung 2.91b dargestellt ist. Der Empfänger wird zwei Echos wahrnehmen, die von Tx1 und Tx2 ankommen, und wird in der Lage sein, die Entfernung zu messen, die sie von ihrer jeweiligen Echoverzögerung zurückgelegt haben. Mit einer korrekten Unterscheidung darüber, welches Echo von welchem Sender stammt, werden die Ellipsen in durchgehenden Linien bestimmt, und ihr Schnittpunkt repräsentiert die richtige Zielposition. Andererseits, wenn die Zuordnung vermischt ist, werden stattdessen die gestrichelten Ellipsen gefunden, was zu einer falschen Schätzung der Zielposition führt.

Das Problem der Unterscheidung von Sendern kann durch Anpassung der für die Telekommunikation entwickelten Methoden für den Vielfachzugriff gelöst werden. Sie basieren auf Raunteilung, Zeitteilung, Frequenzteilung, Codeteilung oder einer Kombination einiger dieser Verfahren [88]. Neben diesen Methoden findet sich in der Literatur auch eine Aufteilung im Dopplerbereich [89].

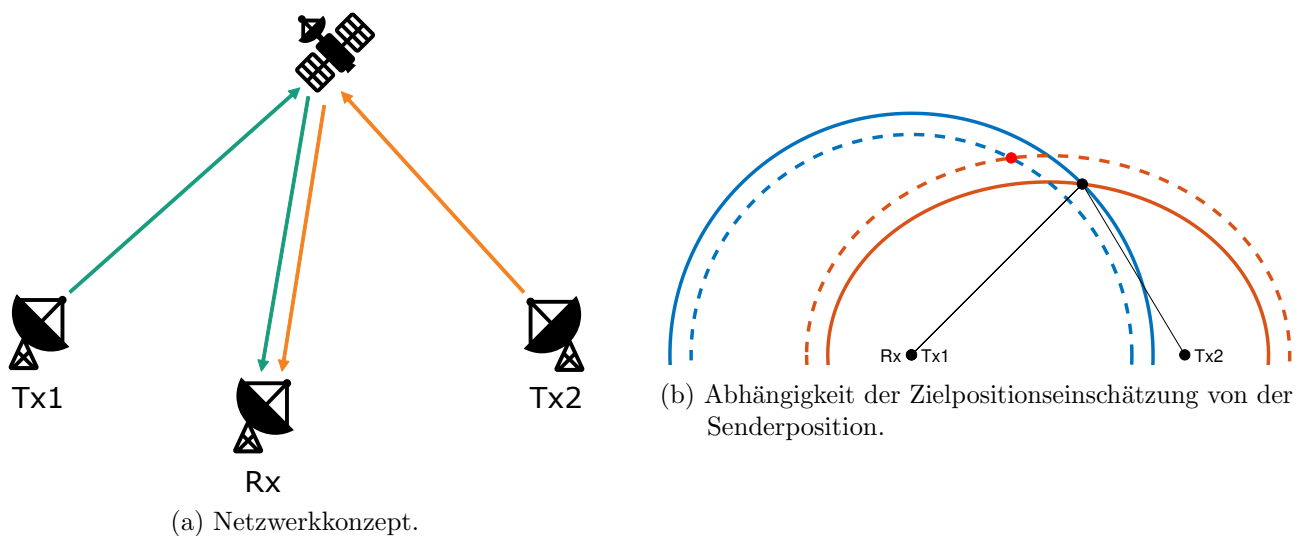


Abbildung 2.91: Schematisches Beispiel eines Radarnetzwerks.

Die Einschränkungen einiger dieser Methoden machen ihre Anwendung für Radarnetzwerke jedoch weniger interessant. Erstens ist eine räumliche Trennung nicht möglich, da die Signale zwischen dem Ziel und dem Empfänger denselben Raumkanal nutzen müssen (Abbildung 2.91a). Zweitens ist eine zeitliche Trennung nicht ressourceneffizient, da alle Sender, bis auf einen, während jeder Übertragung im Leerlauf wären. Drittens ist es auch nicht machbar, die Signale in Frequenzbänder aufzuteilen, da dies die erforderliche Bandbreite mit zunehmender Anzahl von Sendern erheblich erhöhen könnte. Viertens stellt eine Aufteilung im Dopplerbereich widersprüchliche Anforderungen an die maximale eindeutige Reichweite/Doppler und PRF.

Aufgrund der genannten Einschränkungen untersuchten wir die Code-Division Multiple Access (CDMA) Methoden. Bei CDMA wird jedem Sender ein anderer Code zugewiesen, und das Signal wird vor seiner Übertragung mit diesem Code moduliert. Der Empfänger kann dann den Code eines bestimmten Senders verwenden, um sein jeweiliges Signal zu demodulieren und wiederherzustellen. Das Signal der anderen Sender wird als Störung betrachtet, die unterdrückt werden muss. Die Herausforderung besteht darin, eine Menge von Codes zu finden, die zueinander orthogonal sind, so dass das Signal eines Senders unterdrückt wird, wenn es mit dem Code eines anderen Senders verarbeitet wird. Der größte Nachteil der CDMA-Methoden liegt in den möglicherweise hohen Range/Doppler-Sidelobes [89], die von den gewählten Codes abhängen. Daher sollte man bei der Suche nach einer geeigneten Menge orthogonaler Codes nicht nur die Kreuzkorrelationseigenschaften (Orthogonalität), sondern auch die

Autokorrelationseigenschaften (Nebenkeulen) berücksichtigen.

Dieser Bericht präsentiert einige der in der Literatur gefundenen Methoden zur Gestaltung orthogonaler Codes und entwickelt zusätzlich eine Methode, die auf der Cross-Ambiguity Function Synthesetechnik aus [90] basiert. Sie besteht darin, schrittweise die Codes zu erhalten, die die gewünschten Auto- und Cross-Ambiguity Functions erzeugen. Die Entwicklung eines spezifischen Entwurfsalgorithmus für SSA war notwendig, da die meisten Methoden in der Literatur Doppler-Verschiebungen nicht berücksichtigten und selbst die Studien, die Doppler-Verschiebungen in Betracht zogen, keine Reichweiten- und Doppler-Migration oder Beschleunigungen berücksichtigen. Aufgrund der hohen radialen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, die typischerweise in SSA vorkommen, ist es nicht ratsam, diese Effekte zu ignorieren. Daher arbeiten wir im entwickelten Ansatz mit einer Generalized Ambiguity Function (GAF), die die Zielparameter anstelle von nur Verzögerung und Frequenzverschiebung berücksichtigt. Darüber hinaus haben wir uns entschieden, eine Methode zu entwickeln, die unterschiedliche Codes für mehrere Pulse zulässt. Die Gründe sind: Wir können die Nebenkeulenunterdrückung durch Summierung der Ambiguitätsfunktionen ausnutzen, wie es bei den vollständigen komplementären Codes (CCC) der Fall ist; und wir vermeiden die konstante Volumeneigenschaft der Ambiguity Function, was bedeutet, dass es nicht möglich ist, die Nebenkeulen in einer Region zu reduzieren, ohne sie in einer anderen Region zu erhöhen [91, 92]. Wenn derselbe Code für alle Pulse verwendet werden soll, kann man ihn einfach anpassen, um den Code für einen Puls zu optimieren und das Ergebnis für alle anderen Pulse zu wiederholen. Dennoch hätten wir eine Methode vorschlagen können, um Metriken der Auto- und Cross-Ambiguity Function entweder mit einer Metaheuristik oder einer anderen deterministischen iterativen Optimierungsmethode zu optimieren, basierend auf der GAF mit mehreren Pulsen. Wir haben uns speziell für den GAF-Syntheseansatz aufgrund seiner Einfachheit und Flexibilität entschieden. Anstatt eine Metrik zu minimieren, können wir die AF in eine gewünschte Form entsprechend der Anwendung annähern. Zum Beispiel kann man in einer Verfolgungsaufgabe, in der eine Schätzung der Zielparameter vorliegt, für einen kleineren Bereich um das erwartete Ziel optimieren, andere Bereiche vernachlässigen und möglicherweise eine bessere Orthogonalität im interessierenden Bereich erreichen.

Dieser Abschnitt ist wie folgt organisiert: Unterabschnitt 2.16.1 präsentiert das CDMA-Prinzip, das in der Kommunikation verwendet wird und wie es an Radarwellenformen angepasst werden kann, Unterabschnitt 2.16.2 präsentiert die Ambiguitätsfunktion, die zur Bewertung der entworfenen Radarwellenformen verwendet wird, Unterabschnitt 2.16.3 entwickelt einen analytischen Ausdruck für die Ambiguitätsfunktion von Radarwellenformen, die das CDMA-Prinzip verwenden, Unterabschnitt 2.16.4 präsentiert Methoden, die in der Literatur gefunden werden, um die Codes zu bestimmen, die für orthogonale Wellenformen verwendet werden sollen, und bringt die vorgeschlagene Methode, die auf der Synthese der Ambiguitätsfunktion basiert, schließlich bringt Unterabschnitt 2.16.5 einige numerische Ergebnisse, um die Wirksamkeit der vorgeschlagenen Methode zu testen und ihre Leistung im Vergleich zu klassischen Codes zu bewerten.

2.16.1 CDMA-Prinzip - Spread Spectrum

CDMA basiert auf dem Spread-Spectrum-Verfahren (SS), bei dem das übertragene Datensignal absichtlich in der Frequenz gespreizt wird und eine höhere Bandbreite als das erforderliche Minimum einnimmt. Dies wird durch ein Spreizsignal erreicht, das von den übertragenen Daten unabhängig ist. Beim Empfänger kann das ursprüngliche Datensignal wiederhergestellt werden, indem das empfangene Spreizsignal mit einem synchronisierten Abbild des Spreizsignals korreliert wird. Die SS-Techniken haben eine Reihe von Vorteilen, wie z. B. die Fähigkeit, Störungen zu verhindern, und eine geringe Abhörwahrscheinlichkeit [88]. Wir interessieren uns insbesondere für die Möglichkeit des Vielfachzugriffs, da jeder Sender ein anderes Spreizsignal verwendet.

Die SS-Techniken werden in zwei große Gruppen eingeteilt: Direct Sequence Spread-Spectrum (DSSS) und Frequency Hopping Spread-Spectrum (FHSS). Abbildung 2.92 zeigt eine vereinfachte schematische Darstellung der Konzepte von FHSS und DSSS.

Beim FHSS wird jeder Sender während einer kurzen Zeitspanne einem anderen Frequenzband zugewiesen. In jedem folgenden Zeitschlitz wird die Zuordnung neu geordnet. Es ist zu beachten, dass

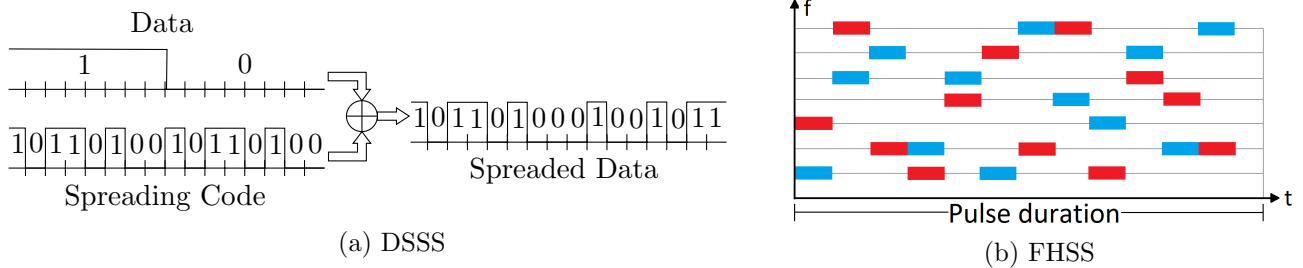


Abbildung 2.92: Schematisches Konzept der SS-Techniken.

sich alle Sender dieselbe Gesamtbandbreite teilen, aber jeder Sender nutzt jeweils ein anderes Teilband. Die Frequenzzuweisung wird koordiniert, indem jedem Sender ein anderer Code zugewiesen wird. Bei einer guten Wahl eines solchen Codes kann man auf die Synchronisation zwischen den Sendern verzichten, so dass selbst bei Zeitverzögerungen und Frequenzverschiebungen die Konflikte minimiert werden. Obwohl es viele Ähnlichkeiten zwischen FHSS und dem herkömmlichen FDMA gibt, sind sie nicht identisch. Bei FDMA wird jeder Sender einem festen Teilband zugewiesen und seine Bandbreite ist daher auf dieses Teilband begrenzt. Bei FHSS wird das Teilband ständig gewechselt, so dass sich alle Sender die gesamte verfügbare Bandbreite teilen. FHSS kann weiter unterteilt werden in Slow-FHSS, bei dem mehrere Datensymbole pro Frequenzsprung übertragen werden, und Fast-FHSS, bei dem mehrere Sprünge während der Übertragung desselben Datensymbols auftreten können.

Bei der DSSS wird das Datensignal direkt mit dem Spreizcodesignal multipliziert. Da eine Multiplikation im Zeitbereich einer Faltung im Frequenzbereich entspricht, ergibt sich die für die SS-Technik charakteristische Frequenzspreizung aus der Faltung der Frequenzspektren. Insbesondere wenn das Datensignal im Vergleich zum Spreizsignal schmalbandig ist, hat das resultierende Produkt ungefähr die Bandbreite des Spreizsignals [88]. Beim Empfänger wird das Spreizsignal mit einer synchronisierten Kopie des Codesignals multipliziert, wodurch die Spreizung rückgängig gemacht (entspreizt) und das Datensignal wiederhergestellt wird. Jedes andere unerwünschte Signal, z. B. das Signal anderer Sender, wird als Ergebnis dieser Multiplikation gespreizt, genauso wie das Datensignal während der Übertragung gespreizt wurde. Das Prinzip des DSSS lässt sich wie folgt zusammenfassen: Die einmalige Multiplikation mit dem Codesignal spreizt die Bandbreite des Datensignals, die zweimalige Multiplikation mit dem Codesignal ergibt das ursprüngliche Datensignal, das gewünschte Datensignal wird zweimal multipliziert, während unerwünschte Signale nur einmal multipliziert werden. Darüber hinaus kann man bei einer guten Auswahl der Codesignale die Ausgabe reduzieren, wenn das Datensignal zweimal multipliziert wird, aber jedes Mal mit anderen Codes, wodurch eine annähernde Orthogonalität erreicht wird.

2.16.1.1 Von der Kommunikation zum Radar

Die SS-Techniken werden in der Regel im Zusammenhang mit der Kommunikation beschrieben, bei der das Informationssignal ein modulierte Datensignal ist. Um sie auf Radarsysteme anzupassen, besteht die zentrale Idee darin, die Wellenform als das Datensignal zu betrachten. Dadurch ergeben sich einige Besonderheiten. In diesem Unterabschnitt gehen wir auf einige von ihnen ein.

Da es kein Datensymbol gibt, ist es nicht notwendig, die Anzahl der Sprünge pro Symbol in FHSS oder die Anzahl der Codewerte pro Symbol in DSSS zu bestimmen. Stattdessen kann das Signalmodell für eine gepulste Wellenform $w(t)$ nach Spreizung durch ein Spreizsignal $s(t)$ wie folgt beschrieben werden:

$$x(t) = w(t)s(t) \quad (2.141)$$

Die Wellenform hat die folgende Form:

$$w(t) = \exp(j\phi(t))\Pi\left(\frac{t}{T}\right) \quad (2.142)$$

wobei $\phi(t)$ von der gewählten Wellenform abhängt, $\Pi(t)$ der Rechteckimpuls mit einheitlicher Breite ist, der bei $t = 0$ beginnt, und T die Impulsbreite ist.

Das Spreizsignal $s(t)$, entweder für FHSS oder DSSS, kann als eine Folge von N Rechteckimpulsen der Dauer $T_c = T/N$, multipliziert mit einer codeabhängigen Funktion, beschrieben werden. Diese Pulse werden "Chips" genannt. Explizit:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp(j\varphi_n) \exp(j2\pi f_n t) \Pi\left(\frac{t - nT_c}{T_c}\right) \quad (2.143)$$

Die Sequenzen $\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ (FHSS) und $\{\varphi_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ (DSSS) werden durch den verwendeten Code bestimmt.

Zur Veranschaulichung des Verhaltens von FHSS und DSSS bei Radarwellenformen wurde ein Chirp-Signal simuliert, auf das beide SS-Techniken angewendet wurden. Der FHSS ist in Abbildung 2.93 dargestellt. Man erkennt die bekannte lineare Chirp-Frequenzmodulation vor der Spreizung und wie die momentanen Frequenzen durch das Spreizungssignal gemischt werden. In Abbildung 2.94 ist die Spreizung deutlich zu erkennen, da die belegte Bandbreite viel größer ist als das erforderliche Minimum. Das DSSS ist in Abbildung 2.95 dargestellt. Im Zeitbereich sind die Phasenumkehrungen zu erkennen, die sich aus dem Produkt mit dem Codesignal ergeben. Der Spreizungseffekt ist auch im Frequenzbereich deutlich zu erkennen.

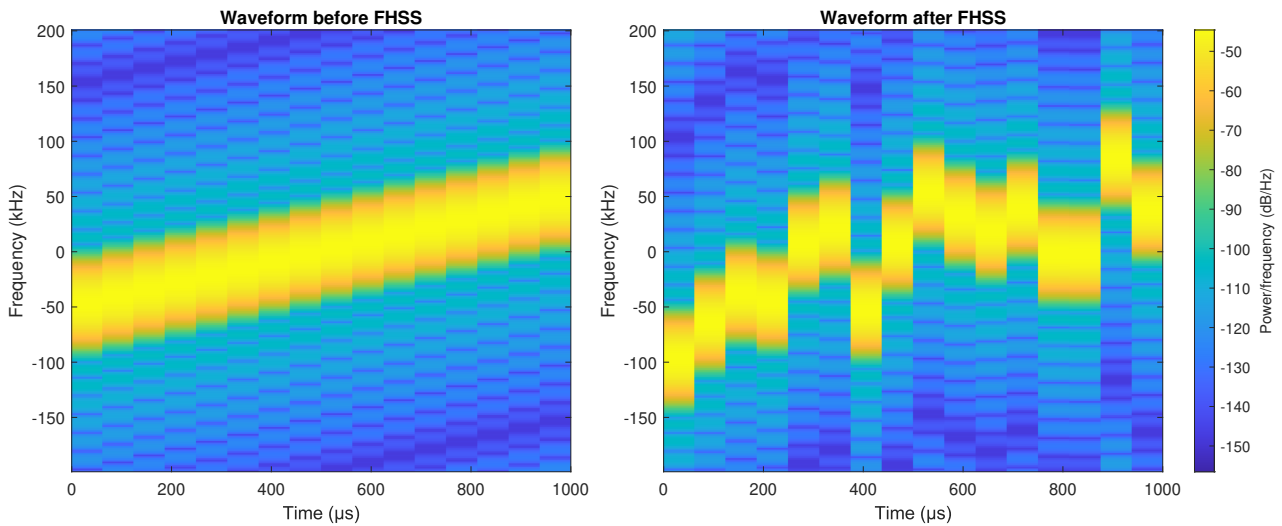


Abbildung 2.93: FHSS angewendet auf Chirp-Wellenform - Spektrogramm.

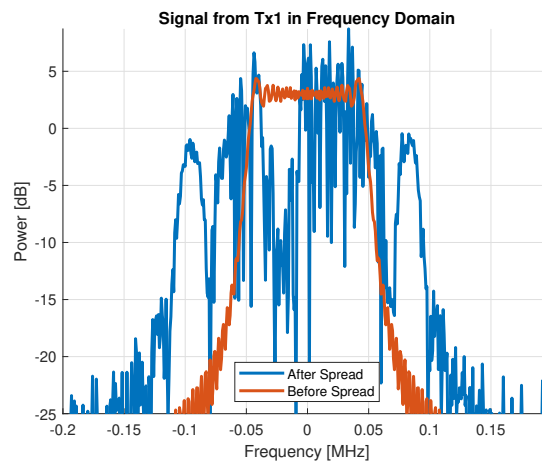


Abbildung 2.94: FHSS angewendet auf Chirp-Wellenform - Frequenzbereich.

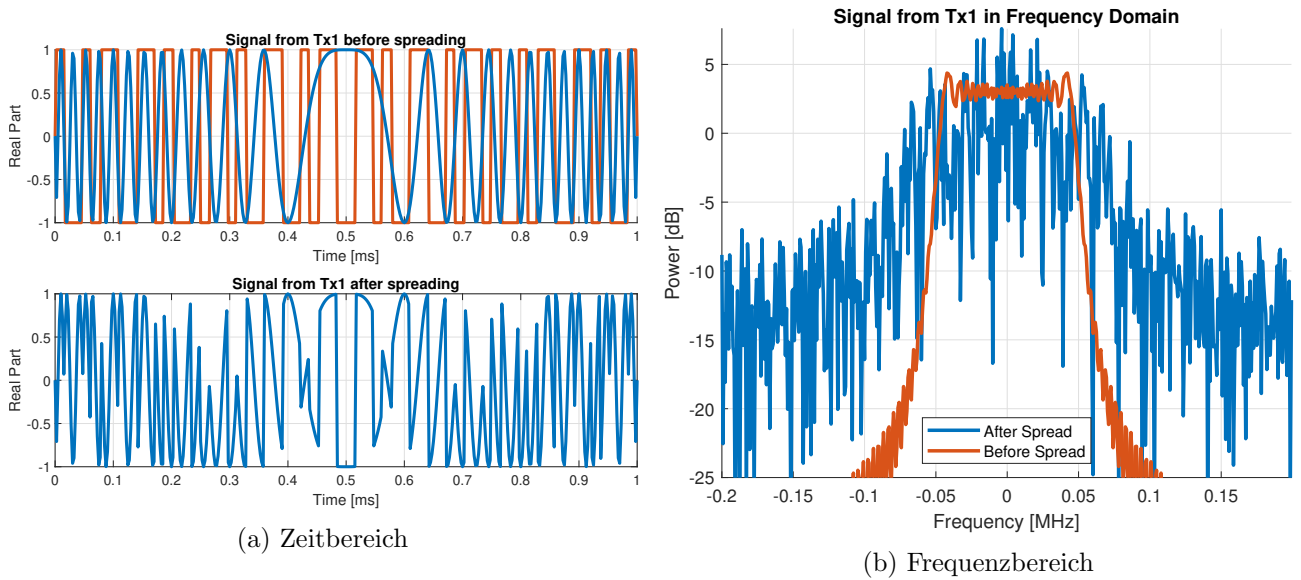


Abbildung 2.95: DSSS angewendet auf Chirp-Wellenform.

Im Empfänger erfolgt die Entspreizung durch Korrelation des gespreizten Signals mit einer Nachbildung des Codesignals, die im Idealfall synchronisiert ist. Das heißt, der Empfänger sollte im Prinzip den Zeitpunkt kennen, zu dem der Code beginnt, und die Orthogonalität der Codemenge würde voll ausgenutzt. Dies ist das so genannte synchrone CDMA. Für Radarsysteme können wir jedoch nur asynchrones CDMA verwenden, bei dem die Verzögerung zwischen Sender und Empfänger unbekannt ist. Diese Verzögerung ist der Kern des Radarprinzips, denn sie wird zur Bestimmung der Zielentfernung verwendet. Daraus ergibt sich die zusätzliche Anforderung, dass die Codes nicht nur orthogonal zu anderen Codes in der Menge, sondern auch zu verzögerten Versionen von sich selbst sein müssen. Mit anderen Worten, sowohl der Kreuzkorrelationspegel als auch der Autokorrelationsnebenkeulenpegel sollten niedrig sein. Idealerweise würde die Autokorrelationsfunktion die Form einer Impulsfunktion aufweisen, während die Kreuzkorrelationsfunktion null wäre. In Kommunikationssystemen wird asynchrones CDMA durch die Verwendung von Pseudo-Rauschcodes gelöst. Bei Radarsystemen sollte es möglich sein, die für synchrones CDMA verwendeten Codesequenzen zu nutzen, da die üblicherweise verwendeten Wellenformen bereits so konzipiert sind, dass sie geringe Nebenkeulenpegel aufweisen.

Wenn τ_u die unbekannte Verzögerung und f_d die Dopplerfrequenz ist, lautet ein vereinfachtes Modell für das herunterkonvertierte Signal am Empfänger $x_r(t) = \alpha x(t - \tau_u) \exp(-j2\pi f_d t)$, wobei α eine komplexe Amplitude in Bezug auf das Ziel ist. Wenn der Empfänger eine Verzögerung τ annimmt, sollte die Entspreizung mit dem Codesignal $s^*(t - \tau)$ durchgeführt werden, was zu folgendem Ergebnis führt:

$$y_r(t) = \alpha w(t - \tau_u) s(t - \tau_u) s^*(t - \tau) \exp(-j2\pi f_d t) \quad (2.144)$$

Wenn $\tau = \tau_u$, hebt die Codesignalreplik das Spreizsignal auf und die Wellenform wird wiederhergestellt. An diesem Punkt kann der herkömmliche angepasste Filter $h(t) = w^*(-t)$ angewendet werden, um die Zielrücklaufleistung bei der angenommenen Verzögerung τ zu erhalten, d. h. das komprimierte Signal bei τ ist das folgende:

$$y_c(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha w(t' - \tau_u) s(t' - \tau_u) \exp(-j2\pi f_d t') s^*(t' - \tau) w^*(t' - \tau) dt' \quad (2.145)$$

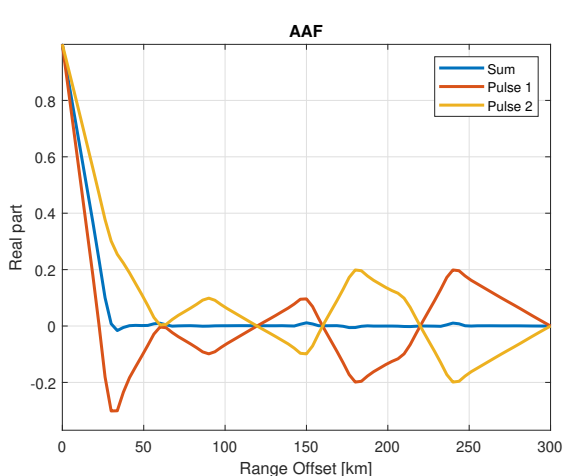
$$= \int_{-\infty}^{\infty} x_r(t') x^*(t' - \tau) dt' \quad (2.146)$$

Aus dieser Gleichung kann man schließen, dass es nicht notwendig ist, die Signalverarbeitung in zwei

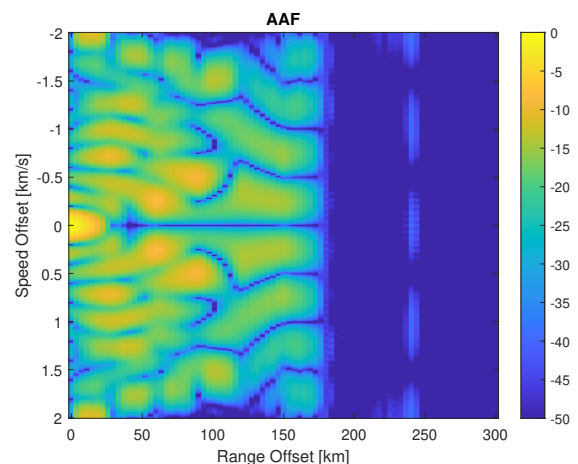
Schritten zu bewerten – zuerst die Entspreizung durchzuführen und dann den an die modulierte Wellenform angepassten Filter anzuwenden. Stattdessen kann man den angepassten Filter direkt anwenden, indem man eine Vorlage der gespreizten Wellenform $x(t)$ verwendet.

Eine weitere Besonderheit von CDMA in Radarsystemen ist die konzeptionelle Trennung zwischen Slow-Time und Fast-Time. In der Kommunikation verwenden die SS-Techniken die Symbolrate als Referenz, und man kann mehrere Chips pro Datensymbol oder mehrere Symbole pro Codechip verwenden. Bisher haben wir die SS in Fast-Time betrachtet, bei der jeder Impuls gespreizt ist und die Orthogonalität Impuls für Impuls erreicht werden soll. Dies ist als Fast-Time CDMA bekannt. Man kann jedoch auch an ein Slow-Time CDMA denken, bei dem ein Codechip pro Puls verwendet wird. Jeder Ansatz hat seine Vor- und Nachteile. Bei Fast-Time CDMA wird die Bandbreite durch die Chipdauer beeinflusst und die Nebenkeulen können je nach gewähltem Code zunehmen. Andererseits ist die Signalverarbeitung im Grunde dieselbe, so dass kein zusätzlicher Berechnungsaufwand entsteht. Bei Slow-Time CDMA bleiben die Nebenkeulen und die Bandbreite unbeeinflusst, da pro Puls nur ein konstanter Phasen-/Frequenzversatz angewendet wird. Allerdings können die Doppler-Nebenkeulen je nach Code hoch sein. Außerdem kann die Orthogonalität durch die Ziel-Dopplerfrequenz beeinträchtigt werden, da sie erst nach der kohärenten Summe der Pulse ermittelt wird. Dies macht eine gemeinsame Entfernung-Doppler-Verarbeitung erforderlich, die die Rechenlast des Systems erhöhen kann. [89]

Es ist auch möglich, sowohl Slow- als auch Fast-Time CDMA anzuwenden, das heißt, jeder Impuls in einer Pulsfolge wird mit verschiedenen Codes multipliziert. Bei der Empfangsverarbeitung werden sie einzeln in Fast-Time verarbeitet, und das Ergebnis wird in Slow-Time integriert. Ein Grund dafür ist, dass dies die Erforschung der sogenannten komplementären Codes ermöglicht. Eine Menge von komplementären Codes weist die Eigenschaft auf, dass die Summe ihrer individuellen Autokorrelationsfunktionen die ideale Impulsform präsentiert, da ihre Nebenkeulen sich gegenseitig auslöschen. Ein Beispiel für eine solche Codesequenz ist das Golay-Sequenzpaar [93], dessen Autokorrelationsfunktionen in Abbildung 2.96a gezeigt sind.



(a) Autokorrelationsfunktion der Reichweite.

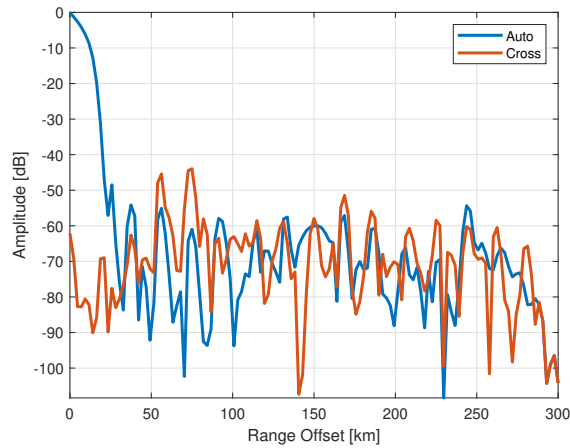


(b) Autokorrelationsfunktion von Reichweite und Doppler.

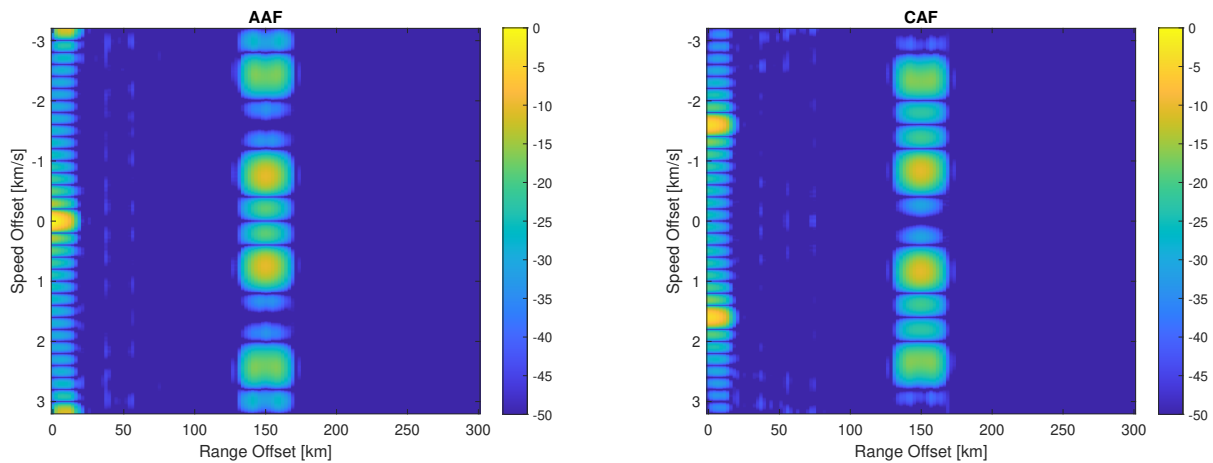
Abbildung 2.96: Golay-Paar.

Obwohl das Golay-Paar eine ideale Autokorrelationsfunktion aufweist, wird die Eigenschaft der Null-Kreuzkorrelation mit einer anderen Sequenz nicht erfüllt. Daher stellt es kein orthogonales Set dar. Die Complete Complementary Codes (CCC) hingegen sind eine Klasse von Codes, die ideale Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen besitzen [94]. Ein Beispiel für solche Codesequenzen wird in [95] untersucht, wo die Autoren mehrere CCC mit einer Zero Cross-Correlation Zone (ZCCZ) betrachten. Die Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion von zwei Codes in der Menge ist in Abbildung 2.97a dargestellt.

Wie der Leser möglicherweise in Abbildung 2.96b, Abbildung 2.97b und Abbildung 2.97c bemerkt hat, erfolgt die Nebenkeulenunterdrückung nur bei null Doppler-Geschwindigkeitsverschiebung. Bei



(a) Autokorrelationsfunktion der Reichweite.



(b) Autokorrelationsfunktion von Reichweite und Doppler.

(c) Kreuzkorrelationsfunktion von Reichweite und Doppler.

Abbildung 2.97: CCC mit inter-Menge ZCCZ.

einigen nicht nullen Doppler-Geschwindigkeitswerten können die Nebenkeulen ziemlich hoch sein, was darauf hindeutet, dass der Empfänger das Echo von einer zeitlich und frequenzmäßig verschobenen Version davon nicht unterscheiden kann, was zu Mehrdeutigkeiten führt. Dies verdeutlicht, dass man bei der Gestaltung eines Satzes orthogonaler Wellenformen die Formen sowohl der Autokorrelationsfunktionen aller Wellenformen als auch der Kreuzkorrelationsfunktionen für jedes Paar von Wellenformen bewerten muss, wobei nicht nur null, sondern auch angemessene nicht-null Doppler-Geschwindigkeiten berücksichtigt werden. Positiv zu vermerken ist, dass die Verwendung verschiedener Codes für die mehreren Pulse zur Unterdrückung der Nebenkeulen beitragen und die Orthogonalitätseigenschaften nach der Pulsintegration verbessern kann.

2.16.2 Ambiguity-Funktion und Leistungskennzahlen

Das herkömmliche Werkzeug zur Analyse einer mit dem angepassten Filter gepaarten Wellenform unter Berücksichtigung von Zeit- und Doppler-Fehlanpassungen ist die Auto Ambiguity Function (AAF). Sie ist nützlich für die Untersuchung von Auflösung, Nebenkeulenverhalten und Mehrdeutigkeiten, sowohl in der Entfernung als auch im Doppler [96]. Um die Qualität der Orthogonalität zu bewerten, betrachten wir die Cross Ambiguity Function (CAF), die nichts anderes ist als die Ambiguity Function, wenn eine Wellenform mit dem Filter verarbeitet wird, der an eine andere Wellenform angepasst ist.

Eine mögliche mathematische Definition der AAF bzw. CAF ist die folgende:

$$C_{uv}(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_u(t) y_v^*(t - \tau) \exp(-j2\pi ft) dt \quad (2.147)$$

$$A_u(\tau, f) = C_{uu}(\tau, f) \quad (2.148)$$

wobei τ die Zeitverzögerung relativ zur erwarteten Spitze des angepassten Filterausgangs ist und f die Doppler-Fehlanpassung zwischen der tatsächlichen Dopplerfrequenz und der vom angepassten Filter erwarteten Frequenz ist. Dies bedeutet, dass eine Spitze in der AAF bei $(0, 0)$ erwartet wird, wo es weder eine Verzögerung noch eine Dopplerabweichung zwischen der Wellenform und dem angepassten Filter gibt.

Wenn mehrere Pulse kohärent integriert werden, wie es bei vielen Radarsystemen der Fall ist, könnte die Verzögerung und die Doppler-Verschiebung über alle Pulse hinweg nicht konstant sein. Der angepasste Filter muss die Auswirkungen von Reichweiten- und Doppler-Variationen berücksichtigen, und Gleichung 2.147 kann nicht direkt verwendet werden, da τ und f nicht unabhängig von t sind. Stattdessen verwenden wir die Generalized Auto- und Cross-Ambiguity Functions (G-AAF und G-CAF) [97] als die zeitliche Korrelation zwischen dem empfangenen Signal, das von den tatsächlichen Zielparametern beeinflusst wird, und einem an die geschätzten Parameter angepassten Filter, wie folgt:

$$C_{uv}(\boldsymbol{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} x_u(t; \boldsymbol{\theta}^*) y_v^*(t; \boldsymbol{\theta}) dt \quad (2.149)$$

wobei x_u das Echo ist, das vom u -ten Sender empfangen wird, y_v der an den v -ten Sender angepasste Filter ist und $\boldsymbol{\theta}$ ein Vektor ist, der die kinematischen Zielparameter enthält. Wir betrachten die Reichweite (ρ_0), die radiale Geschwindigkeit ($\dot{\rho}_0$) und die Reichsbeschleunigung ($\ddot{\rho}_0$) zu einem Referenzzeitpunkt t_0 als Zielparameter, das heißt, $\boldsymbol{\theta} = [\rho_0 \ \dot{\rho}_0 \ \ddot{\rho}_0]^T$. Das hochgestellte Sternchen wird hinzugefügt, um die wahren Werte anzuzeigen. Beachten Sie, dass die Generalized Ambiguity Function unter der Annahme konstanter Verzögerung und Doppler-Verschiebung in x_u und y_v nur von der Differenz in Verzögerung und Doppler abhängt, die durch $\boldsymbol{\theta}^*$ und $\boldsymbol{\theta}$ verursacht wird, und Gleichung 2.149 zu Gleichung 2.147 reduziert wird, abgesehen von einem Phasenfaktor, der normalerweise irrelevant ist.

Die ideale G-CAF wäre überall gleich Null, d. h. die Rückstrahlung von einem anderen Sender wird durch das angepasste Filter vollständig unterdrückt. Die ideale G-AAF hängt vom Systemdesign ab, ist aber in der Regel die so genannte "Thumbtack", bei der eine Spitze bei $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^*$ vorhanden und anderswo null ist. Die Fläche, die der Peak einnimmt, hängt mit der Auflösung zusammen und sollte so gering wie möglich sein. Das Fehlen von Sekundärspitzen bedeutet, dass es keine Mehrdeutigkeit in Bezug auf Zielparameter gibt. Der gleichmäßige Level in der Region außerhalb des Hauptpeaks ist erwünscht, um eine Verdeckung des Ziels zu vermeiden.

In der Literatur finden sich einige Metriken zur Analyse der AAF und zur Quantifizierung der Leistung der Wellenformen [98, 99, 100]. Es handelt sich um die Peak Sidelobe Level Rate (PSLR) und die Integrated Sidelobe Level Rate (ISLR), die im Allgemeinen wie folgt definiert sind:

$$\text{PSLR} = 20 \log \left(\frac{\text{größte Nebenkeule}}{\text{Hauptkeulen-Spitze}} \right) \quad (2.150)$$

$$\text{ISLR} = 10 \log \left(\frac{\int (\text{Nebenkeulen})^2}{\int (\text{Hauptkeule})^2} \right) \quad (2.151)$$

Die PSLR bewertet direkt die Nebenkeule und sollte so niedrig wie möglich sein. Er hängt mit der Fähigkeit des Radars zusammen, ein schwaches Ziel in der Nähe anderer Ziele zu erkennen [100]. Außerdem erhöht ein hoher PSLR die Anzahl der Fehlalarme, die durch Mehrdeutigkeiten in Bezug auf Entfernung/Doppler verursacht werden. Die ISLR berücksichtigt nicht die Spitzenwerte, sondern die integrierte Energie der Nebenkeulen im Vergleich zur Hauptkeule. Da die Gesamtenergie der AF

konstant ist [96], ist die ISLR ein Maß dafür, wie viel Energie von der Hauptkeule zu den Nebenkeulen entweicht, und sollte ebenfalls so niedrig wie möglich sein.

PSLR und ISLR werden in der Regel für die range-achse (delay-achse) im AAF berechnet, so auch in [98]. Aufgrund der hohen beobachtbaren Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Satellitenbahnen können jedoch auch die Nebenkeulen bei Dopplerverschiebungen ungleich Null relevant sein. Daher evaluieren wir die PSLR und ISLR nicht nur für die range-achse, sondern auch für andere Schnitte der AAF sowie für die AAF als Ganzes, definiert als. Ähnliche Definitionen finden sich in [98].

$$\text{PSLR}_S = 20 \log \left(\frac{\max_{\theta \notin M \cap S} |A|_S(\theta)|}{|A(\theta^*)|} \right) \quad \text{ISLR}_S = 10 \log \left(\frac{\int_{(\Theta \setminus M) \cap S} |A|_S(\theta)|^2 d\theta}{\int_{M \cap S} |A|_S(\theta)|^2 d\theta} \right) \quad (2.152)$$

wobei Θ der Raum möglicher Zielparameter ist, $M \subset \Theta$ der Hauptkeulbereich ist und $S \subset \Theta$ ein Platzhalter für mögliche Schnitte in Θ ist. Beispielsweise kann der Range-Doppler-Schnitt als $S = \{\theta \in \Theta \mid \theta_3 = \dot{\rho}_0 = \ddot{\rho}_0^*\}$ festgelegt werden. Die Notation $f|_S$ steht für eine Bereichseinschränkung der Funktion f auf die Teilmenge S .

Beim CAF gibt es keine Hauptkeule, die gesamte Funktion sollte als Nebenkeule behandelt werden. Daher ist es nicht sehr sinnvoll, die Raten zu berücksichtigen. Stattdessen messen wir nur den Peak Sidelobe Level (PSL) und den Integrated Sidelobe Level (ISL), die wie folgt definiert sind:

$$\text{PSL}_S = 20 \log \left(\max_{\theta \in \Theta \cap S} |C|_S(\theta)| \right) \quad \text{ISL}_S = 10 \log \left(\int_{\Theta \cap S} |C|_S(\theta)|^2 d\theta \right) \quad (2.153)$$

Zusätzlich zu diesen Metriken führen wir noch eine ein: die Averaged Sidelobe Level Rate (ASLR). Der Grund dafür ist, dass wir festgestellt haben, dass die ISLR für die AAF irreführend sein könnte, da sie von der Auflösung beeinflusst wird. Es ist erwartet, dass die ISLR niedrig ist. Da es sich um ein Verhältnis zwischen der Nebenkeulenenergie und der Hauptkeulenenergie handelt, kann eine niedrige ISLR entweder auftreten, weil der Nebenkeulenlevel niedrig ist und die Energie in der Hauptkeule konzentriert ist (erwünscht) oder weil die Auflösung schlecht ist und die Hauptkeule einen breiten Bereich im Zielparameterraum einnimmt (unerwünscht). Um diese Unschlüssigkeit zu vermeiden, betrachten wir die ISLR zusammen mit der Größe der Integrationsregion und schlagen das durchschnittliche Nebenzipfelverhältnis (ASLR) vor. Die zusätzliche Metrik ist wie folgt definiert:

$$\text{ASLR}_S = 10 \log \left(\frac{\int_{(\Theta \setminus M) \cap S} |A|_S(\theta)|^2 d\theta}{\int_{(\Theta \setminus M) \cap S} d\theta} \right) - 10 \log \left(\frac{\int_{M \cap S} |A|_S(\theta)|^2 d\theta}{\int_{M \cap S} d\theta} \right) \quad (2.154)$$

Bei der ASLR werden die durchschnittlichen Energien der Nebenkeule und der Hauptkeule verglichen, so dass die Auswirkungen schlechter Auflösungen berücksichtigt werden. Eine ähnliche Metrik wird in [101] vorgeschlagen.

2.16.3 Generalized Ambiguity Function einer Spread Spectrum Radar Wellenform

In diesem Abschnitt leiten wir einen Ausdruck für die Generalized AF einer Spread Spectrum Radar Wellenform ab, wobei die kohärente Integration mehrerer Pulse und ein beschleunigtes Ziel berücksichtigt werden.

Das Signalmodell für das empfangene Signal ist proportional zu der verzögerten gesendeten Wellenform. Sei $\tilde{x}_u^{\text{tx}}(t) = \Re\{x_u^{\text{tx}}(t)e^{j2\pi f_c t}\}$ das Signal des u -ten Senders, wobei $x_u^{\text{tx}}(t)$ das Basisbandsignal und f_c die Trägerfrequenz ist. Wir haben, dass das empfangene Signal ungefähr proportional zu $\tilde{x}_u^{\text{tx}}(t - \tau(t; \theta))$ ist, wobei $\tau(t; \theta)$ ein zeitabhängiger Verzögerungsparameter ist, der durch die Zielparameter parametrisiert wird. Nach der Demodulation in den Empfängern ist das Echo des u -ten Senders:

$$x_u(t; \theta) = x_u^{\text{tx}}(t - \tau(t; \theta))e^{-j2\pi f_c \tau(t; \theta)} \quad (2.155)$$

Unter der Annahme, dass $x_u^{\text{tx}}(t)$ eine Folge von P Pulsen ist, die wie in Gleichung 2.141 moduliert sind und eine Pulswiederholzeit (PRT) von T_r haben, schreiben wir:

$$x_u^{\text{tx}}(t) = \sum_{p=0}^{P-1} x_{up}(t - pT_r) \quad (2.156)$$

Daher,

$$x_u(t; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=0}^{P-1} x_{up}(t - pT_r - \tau(t; \boldsymbol{\theta})) e^{-j2\pi f_c \tau(t; \boldsymbol{\theta})} \quad (2.157)$$

Die Filter, die vom Empfänger verwendet werden, haben die gleiche Form wie $x_u(t; \boldsymbol{\theta})$ und sind im Allgemeinen so konzipiert, dass sie das Signal des v -ten Senders einzeln filtern, das heißt,

$$y_v(t; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=0}^{P-1} y_{vp}(t - pT_r - \tau(t; \boldsymbol{\theta})) e^{-j2\pi f_c \tau(t; \boldsymbol{\theta})} \quad (2.158)$$

Wir setzen Gleichung 2.157 und Gleichung 2.158 in Gleichung 2.149 ein, um zu erhalten:

$$C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{p,q=0}^{P-1} \int_{-\infty}^{\infty} x_{up}(t - pT_r - \tau(t; \boldsymbol{\theta}^*)) y_{vq}^*(t - qT_r - \tau(t; \boldsymbol{\theta})) e^{j2\pi f_c [\tau(t; \boldsymbol{\theta}) - \tau(t; \boldsymbol{\theta}^*)]} dt \quad (2.159)$$

Um diese Gleichung zu vereinfachen, gehen wir mit einigen Überlegungen vor. Erstens, unter der Annahme, dass der Unterschied zwischen $\tau(t; \boldsymbol{\theta})$ und $\tau(t; \boldsymbol{\theta}^*)$ so ist, dass sich verschiedene Pulse zu keinem Zeitpunkt schneiden, schließen wir die Terme aus, bei denen $p \neq q$. Zweitens können wir die Integrationsvariable t durch $t_f = t - pT_r$ ersetzen und die Korrelation für jeden Puls einzeln in Fast-Time auswerten. Drittens vernachlässigen wir schnelle zeitliche Änderungen in τ für die Hüllen x_{up} und y_{vp} . Schließlich entscheiden wir uns, das Modell $\tau(t; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{c} \rho(t) = \frac{1}{c} [\rho_0 + \dot{\rho}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{\rho}_0(t - t_0)^2]$ zu verwenden, was auch bedeutet, dass τ linear von $\boldsymbol{\theta} = [\rho_0 \ \dot{\rho}_0 \ \ddot{\rho}_0]^T$ abhängt. Die Generalized AF wird:

$$C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=0}^{P-1} e^{j2\pi f_c \tau_p(\Delta\boldsymbol{\theta})} C_{uv}^p(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.160)$$

wobei

$$C_{uv}^p(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} x_{up}(t - \tau_p(\boldsymbol{\theta}^*)) y_{vp}^*(t - \tau_p(\boldsymbol{\theta})) e^{j2\pi \nu_p(\Delta\boldsymbol{\theta})t} e^{j\pi \gamma_p(\Delta\boldsymbol{\theta})t^2} dt \quad (2.161)$$

$$\tau_p(\boldsymbol{\theta}) = \tau(pT_r; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{c} \left[\rho_0 + \dot{\rho}_0(pT_r - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{\rho}_0(pT_r - t_0)^2 \right] \quad (2.162)$$

$$\nu_p(\boldsymbol{\theta}) = f_c \dot{\tau}(pT_r; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\lambda} [\dot{\rho}_0 + \ddot{\rho}_0(pT_r - t_0)] \quad (2.163)$$

$$\gamma_p(\boldsymbol{\theta}) = f_c \ddot{\tau}(pT_r; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\lambda} \ddot{\rho}_0 \quad (2.164)$$

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^* \quad (2.165)$$

Beachten Sie, dass C_{uv}^p die Generalized AF der einzelnen Pulse ist und dass τ_p , ν_p und γ_p jeweils die Echoverzögerung, die Dopplerfrequenz und die Änderungsrate der Dopplerfrequenz beim p -ten Puls sind.

Wir konzentrieren uns nun auf die Berechnung von $C_{uv}^p(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ für Spread Spectrum Radar Wellenformen in der Form von Gleichung 2.141 mit $w(t) = 1$, das heißt, wir verwenden

$$x_{up}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_{upn} e^{j2\pi\alpha_{upn}t} \Pi\left(\frac{t - nT_c}{T_c}\right) \quad (2.166)$$

$$y_{vp}(t) = \sum_{m=0}^{N-1} b_{vpm} e^{j2\pi\beta_{vpm}t} \Pi\left(\frac{t - mT_c}{T_c}\right) \quad (2.167)$$

wobei a_{upn} und b_{vpm} unimodulare komplexe Zahlen sind, die als Phasencode verwendet werden, α_{upn} und β_{vpm} die Sprungfrequenzen sind, und T_c die Chipbreite ist. Die GAF zwischen den Pulsen wird:

$$C_{uv}^p(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{n,m=0}^{N-1} a_{upn} b_{vpm}^* e^{-j2\pi[\alpha_{upn}\tau_p(\boldsymbol{\theta}^*) - \beta_{vpm}\tau_p(\boldsymbol{\theta})]} C_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.168)$$

wobei

$$C_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t - \tau_p(\boldsymbol{\theta}^*) - nT_c}{T_c}\right) \Pi\left(\frac{t - \tau_p(\boldsymbol{\theta}) - mT_c}{T_c}\right) e^{j2\pi\left((\alpha_{upn} - \beta_{vpm})t + \nu_p(\Delta\boldsymbol{\theta})t + \frac{\gamma_p(\Delta\boldsymbol{\theta})}{2}t^2\right)} dt$$

Wenn wir die Tatsache betrachten, dass die Summen nur dann identisch Null sein werden, wenn das Argument der Π -Funktionen im Intervall $(0, 1)$ liegt, können wir schließen, dass $n - m$ nur $z_p(\Delta\boldsymbol{\theta})$ oder $z_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) + 1$ sein kann, wobei $z_p(\boldsymbol{\theta}) = \left\lfloor \frac{\tau_p(\boldsymbol{\theta})}{T_c} \right\rfloor \in \mathbb{Z}$. Darüber hinaus finden wir, dass die Integrationsgrenzen, für die der Integrand nicht null ist, folgende sind:

$$t_l = \frac{\tau_p(\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^*) + (n + m)T_c}{2} + \frac{|\tau_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) - (n - m)T_c|}{2} \quad (2.169)$$

$$t_u = \frac{\tau_p(\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^*) + (n + m)T_c}{2} - \frac{|\tau_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) - (n - m)T_c|}{2} + T_c \quad (2.170)$$

Um das Integral zu lösen, gehen wir mit der Veränderung der Variablen $t' = t - t_m$ vor, wobei $t_m = \frac{t_l + t_u}{2}$ der Mittelpunkt ist. Die Integrationsgrenzen werden $-\frac{t_u - t_l}{2}$ bis $\frac{t_u - t_l}{2}$. Wir nehmen an, dass die quadratische Variation der Phase des Exponentialausdrucks in diesem Intervall viel kleiner ist als die lineare Variation und vernachlässigt werden kann. Dies führt zu einem Integral eines komplexen Exponentialausdrucks mit linearer Phasenausprägung, das leicht gelöst werden kann. Das Ergebnis ist

$$C_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \approx e^{j[2\pi\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})t_m - \pi\gamma_p(\Delta\boldsymbol{\theta})t_m^2]} T_c \Lambda\left(\frac{\mathcal{T}(\Delta\boldsymbol{\theta})}{T_c}\right) \text{sinc}\left(\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) T_c \Lambda\left(\frac{\mathcal{T}(\Delta\boldsymbol{\theta})}{T_c}\right)\right) \quad (2.171)$$

wobei

$$\mathcal{T}(\Delta\boldsymbol{\theta}) = \tau_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) - (n - m)T_c$$

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \alpha_{upn} - \beta_{vpm} + \nu_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) + \gamma_p(\Delta\boldsymbol{\theta})t_m$$

$$t_m = \frac{\tau_p(\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^*) + (n + m + 1)T_c}{2}$$

$$\Lambda(x) := \max(1 - |x|, 0)$$

$$\text{sinc}(x) := \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

Indem wir dieses Integralergebnis in die AF eines Pulses (Gleichung 2.168) und das Ergebnis zurück in Gleichung 2.160 einsetzen, erhalten wir schließlich die GAF einer Spread Spectrum Radar Wellenform:

$$C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=m+z_p(\Delta\boldsymbol{\theta})}^{m+z_p(\Delta\boldsymbol{\theta})+1} a_{upn} b_{vpm}^* e^{j\Psi_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})} X_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.172)$$

wobei

$$\begin{aligned}\Psi_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) &= 2\pi \left(f_c \tau_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) - \alpha_{upn} \tau_p(\boldsymbol{\theta}^*) + \beta_{vpm} \tau_p(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) t_m - \frac{\gamma_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) t_m^2}{2} \right) \\ X_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) &= T_c \Lambda \left(\frac{\mathcal{T}(\Delta\boldsymbol{\theta})}{T_c} \right) \text{sinc} \left(\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) T_c \Lambda \left(\frac{\mathcal{T}(\Delta\boldsymbol{\theta})}{T_c} \right) \right)\end{aligned}$$

Gleichung 2.172 kann weiter in Matrixform geschrieben werden als

$$C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{b}_{vp}^H A_{uv}^p(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{a}_{up} = \mathbf{b}_v^H A_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{a}_u \quad (2.173)$$

wobei

$$\mathbf{a}_{up} = [a_{up0} \quad a_{up1} \quad \cdots \quad a_{up,N-1}]^T \quad (2.174)$$

$$\mathbf{b}_{vp} = [b_{vp0} \quad b_{vp1} \quad \cdots \quad b_{vp,N-1}]^T \quad (2.175)$$

$$[A_{uv}^p(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})]_{mn} = \begin{cases} e^{j\Psi_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})} X_{uv}^{pnm}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) & , \text{ if } n - m - z_p(\Delta\boldsymbol{\theta}) \in \{0, 1\} \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases} \quad (2.176)$$

$$\mathbf{a}_u = [\mathbf{a}_{u0}^T \quad \mathbf{a}_{u1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{u,P-1}^T]^T \quad (2.177)$$

$$\mathbf{b}_v = [\mathbf{b}_{v0}^T \quad \mathbf{b}_{v1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{b}_{v,P-1}^T]^T \quad (2.178)$$

$$A_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \text{diag} (A_{uv}^0(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}), A_{uv}^1(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}), \cdots, A_{uv}^{P-1}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})) \quad (2.179)$$

2.16.3.1 SNR-Verlust

Im Rahmen der Entwicklung eines Ausdrucks für die Generalized Ambiguity Function einer Spread Spectrum Radar Wellenform haben wir einen Filter gewählt, der die gleiche Form wie die gesendete Wellenform hat, jedoch möglicherweise andere Phasen- und Frequenzcodes aufweist (siehe Gleichung 2.166 und Gleichung 2.167). Diese Wahl bietet die Flexibilität, eine Gruppe von Filtern auszuwählen, die die Orthogonalität der Wellenformen verbessern, indem ein nicht angepasster Filter verwendet wird. Dies geht jedoch mit einem Verlust des SNR einher, da der angepasste Filter in diesem Sinne optimal ist. In diesem Abschnitt bewerten wir die Rauschleistung und das SNR am Ausgang des Empfängerfilters und definieren eine Metrik für den SNR-Verlust im Vergleich zum angepassten Filter.

Sei das Rauschen $w(t)$ modelliert als komplexwertiges additives weißes gaußsches Rauschen (AWGN) mit einem Mittelwert von Null und einer Autokorrelation, gegeben durch $E[w(t)w^*(t')] = \sigma^2 \delta(t - t')$. Aus Gleichung 2.149 ergibt sich das Rauschen am Ausgang des v -ten Empfängerfilters wie folgt:

$$W_v(\boldsymbol{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t) y_v^*(t; \boldsymbol{\theta}) dt \quad (2.180)$$

wobei y_v dasselbe ist wie in Gleichung 2.158 und Gleichung 2.167. Indem wir diese Gleichungen ersetzen und die gleichen Annahmen wie für C_{uv} treffen, erhalten wir:

$$W_v(\boldsymbol{\theta}) \approx \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{m=0}^{N-1} b_{vpm}^* e^{j\Psi_v^{pm}(\boldsymbol{\theta})} W_v^{pm}(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.181)$$

wobei

$$\Psi_v^{pm}(\boldsymbol{\theta}) = 2\pi \left[(f_c + \beta_{vpm}) \tau_p(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}) t_m - \frac{\gamma_p(\boldsymbol{\theta}) t_m^2}{2} \right] \quad (2.182)$$

$$W_v^{pm}(\boldsymbol{\theta}) = \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} w(t + t_m + pT_r) e^{j2\pi\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta})t} dt \quad (2.183)$$

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta}) = \nu_p(\boldsymbol{\theta}) - \beta_{vpm} + \gamma_p(\boldsymbol{\theta}) t_m \quad (2.184)$$

$$t_m = \tau_p(\boldsymbol{\theta}) + mT_c + \frac{T_c}{2} \quad (2.185)$$

Beachten Sie, dass $E[W_v^{pm}] = 0$ und $E[(W_v^{pm})(W_v^{qn})^*] = \sigma^2 T_c \delta_{pq} \delta_{mn}$. Daher,

$$E[W_v] = 0 \quad (2.186)$$

$$E[W_v W_v^*] = \sigma^2 T_c \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{m=0}^{N-1} |b_{vpm}|^2 = \sigma^2 T_c \mathbf{b}_v^H \mathbf{b}_v \quad (2.187)$$

Wir schließen, dass die Rauschleistung nach dem Empfängerfilter $P_N = E[W_v W_v^*] = \sigma^2 T_c \mathbf{b}_v^H \mathbf{b}_v$ beträgt. Die Signalstärke am richtigen Zielparametervektor wird durch das Quadrat der Amplitude von C_{vv} gegeben, das heißt, $P_S = |C_{vv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}^*)|^2 = T_c^2 |\mathbf{b}_v^H \mathbf{a}_v|^2$. Daher wird das Signal-Rausch-Verhältnis durch

$$\text{SNR} = \frac{P_S}{P_N} = \frac{T_c}{\sigma^2} \frac{|\mathbf{b}_v^H \mathbf{a}_v|^2}{\mathbf{b}_v^H \mathbf{b}_v} \quad (2.188)$$

Das maximale SNR wird durch den angepassten Filter $\mathbf{b}_v = \mathbf{a}_v$ erreicht, sodass der SNR-Verlust als folgendes Verhältnis definiert werden kann

$$L_v = \frac{\text{SNR}_{\max}}{\text{SNR}} = \frac{(\mathbf{a}_v^H \mathbf{a}_v) (\mathbf{b}_v^H \mathbf{b}_v)}{|\mathbf{b}_v^H \mathbf{a}_v|^2} \geq 1 \quad (2.189)$$

2.16.4 Spread Spectrum Codes

Gleichung 2.172 zeigt, wie man die Ambiguity Function einer Spread Spectrum Wellenform berechnet, aber die Frage, welche Codes zu verwenden sind, bleibt noch offen. Nämlich müssen wir die Variablen a , b , α und β definieren, die die DSSS- und FHSS-Codes sowohl für die Wellenform als auch für den Filter repräsentieren. In diesem Abschnitt werden einige der in der Literatur gefundenen Methoden präsentiert und zusätzlich eine Methode entwickelt, die auf der Cross-Ambiguity Function Synthesetechnik aus [90] basiert.

2.16.4.1 Deterministisch definierte Codes

Eine Klasse von Codes, die für DSSS und FHSS verwendet werden, sind die so genannten deterministisch definierten Codes, was bedeutet, dass sie durch einfache, gut definierte Verfahren generiert werden, die einen deterministischen Code erzeugen. Diese Codes zeichnen sich durch ihre vorhersehbaren Generierungsmethoden aus und sind aufgrund ihrer strukturierten Natur typischerweise einfacher zu implementieren und zu analysieren. In diesem Bericht haben wir die Walsh-Hadamard-, M-Sequenz-, Gold- und Kasami-Codes für DSSS sowie den Costas-Code für FHSS getestet. In diesem Abschnitt beschreiben wir sie kurz.

Die Walsh-Hadamard-Codes sind gegenseitig orthogonale binäre Codes, was sie für synchrone CDMA-Anwendungen beliebt macht. Wie in Unterunterabschnitt 2.16.1.1 erklärt, muss die Orthogonalität jedoch auch zwischen verzögerten und frequenzverschobenen Versionen des Codes bewertet werden.

Walsh-Hadamard-Codes der Länge $2n$ werden als Spalten der Hadamard-Matrix H_{2n} betrachtet, die rekursiv definiert ist als

$$H_{2n} = \begin{bmatrix} H_n & H_n \\ H_n & -H_n \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.190)$$

Die orthogonale Eigenschaft ergibt sich aus der Tatsache, dass $H_{2n}^T H_{2n} = 2nI$. Die Autoren in [102] verwendeten Walsh-Hadamard-Codes in der Intrapulsmodulation von Radarsignalen, um die Widerstandsfähigkeit des Systems gegen elektronische Gegenmaßnahmen zu erhöhen, aber die Orthogonalitätseigenschaften werden nicht stark ausgenutzt. Die Autoren in [103] bewerteten die Auto- und Kreuzkorrelationseigenschaften der Walsh-Hadamard-Codes. Sie stellten fest, dass einige Codes in einer Hadamard-Matrix ideale Kreuzkorrelationen aufweisen, während einige andere Codes Nebenkeulen aufweisen, die so hoch sind wie die Hauptkeule. Das größte Problem bei Walsh-Hadamard-Codes war jedoch, dass die Autokorrelationsfunktion viele hohe Nebenkeulen aufwies, was sie für asynchrone Fälle nicht empfehlenswert macht.

Die Maximum Length Sequences (MLS), oder M-Sequenzen, gehören zur Klasse der binären Pseudorandom-Sequenzen und werden aus primitiven Polynomen konstruiert, die ein n -stufiges Rückkopplungs-Shift-Register definieren [104]. Die M-Sequenzen weisen quasi-orthogonale Autokorrelationsfunktionen auf, die den Wert 1 bei null Verzögerung und $-1/N$ für andere Zeitverschiebungen annehmen. Die Kreuzkorrelationsfunktionen zeigen kein Muster [105], aber einige Eigenschaften werden in [106] vorgestellt. In [104] werden sie hinsichtlich der Leistungsfähigkeit zur Schätzung von Verzögerung und Doppler-Verschiebung mit LFM-Wellenformen verglichen.

Die Gold- und Kasami-Sequenzen leiten sich beide von M-Sequenzen ab [105]. Die Gold-Codes werden aus der modulo-2-Summe von zwei verschiedenen M-Sequenzen konstruiert und weisen begrenzte Kreuzkorrelationswerte auf. Die Kasami-Codes werden für gerade M-Sequenzen durch Dekimation und modulo-2-Additionen konstruiert. Sie sind optimal in Bezug auf die Welch-Grenze, eine untere Grenze für die Kreuzkorrelation von Codes.

Der Costas-Code wird für FHSS-Wellenformen verwendet und ist so konzipiert, dass er ein Frequenzsprungmuster bildet, bei dem jede verzögerte und frequenzverschobene Version höchstens eine Chip-Phasenübereinstimmung aufweist. Die Konstruktion und die Eigenschaften eines Costas-Codes werden in [107] vorgestellt. Die Eigenschaften der Kreuzkorrelation von zwei Costas-Arrays hängen von der Konstruktionsmethode ab. Zum Beispiel beträgt die maximale Kreuzkorrelation von zwei Welch-Costas-Arrays, die aus reziproken primitiven Wurzeln einer ungeraden Primzahl generiert wurden, 2, während sie für Primzahlen, die modulo 4 gleich 1 sind, $n/2$ erreichen kann [108]. Das größte Problem bei Costas-Codes ist das Problem, eine große Menge von Costas-Codes mit guten Kreuzkorrelationseigenschaften zu finden, was die Anzahl der Sender einschränkt. Dieses Problem wurde in [109] behandelt, in dem die Autoren ein doppelt codiertes Costas-Array vorschlugen, das zwei Costas-Codes kombiniert, indem die Unterpulse des Hauptcodes mit einem anderen Code codiert werden.

Zusätzlich zu diesen Codes haben wir in der Literatur Polyphase-Codes für DSSS gefunden, wie Frank, FZC, P1, P2, P3, P4, Px und Oppermann-Codes, deren Leistung in [110] bewertet wird. Was FHSS betrifft, so war ein anderer Ansatz eine chaosbasierte Pseudo-Rauschsequenz, deren Auto- und Kreuzkorrelationseigenschaften im Durchschnitt berechnet werden [111]. Diese Codes werden in diesem Bericht nicht getestet.

2.16.4.2 Heuristische und metaheuristische Optimierung

Die für CDMA verwendeten Codes können auch durch Optimierungsalgorithmen gewonnen werden, die darauf ausgelegt sind, bestimmte Leistungsmerkmale zu verbessern. In diesem Abschnitt präsentieren wir eine Reihe von Optimierungsalgorithmen, insbesondere solche, die heuristische oder metaheuristische Methoden anwenden. Diese Ansätze können akzeptable Ergebnisse innerhalb eines machbaren Zeitrahmens durch Ausprobieren liefern, obwohl sie keine Optimalität garantieren [112]. Dies steht im Gegensatz zu deterministischen iterativen Methoden, die konvergente Eigenschaften aufweisen, aber

häufig Schwierigkeiten haben, wenn sie mit zunehmender Komplexität konfrontiert werden, wie der hohen Dimensionalität, die bei Code-Optimierungsproblemen inhärent ist.

Es gibt eine große Vielzahl von metaheuristischen Optimierungsmethoden, mit über 500 neuen Algorithmen, die bis heute entwickelt wurden [112]. Diese Vielfalt zeigt sich auch in Methoden, die speziell darauf abzielen, Mengen orthogonaler Codes zu erzeugen. Vergleiche zwischen diesen Methoden sind aufgrund von Variationen in der Parameterwahl, den Annahmen zum Signalmodell und den Leistungsmetriken schwierig. Darüber hinaus vernachlässigen viele Ansätze die Doppler-Verschiebung, was es schwierig macht, ihre Anwendbarkeit für Raumfahrtanwendungen ohne Neimplementierung zu bewerten. Im Gegensatz dazu konzentriert sich diese Studie nicht auf metaheuristische Methoden; stattdessen betont sie eine deterministische iterative Methode, die auf der Synthese der Ambiguity Function basiert und im nächsten Abschnitt beschrieben wird. Dennoch halten wir es für wertvoll, die allgemeinen Prinzipien zu beschreiben, die diesen metaheuristischen Methoden zugrunde liegen, und die Ansätze relevanter Arbeiten in der Literatur zusammenzufassen.

Eine gemeinsame Eigenschaft war die Verwendung der Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen zur Definition der Fitnessfunktionen, speziell eine Kombination aus *PSLR*, *ISLR*, *PSL* und *ISL*, die in Gleichung 2.152 und Gleichung 2.153 definiert sind. Die meisten Studien konzentrieren sich auf Einzelpulsgestaltungen unter Verwendung von Polyphase DSSS mit unterschiedlichen Optimierungsalgorithmen wie Simulated Annealing [113, 114], Cross Entropy [115], genetischen Algorithmen [116, 117, 118, 119] und anderen [120]. Einige Arbeiten wenden Einzelpulsgestaltungen für FHSS an [121, 99] oder eine Kombination aus DSSS und FHSS [122, 123]. Die Studie [124] untersucht komplementäre Mehrfachpulse für DSSS und verwendet den Adam-Optimierer, um eine Zielfunktion zu minimieren, die mit Hilfe eines konvolutionalen neuronalen Netzwerks bewertet wird.

Einige Studien integrieren zusätzliche Modulationstechniken wie die lineare Frequenzmodulation (LFM) [125, 122, 123]. Bemerkenswert ist, dass [113, 124] Dopplereffekte in ihrer Optimierung berücksichtigt, während die Mehrheit der gefundenen Arbeiten ausschließlich für 0-Doppler-Bedingungen optimiert, was ihre Anwendbarkeit in dynamischen Umgebungen einschränkt. Dennoch bewerten die Studien [115, 114, 125, 123] die Dopplertoleranz nach der Optimierung.

Insgesamt, während eine Vielzahl von Optimierungsalgorithmen und Techniken für das Design orthogonaler Wellenformen untersucht wurde, bleibt eine signifikante Lücke in der Berücksichtigung der Auswirkungen der Doppler-Verschiebung, die für effektive Raumfahrtanwendungen entscheidend ist. Zukünftige Forschungen sollten darauf abzielen, diese Lücke zu schließen, indem sie Doppler-Überlegungen umfassender in die Optimierungsrahmen integrieren.

2.16.4.3 Deterministische Iterative Optimierung

Deterministische iterative Codes werden durch eine Reihe definierter, wiederholbarer Prozesse erzeugt, die die Codes systematisch verfeinern. Diese Methoden basieren nicht auf Randomisierung oder probabilistischen Schritten; stattdessen nutzen sie vordefinierte Regeln, um die Codes iterativ zu verbessern. Dieser Ansatz ermöglicht eine strukturierte Methode zur Erzeugung von Codes, während gleichzeitig ein gewisses Maß an Optimierung durch die iterative Verfeinerung ermöglicht wird. Allerdings haben diese Methoden begrenzte Erkundungsmöglichkeiten und konvergieren normalerweise zu lokalen Minima. Metaheuristische Methoden können eingesetzt werden, um Anfangsschätzungen für deterministische iterative Methoden zu erzeugen, was ihre Konvergenz und Gesamtleistung potenziell verbessern kann.

Die Literatur über deterministische iterative Methoden für das Design orthogonaler Wellenformen untersucht sowohl Einzelpulse- als auch komplementäre Mehrfachpulse-Konfigurationen, wobei die meisten Studien sich auf Polyphase Direct Sequence Spread Spectrum (DSSS)-Techniken konzentrieren. Bemerkenswert ist, dass viele Designs für 0-Doppler-Bedingungen optimiert sind, obwohl einige Arbeiten Doppler-Überlegungen in ihre Optimierungsrahmen integrieren.

Unter den Studien, die den Code für einen Einzelpuls optimieren, sind einige der verwendeten Methoden die zyklischen Algorithmen (CAN, WeCAN und CAD) [126], die quasi-Newton-Methode L-BFGS [127], die Sequential Cone Programming [128], die Iterative Sequential Quartic Optimization [129] und manifoldbasierte Algorithmen [130]. Die meisten dieser Studien konzentrieren sich auf 0-Doppler-

Bedingungen und verwenden Kostenfunktionen, die auf Auto- und Kreuzkorrelationsmetriken basieren. Eine Ausnahme ist die Arbeit [128], die Dopplereffekte während der Optimierung berücksichtigt und die Auswirkungen von Doppler-Verschiebungen auf die Leistung analysiert.

Was die Verwendung komplementärer Mehrfachpulse betrifft, so löst die Studie in [131] die Multi-Sequenz-Optimierung mittels eines Majorization-Minimization-Algorithmus, berücksichtigt jedoch entweder den Fall eines Satzes von komplementären Sequenzen (ideale Autokorrelationsfunktion nach der Summe) eines Satzes orthogonaler Codes (nur Einzelpuls) oder den Fall von komplementären Codes mit orthogonalen Eigenschaften, der nicht berücksichtigt wird. Darüber hinaus optimieren sie nur für 0-Doppler.

Es ist erwähnenswert, dass die Algorithmen für Einzelpulse auf Mehrfachpulse angepasst werden können, wenn man eine Folge von Pulsen als lange Einzelwellenform betrachtet. Allerdings müssen Doppler-Verschiebungen angepasst werden, um die Pulswiederholzeit zu berücksichtigen, eine Reichmigrationsverschiebung kann nicht vernachlässigt werden.

2.16.4.4 Vorgeschlagener Ansatz: Synthese der Ambiguity Function

Das Problem der Synthese der Cross-Ambiguity Function (CAF) besteht darin, die gesendete Wellenform und den Empfangsfilter zu berechnen, die eine CAF erzeugen, die eine gewünschte Funktion über alle Zeit- und Doppler-Verschiebungen innerhalb eines bestimmten Bereichs approximiert [90, 132, 92]. In diesen Studien werden sowohl die Wellenform als auch der Empfangsfilter als eine Folge benachbarter Pulse modelliert, die durch einen komplexen Code gewichtet sind. Die CAF wird als Funktion der gesendeten und empfangenen Codes berechnet. Eine Zielfunktion wird definiert, um zu bewerten, wie genau die erhaltene CAF der Ziel-CAF entspricht. Die zentrale Herausforderung besteht darin, den Code zu bestimmen, der diese Zielfunktion optimiert. Das Optimierungsproblem wird interaktiv gelöst, indem einige der Parameter fixiert werden, während die anderen durch Setzen des Gradienten auf Null ermittelt werden. Die Arbeit [133] befasst sich ebenfalls mit der AF-Synthese und schlägt einen rechnerisch schnelleren Algorithmus vor, berücksichtigt jedoch nur die Thumbtack-Ambiguity Function. Keine dieser Arbeiten berücksichtigt die Orthogonalität mehrerer Wellenformen. Darüber hinaus wird die Generalized Ambiguity Function (GAF) als Funktion der Zielparameter nicht berücksichtigt. In unserer AF-Synthese erweitern wir die Arbeiten von [90, 132, 92], um mehrere Wellenformen zu berücksichtigen und die Generalized Ambiguity Functions anstelle von Range-Doppler-Ambiguity Functions zu synthetisieren. Darüber hinaus umfasst die Zielfunktion die G-AAF und G-CAF aller möglichen Kombinationen von sendendem Code und Empfangsfilter, um die Orthogonalitätseigenschaften zu implementieren.

Der Ansatz zur Synthese der AF synthetisiert effektiv kleine Regionen der Range-Doppler-Karte. Allerdings versagt er, wenn der gesamte Range-Doppler-Raum (von negativ bis positiv unendlich) betrachtet wird. Diese Einschränkung ergibt sich aus der konstanten Volumeneigenschaft der Ambiguity Functions [91] und aus der Zielfunktion, die in Bezug auf die Norm des quadratintegrierbaren Funktionsraums $L^2(\mathbb{R}^2)$ definiert ist, zu dem die Ambiguity Functions gehören. Um dieses Problem anzugehen, verfahren wir wie in [92, 133] und betrachten eine Pulsfolge, wie sie typisch für gepulste Radarsysteme ist, verwenden jedoch für jeden Puls einen anderen Code. Die Pulse werden unabhängig von verschiedenen Filtern verarbeitet, und die Ausgaben werden kohärent integriert. Da die Summe von Ambiguity Functions auch eine Ambiguity Function ist, wenn und nur wenn die Wellenformen gleich sind, abgesehen von einer Konstante [91], wird die Summe der Filterausgaben nicht mehr der konstanten Volumeneigenschaft gehorchen. Tatsächlich, wenn P Pulse $x_p(t) \in L^2(\mathbb{R})$ gesendet werden, wobei jeder eine normierte Energie $\|x_p\|_{L^2(\mathbb{R})} = 1$ hat, wird das Volumen unter der Summe ihrer Ambiguity Functions $A_p \in L^2(\mathbb{R}^2)$ gegeben durch

$$\left\| \sum_{p=0}^{P-1} A_p \right\|_{L^2(\mathbb{R}^2)} = \sum_{p=0}^{P-1} \|A_p\|_{L^2(\mathbb{R}^2)} = P \|x_p\|_{L^2(\mathbb{R})}^2 = P \quad (2.191)$$

Die erste Gleichung ergibt sich aus der Orthogonalität (in Slow-Time) der Pulse, während die zweite aus Moyal's Identität $\|A_{uv}\|_{L^2(\mathbb{R}^2)} = \|x_u\|_{L^2(\mathbb{R})} \|x_v\|_{L^2(\mathbb{R})}$ stammt. Wenn man einen einzelnen Puls $x \in L^2(\mathbb{R})$

mit einer äquivalenten Gesamtenergie $\|x\|_{L^2(\mathbb{R})} = P$ sendet, wäre das Volumen unter seiner Ambiguity Function $\|A\|_{L^2(\mathbb{R}^2)} = \|x\|_{L^2(\mathbb{R})}^2 = P^2$. Das bedeutet, wir beobachten eine Reduktion um den Faktor P in der Volumeneigenschaft, was auf eine mögliche Reduzierung des Nebenkeulenpegels hindeutet, da die Spitze der Hauptkeule in beiden Fällen gleich P ist. Letztendlich wird nur ein Signal gesendet, das über einen langen Zeitraum verteilt ist, und die konstante Volumeneigenschaft der AF bleibt auch für die Pulsfolge als Wellenform gültig. Die Verwendung komplementärer Wellenformen ist lediglich ein Mittel zur Manipulation der Ambiguity Function, indem die Loben in weniger schädliche Teile der Range-Doppler-Ebene verschoben werden [91, 134].

Als Nächstes präsentieren wir den Ansatz zur Synthese der AF für das Design orthogonaler Wellenformen. Angenommen, wir haben M Sender. Wir wollen eine Menge von M orthogonalen Wellenformen $x_u(t)$ und M Empfangsfiltern $y_u(t)$ finden, die die jeweilige Wellenform wiederherstellen können, während sie die anderen unterdrücken, für $u \in [0, M-1] \subset \mathbb{Z}$. Im Rahmen des CAF-Syntheseansatzes bedeutet dies, dass wir M^2 CAF synthetisieren wollen, nämlich $C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ für $(u, v) \in [0, M-1] \times [0, M-1]$.

Sei $\hat{C}_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ die gewünschte Amplitude der CAF $C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$. Wir definieren die Synthese-Zielfunktion S als

$$S = \sum_{u,v=0}^{M-1} \int_{-\infty}^{\infty} w_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \left| \hat{C}_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) e^{j\Psi_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})} - C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) \right|^2 d\boldsymbol{\theta} \quad (2.192)$$

wobei $w_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ eine Gewichtsfunktion ist, die verwendet werden kann, um den Synthesebereich auszuwählen, $\hat{C}_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ die Ziel-CAF ist und $\Psi_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ ein Phasenterm ist, der eingeführt wurde, um mit dem Betrag der CAF umzugehen. Es ist leicht zu erkennen, dass der Minimierer $\Psi_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ gegeben ist durch $\Psi_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \arg \{C_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})\}$.

Wir setzen C_{uv} aus Gleichung 2.173 in das in Gleichung 2.192 definierte Ziel ein und verwerfen den konstanten Term, da er die Minimierungslösung nicht beeinflusst. Die Zielfunktion wird unten als Funktion der Phasencodes geschrieben:

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{u,v=0}^{M-1} \int_{-\infty}^{\infty} w_{uv} \left[|\mathbf{b}_v^H A_{uv} \mathbf{a}_u|^2 - \mathbf{b}_v^H \hat{C}_{uv}^* e^{-j\Psi_{uv}} A_{uv} \mathbf{a}_u - \mathbf{a}_u^H \hat{C}_{uv} e^{j\Psi_{uv}} A_{uv}^H \mathbf{b}_v \right] d\boldsymbol{\theta} \quad (2.193)$$

wobei $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_0^T \quad \mathbf{a}_1^T \quad \dots \quad \mathbf{a}_{M-1}^T]^T$ und $\mathbf{b} = [\mathbf{b}_0^T \quad \mathbf{b}_1^T \quad \dots \quad \mathbf{b}_{M-1}^T]^T$. Die Argumente $(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta})$ wurden unterdrückt, um die Notation zu erleichtern.

Durch die Minimierung von $S(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ können wir die Auto- und Cross-Ambiguity Functions an die gewünschten \hat{C}_{uv} -Funktionen annähern. Der SNR-Verlust aufgrund des nicht angepassten Filters wird jedoch nicht berücksichtigt und könnte übermäßig hohe Werte erreichen. Um hohen SNR-Verlust zu vermeiden, betrachten wir die folgende zusätzliche Zielfunktion, um den SNR-Verlust zu minimieren.

$$L(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{u=0}^{M-1} |PN e^{j\Psi_u} - \mathbf{b}_u^H \mathbf{a}_u|^2 = M(PN)^2 + \sum_{u=0}^{M-1} \left[|\mathbf{b}_u^H \mathbf{a}_u|^2 - PN e^{-j\Psi_u} \mathbf{b}_u^H \mathbf{a}_u - PN e^{j\Psi_u} \mathbf{a}_u^H \mathbf{b}_u \right] \quad (2.194)$$

wobei wir ohne Verlust der Allgemeinheit angenommen haben, dass \mathbf{b}_u^H und \mathbf{a}_u normalisiert sind, sodass $\mathbf{b}_u^H \mathbf{b}_u = \mathbf{a}_u^H \mathbf{a}_u = PN$. Darüber hinaus kann der konstante Term $M(PN)^2$ verworfen werden, und $\Psi_u = \arg \{\mathbf{b}_u^H \mathbf{a}_u\}$ ist ein Hilfsphasenterm. Beachten Sie, dass $L(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \geq 0$ gilt, wobei die Gleichheit erreicht wird, wenn und nur wenn $\mathbf{b}_u = \mathbf{a}_u$, das heißt, mit dem angepassten Filter.

Die kombinierte Zielfunktion wird als gewichtete Summe von Gleichung 2.192 und Gleichung 2.194 definiert, und zwar explizit als $\Gamma(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \epsilon S(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (1 - \epsilon)L(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, wobei $\epsilon \in [0, 1]$ ist. Das Minimierungsproblem kann dann formuliert werden als

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{a}, \mathbf{b}} \quad & \Gamma(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ \text{s.t.} \quad & |a_{upn}| = 1 \quad \text{for } u = 0, 1, \dots, M-1 \\ & \mathbf{b}_{up}^H \mathbf{b}_{up} = N \quad p = 0, 1, \dots, P-1 \\ & n = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (2.195)$$

Gleichung 2.195 stellt ein quartisches Optimierungsproblem mit nicht-konvexen Einschränkungen dar und ist nicht leicht direkt zu lösen. Daher wenden wir den Block-Koordinaten-Abstieg-Ansatz [135] an, bei dem die gesamte Optimierung in einfachere Teilprobleme aufgeteilt wird, die in iterativen Schritten gelöst werden: Zuerst nehmen wir an, dass \mathbf{b} konstant ist und optimieren für \mathbf{a} , dann machen wir das Gegenteil und betrachten \mathbf{a} konstant, um für \mathbf{b} zu optimieren. Die Zielfunktion für \mathbf{b} und \mathbf{a} fixiert wird respektive:

$$\mathbf{b} \text{ fixed: } \Gamma(\mathbf{a}) = \mathbf{a}^H F \mathbf{a} - \mathbf{b}^H H \mathbf{a} - \mathbf{a}^H H^H \mathbf{b} \quad (2.196)$$

$$\mathbf{a} \text{ fixed: } \Gamma(\mathbf{b}) = \mathbf{b}^H G \mathbf{b} - \mathbf{b}^H H \mathbf{a} - \mathbf{a}^H H^H \mathbf{b} \quad (2.197)$$

wobei

$$F_u = \epsilon \sum_{v=0}^{M-1} \int_{-\infty}^{\infty} w_{uv} A_{uv}^H \mathbf{b}_v \mathbf{b}_v^H A_{uv} d\boldsymbol{\theta} + (1 - \epsilon) \mathbf{b}_u \mathbf{b}_u^H \quad (2.198)$$

$$F = \text{diag}(F_0, F_1, \dots, F_{M-1}) \quad (2.199)$$

$$G_v = \epsilon \sum_{u=0}^{M-1} \int_{-\infty}^{\infty} w_{uv} A_{uv} \mathbf{a}_u \mathbf{a}_u^H A_{uv}^H d\boldsymbol{\theta} + (1 - \epsilon) \mathbf{a}_v \mathbf{a}_v^H \quad (2.200)$$

$$G = \text{diag}(G_0, G_1, \dots, G_{M-1}) \quad (2.201)$$

$$H_{vu} = \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} w_{uv} \hat{C}_{uv}^* e^{-j\Psi_{uv}} A_{uv} d\boldsymbol{\theta} + (1 - \epsilon) P N e^{-j\Psi_u} \delta_{uv} I \quad (2.202)$$

$$H = \begin{bmatrix} H_{00} & H_{01} & \cdots & H_{0,M-1} \\ H_{10} & H_{11} & \cdots & H_{1,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{M-1,0} & H_{M-1,1} & \cdots & H_{M-1,M-1} \end{bmatrix} \quad (2.203)$$

Beachten Sie, dass das Problem auf ein quadratisches Problem vereinfacht wurde, aber die nicht-konvexen Einschränkungen bestehen bleiben. Um mit der Einschränkung umzugehen, verwenden wir den Ansatz, der in [90] präsentiert wird, bei dem die Optimierung ohne Berücksichtigung der Einschränkungen durchgeführt wird und dann die Lösung zurück in die zulässige Menge von Lösungen projiziert wird. Die Minimierungs- und Projektionsschritte sind:

$$\mathbf{b} \text{ fixed: } \mathbf{a}^* = F^{-1} H^H \mathbf{b} \quad (2.204)$$

$$\mathbf{a}^* \leftarrow e^{j \arg(\mathbf{a}^*)} \quad (2.205)$$

$$\mathbf{a} \text{ fixed: } \mathbf{b}^* = G^{-1} H \mathbf{a} \quad (2.206)$$

$$\mathbf{b}_v^* \leftarrow \mathbf{b}_v^* \sqrt{\frac{PN}{\mathbf{b}_v^{*H} \mathbf{b}_v^*}} \quad (2.207)$$

Die Zielfunktion Γ in Gleichung 2.196 und Gleichung 2.197 hat ein Minimum im unconstrained Raum von \mathbf{a} und \mathbf{b} , wenn und nur wenn die Hessian-Matrix von Γ positiv definit ist, was impliziert, dass die Matrizen F und G positiv definit sein sollten. Um die Positive Definitheit von F und G sicherzustellen, wenden wir zusätzlich eine diagonale Lastung an, gegeben durch $F \leftarrow F + \lambda_F I$ und $G \leftarrow G + \lambda_G I$, wobei λ_F und λ_G größer sind als der absolute Wert des negativsten Eigenwerts von F und G , respektive. Eine ähnliche Technik wird in [136] verwendet. Beachten Sie, dass die Positive Definitheit von F und G auch sicherstellt, dass die Zielfunktion in jedem der Schritte in Gleichung 2.204 und Gleichung 2.206 abnimmt.

An diesem Punkt kann man die Auto- und Kreuz-Ambiguity Functions synthetisieren, indem man die gewünschten C_{uv} -Funktionen und die Gewichtsfunktionen w_{uv} bereitstellt und dann \mathbf{a} und \mathbf{b} iterativ

optimiert, bis ein Konvergenzkriterium erfüllt ist. Dies bietet Flexibilität, um einen Interessensbereich im Raum von $\boldsymbol{\theta}$ sowie eine gewünschte Form für die Funktionen auszuwählen. Um mit dem Design orthogonaler Wellenformen fortzufahren, wählen wir eine bestimmte Menge von Funktionen \hat{C}_{uv} , die die idealen Orthogonalitätsanforderungen erfüllen:

$$\hat{C}_{uv}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} 0 & , u \neq v \\ \delta(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^*) & , u = v \end{cases} \quad (2.208)$$

Die gewünschte CAF-Amplitude beeinflusst nur die Matrix H , sodass sie die blockdiagonale Matrix der Matrizen $H_u = [\epsilon w_u T_c e^{-j\Psi_u} + (1 - \epsilon) N P e^{-j\Psi_u}] I$ ist, wobei $\Psi_u = \arg(\mathbf{b}_u^H \mathbf{a}_u)$ und $w_u = w_{uu}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}^*)$. Darüber hinaus haben wir angenommen, dass der gleiche Frequenzcode für die Sendewellenform und den Empfangsfilter verwendet wird. Die Minimierer für das Design orthogonaler Wellenformen sind:

$$\mathbf{b} \text{ fixed: } \mathbf{a}_u^* = [\epsilon w_u T_c e^{j\Psi_u} + (1 - \epsilon) N P e^{j\Psi_u}] F_u^{-1} \mathbf{b}_u \quad (2.209)$$

$$\mathbf{a} \text{ fixed: } \mathbf{b}_v^* = [\epsilon w_u T_c e^{-j\Psi_u} + (1 - \epsilon) N P e^{-j\Psi_v}] G_v^{-1} \mathbf{a}_v \quad (2.210)$$

2.16.5 Numerische Experimente

In diesem Unterabschnitt werden einige numerische Experimente vorgestellt, um den vorgeschlagenen CAF-Synthesalgorithmus zu testen und seine Leistung im Vergleich zu klassischen analytisch abgeleiteten Codes zu bewerten. In den Simulationen verwendeten wir zwei Sender und zwei Empfangsfilter, wobei jeder Filter mit einem bestimmten Sender verbunden ist. Die AAF wurde bewertet, indem die Wellenform des ersten Senders mit dem ersten Filter verarbeitet wurde, während die CAF bewertet wurde, indem die Wellenform des ersten Senders mit dem Filter verarbeitet wurde, der mit dem zweiten Sender verbunden ist. Die verbleibenden Kombinationen von gesendeten Wellenformen und Filtern wurden nicht bewertet, da sie für diese Analyse als redundant angesehen wurden.

Zunächst testeten wir die Fähigkeit des Algorithmus, beliebige AAF-Formen zu synthetisieren und dabei die Orthogonalität in der CAF aufrechtzuerhalten. Die erste untersuchte Form war eine 'chirp-ähnliche' AAF, gefolgt von einer lokal thumbtack-förmigen AAF in einem Bereich um den Ursprung für Verfolgungsanwendungen. Die Ergebnisse dieser Tests werden in Unterunterabschnitt 2.16.5.1 präsentiert.

In einem zweiten Experiment analysierten wir die Auswirkungen der Verwendung mehrerer Pulse, von denen jeder mit unterschiedlichen Codes versehen war, auf den Synthesalgorithmus. Die Ziel-AAF wurde auf eine thumbtack-Form eingestellt, während die Ziel-CAF auf null gesetzt wurde. Der Synthesalgorithmus wurde mehrfach mit einer zunehmenden Anzahl von Pulsen ausgeführt. Die Ergebnisse dieser Tests werden in Unterunterabschnitt 2.16.5.2 präsentiert.

Im dritten Experiment bewerteten wir die Leistung des Algorithmus bei der Synthese von Wellenformen mit einer idealen AAF (thumbtack-Form) und einer null CAF. Zu den Strategien gehörten die Verwendung einer digitalen Impulsfunktion mit einer Schutzmaske, einer gaußschen Funktion und einer Sinc-Funktion für die Hauptkeule, um die Synthesestabilität und -qualität zu verbessern. Die Ergebnisse dieser Tests werden in Unterunterabschnitt 2.16.5.3 präsentiert.

In den Experimenten bewerteten wir die Leistung anhand mehrerer Metriken: Peak Sidelobe Level Ratio (PSLR), Integrated Sidelobe Level Ratio (ISLR) und Averaged Sidelobe Level Ratio (ASLR) für die AAF; sowie Peak Sidelobe Level (PSL), Integrated Sidelobe Level (ISL) und Averaged Sidelobe Level (ASL) für die CAF. Diese Metriken wurden über den gesamten Zielparameterraum bewertet, der Reichweite, radialer Geschwindigkeit und radialer Beschleunigung umfasst, sowie über spezifische Teilmengen, die als "Slices" bezeichnet werden. Die Slices umfassen die Reichgeschwindigkeits-Ebene, die Reichweiteachse und die Geschwindigkeitsachse. Niedrigere Werte dieser Metriken weisen auf eine bessere Leistung hin und bieten eine umfassende Bewertung der Synthesefähigkeit des Algorithmus unter verschiedenen Bedingungen.

Tabelle 2.7 zeigt die gemeinsamen Parameter, die in den Simulationen verwendet werden. Testspezifische Parameter werden im Text des entsprechenden Tests beschrieben.

Parameter	Wert
Pulsbreite	1ms
Trägerfrequenz	1.5GHz
PRT	0.02s
Anzahl der Pulse	10
Code-Länge (pro Puls)	256
Anzahl der Sender	2

Tabelle 2.7: Gemeinsame Parameter, die in numerischen Experimenten verwendet werden.

2.16.5.1 Chirp-ähnliche AAF und Tracking-Anwendung

In a first experiment, we test the algorithm’s capability to synthesize arbitrary shapes in the AAF while maintaining orthogonality in the CAF. For this purpose, in the first test, we set the goal AAF as a chip-like AAF, which has a diagonal of ones in the range-Doppler AAF. In the second test, we consider a tracking application, in which the search region in the target parameter space is reduced due to previous knowledge, and we set the goal AAF as a “thumbtack” in a smaller region around the origin and the other regions are not optimized.

Für die chirp-ähnliche Simulation wurde die Ziel-AAF als Diagonale mit 1-Werten und die anderen Werte als 0 festgelegt, wie in Abbildung 2.98 gezeigt. Die Ziel-CAF wurde auf null gesetzt. Das Ergebnis, das nach der Konvergenz erzielt wurde, wird in Abbildung 2.99 präsentiert. Aus Abbildung 2.99a stellen wir fest, dass die erzeugten Wellenformen sehr ähnlich einer Chirpwellenform sind, abgesehen von den zeitgestuften Phasenverschiebungen und einer Amplitudenmodulation für die Rx-Filter. Obwohl das Ergebnis nicht beeindruckend ist, was die Erlangung eines neuen Wellenformcodes betrifft, ist es interessant zu sehen, dass der Synthesalgorithmus in der Lage war, den Phasencode zu erzeugen, der die lineare Frequenzmodulation der Chip-Wellenform reproduziert, um die Ziel-AAF zu approximieren. Im Frequenzbereich bemerken wir in Abbildung 2.99b die Ähnlichkeit mit dem Frequenzspektrum des Chips und sehen, dass die erzeugten Chirps in unterschiedlichen Mittel-Frequenzen platziert sind. Dieses Ergebnis ergibt sich aus der Orthogonalitätsanforderung, die durch die Ziel-CAF mit null durchgesetzt wird. Schließlich präsentieren wir in Abbildung 2.99c und Abbildung 2.99d die AAF bzw. CAF.

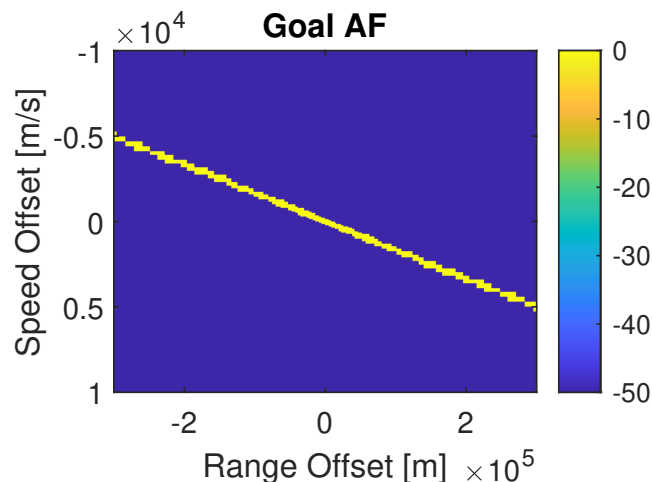
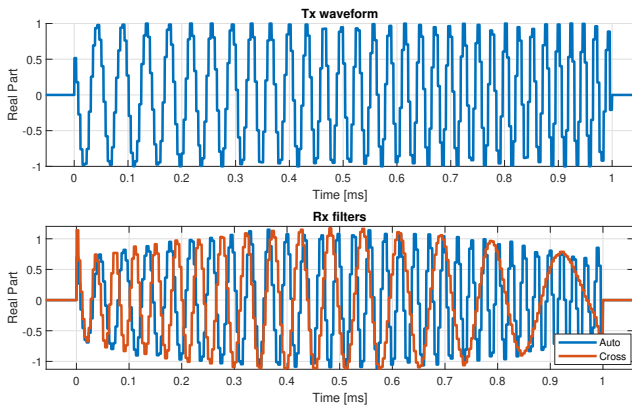
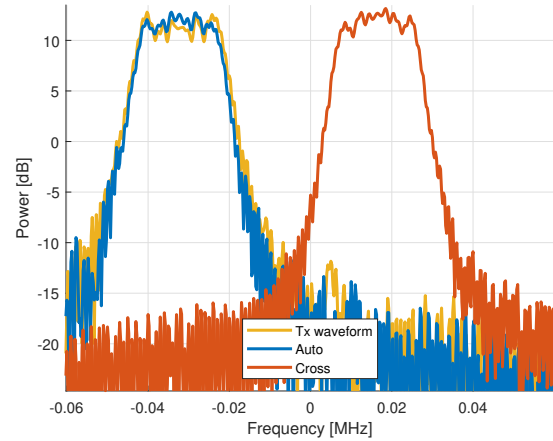


Abbildung 2.98: Ziel-AAF für chirp-ähnliche Wellenform.

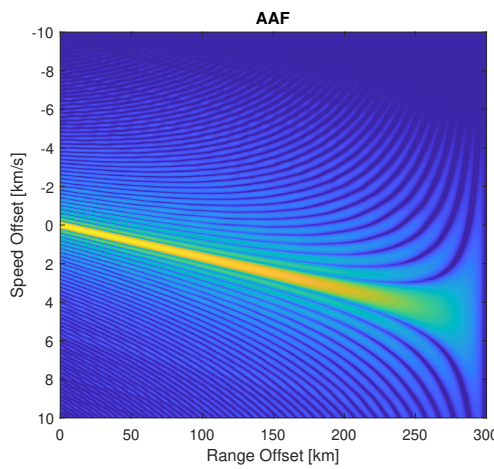
Im Experiment zur Verfolgungsanwendung betrachten wir den Fall, in dem die Reichweite und die Doppler-Geschwindigkeit des Ziels bereits mit einem gewissen Grad an Unsicherheit bekannt sind und die Erkennung darauf abzielt, die Vorhersagen zu korrigieren. Daher ist es nicht notwendig, nach dem Ziel im gesamten Zielparameterraum zu suchen, und man kann sich stattdessen auf einen kleineren Bereich um den Ursprung konzentrieren. In diesem Fall sind hohe Nebenkeulen außerhalb des



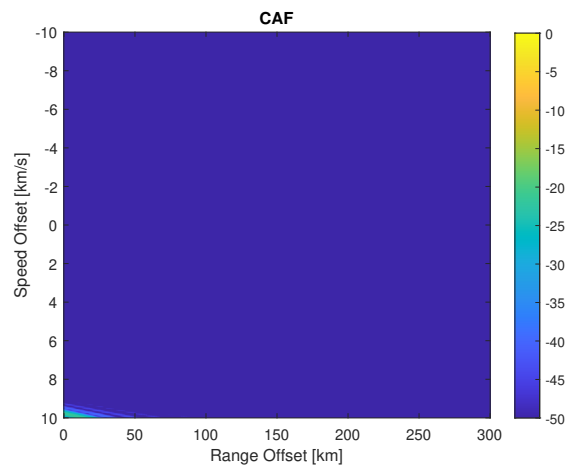
(a) Erster Puls im Zeitbereich.



(b) Erster Puls im Frequenzbereich.



(c) AAF.



(d) CAF.

Abbildung 2.99: Ergebnisse für chirp-ähnliche Wellenform.

Suchbereichs irrelevant, und wir können die Optimierung in diesem Bereich ignorieren. Um dies zu testen, reduzieren wir den Optimierungsbereich auf $[0, 50]$ km in der Reichweite und $[-1.125, 1.125]$ km/s in der radialen Geschwindigkeit. Die Ziel-AAF, die in Abbildung 2.100 gezeigt wird, wird auf eine Impulsfunktion (diskrete Einheitssamplefunktion) mit dem Wert 1 am Ursprung und 0 überall sonst festgelegt. Die CAF wird auf null gesetzt. Die Gewichtsfunktion beträgt überall 1, außer in einem Schutzbereich um den Ursprung, wie in Abbildung 2.101 gezeigt. Der Grund für diesen Schutzbereich ist, numerische Instabilitäten zu vermeiden, da der Algorithmus versuchen würde, einen Bereich zu optimieren, der aufgrund der Auflösung nicht nullifiziert werden kann. Die resultierende AAF und CAF werden in Abbildung 2.102 präsentiert, wo wir feststellen, dass das durchschnittliche Nebenkeulenlevel im Optimierungsbereich bis zu -50 dB beträgt. Die genauen numerischen Werte für die berechneten Metriken werden in Tabelle 2.8 präsentiert. Mit diesem Test demonstrieren wir die Wirksamkeit des vorgeschlagenen Algorithmus zur Optimierung von Wellenformen, die speziell für Verfolgungsanwendungen zugeschnitten sind.

2.16.5.2 Effect of multiple pulses

Dieses Experiment zielt darauf ab, die Auswirkungen der Verwendung mehrerer Pulse zu untersuchen, die jeweils mit unterschiedlichen Codes codiert sind, auf die Synthese von Ambiguity Functions. Das Ziel war es zu beurteilen, ob die Erhöhung der Anzahl der Pulse die Reduzierung des Nebenkeulenpegels effektiv verbessern und die Kreuzkorrelationsinterferenz verringern könnte.

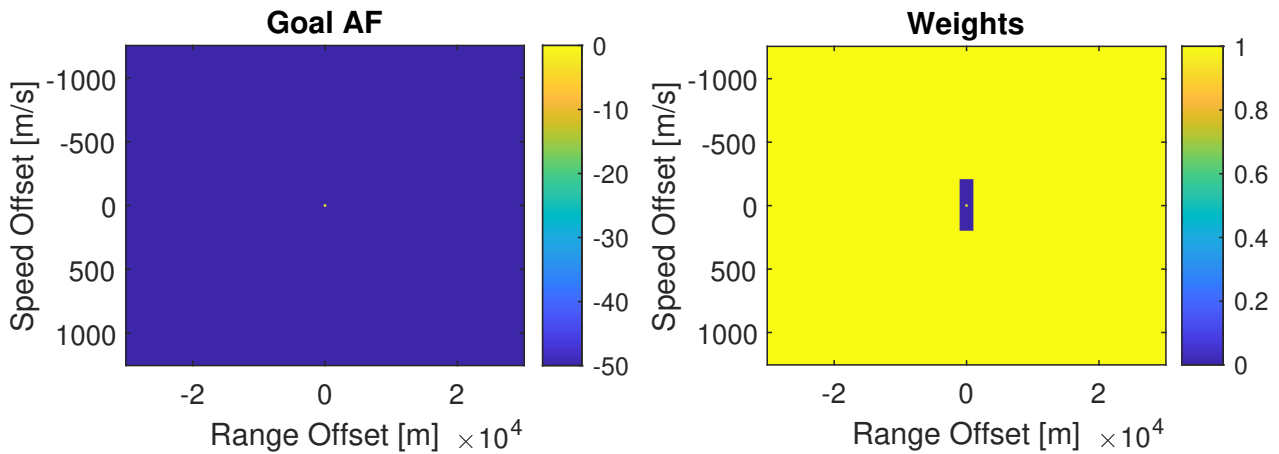
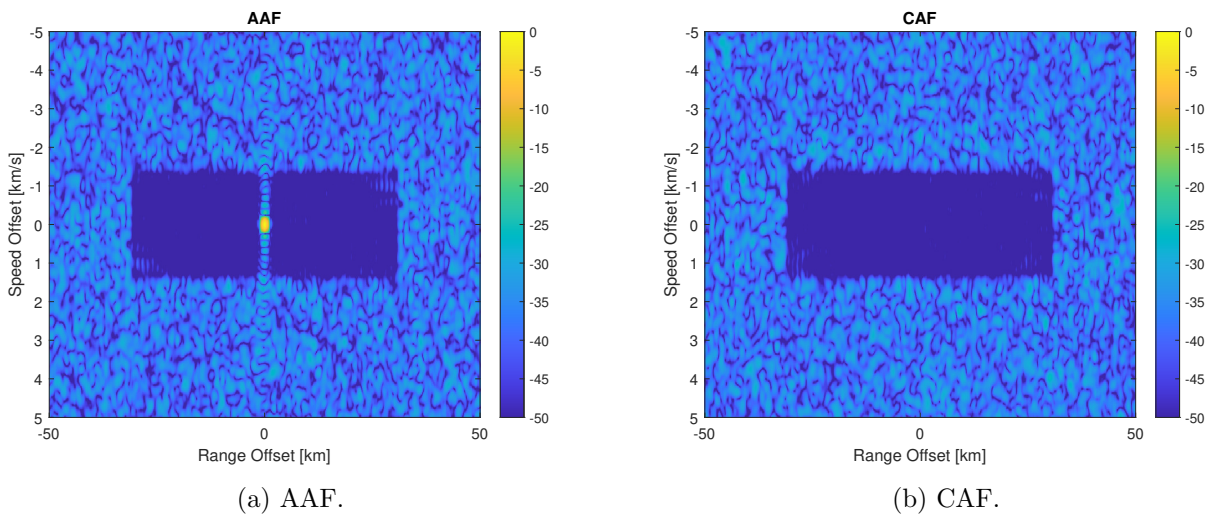


Abbildung 2.100: Ziel-AAF für die Verfolgungsan- Abbildung 2.101: Gewichtsfunktion für die Verfolgungsanwendung.



(a) AAF.

(b) CAF.

Abbildung 2.102: Ergebnisse für Verfolgungsanwendung.

	Metric	RVA-Slice	RV-Slice	R-Slice	V-Slice
AAF	Loss	0,26			
	PSLR	-5,85	-20,91	-51,46	-20,91
	ISLR	9,05	-17,97	-46,04	-18,12
	ASLR	-11,41	-30,24	-52,69	-23,95
CAF	PSL	-24,45	-44,68	-58,93	-56,27
	ISL	65,20	18,61	-20,67	-28,47
	ASL	-36,64	-60,18	-65,46	-62,47

Tabelle 2.8: Leistungsmetriken für die Verfolgungsanwendung (dB).

Um mit dieser Analyse fortzufahren, haben wir die Ziel-AAF als thumbtack-Form mit einem Schutzbereich um die Hauptkeule festgelegt. Die Ziel-CAF wurde auf null gesetzt, um die Orthogonalität sicherzustellen. Der Optimierungsbereich wurde auf $[0, 300]$ km in der Reichweite und $[-10, 10]$ km/s in der radialen Geschwindigkeit definiert. Der Synthesalgorithmus wurde iterativ ausgeführt, wobei die Anzahl der Pulse in jedem Durchlauf schrittweise von 1 Puls bis zu 10 Pulsen erhöht wurde. Die AAF- und CAF-Metriken wurden dann für jedes generierte Codeset bewertet und über die verschiedenen Konfigurationen für die Anzahl der Pulse verglichen.

Abbildung 2.103 zeigt die Optimierungs-Zielfunktion gegen die Iteration für die verschiedenen Konfigurationen der Anzahl der Pulse. Die absoluten Werte dieser Zielfunktion sagen uns nicht viel,

außer dass je kleiner der Wert ist, desto besser die synthetisierte AF die Ziel-AF approximiert. Die Werte sind jedoch untereinander vergleichbar, da wir diese Metrik in Bezug auf die Anzahl der Pulse normalisiert haben. Aus dieser Abbildung stellen wir fest, dass alle Konfigurationen konvergieren und dass die Erhöhung der Anzahl der Pulse den endgültigen Wert der Zielfunktion tatsächlich verbessert.

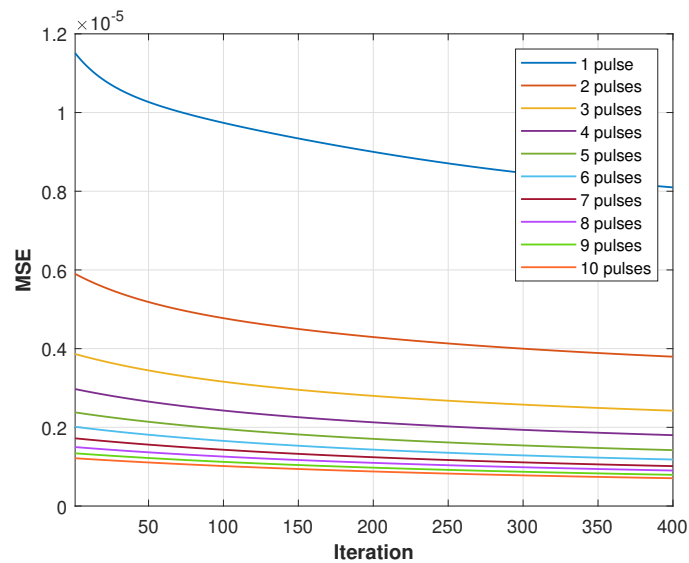


Abbildung 2.103: Ziel-Funktion versus Iteration.

Abbildung 2.104 und Abbildung 2.105 zeigen, wie sich die Kennzahlen für die AAF und CAF jeweils ändern, während die Anzahl der Pulse zunimmt. Die Kennzahlen sind entsprechend dem Slice im Zielparameterraum gruppiert, aus dem sie entnommen wurden, was bedeutet, dass jede unterschiedliche Abbildung einen Slice (RVA, RV, R oder V) darstellt, und die Kennzahlen (PSLR, ISLR, ASLR, PSL, ISL, ASL) sind alle in derselben Abbildung dargestellt. Die x -Achse repräsentiert die Anzahl der Pulse in allen Abbildungen. Aus den Abbildungen geht hervor, dass die Kennzahlen insgesamt abnehmen, wenn die Anzahl der Pulse zunimmt, was die Wirksamkeit des Einsatzes unterschiedlicher Codes für jeden Puls demonstriert.

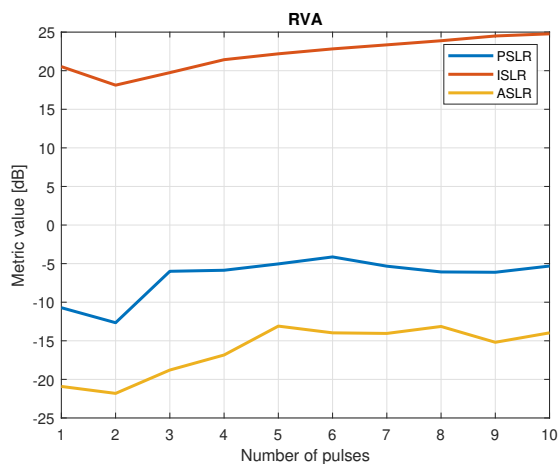
Die AAF-Kennzahlen im RVA-Raum zeigen einen leichten Anstieg, während die Kennzahlen in den anderen Schnitten entweder abnehmen (RV- und R-Schnitte) oder konstant bleiben (V-Schnitt), was darauf hindeutet, dass der Anstieg im RVA bei unterschiedlichen Beschleunigungen auftritt. Dies liegt daran, dass die Waveformen nicht für verschiedene Beschleunigungsversätze optimiert wurden. Das konstante Verhalten der AAF-Kennzahlen im V-Schnitt ist zu erwarten, da beobachtet wurde, dass der V-Schnitt eine Sinc-Form aufweist, die nahezu unabhängig vom verwendeten Code ist. Der Rückgang der AAF-Kennzahlen in den RV- und R-Schnitten zeigt eine deutliche Verbesserung durch die Verwendung mehrerer Pulse. Die CAF-Kennzahlen, die die Qualität der gewünschten Orthonormalitätseigenschaften messen, zeigen ein konsistenteres Verhalten. Man kann feststellen, dass alle Kennzahlen im gesamten RVA-Raum sowie in den betrachteten RV-, R- und V-Schnitten abnehmen.

Um die Ergebnisse zu veranschaulichen, präsentieren wir in Abbildung 2.106 und Abbildung 2.107 Beispiele der AAF und CAF, jeweils für den RV -Slice, wenn 1 und 10 Pulse verwendet werden. Man kann visuell eine Reduktion des Nebenlappenpegels erkennen, wenn mehr Pulse verwendet werden.

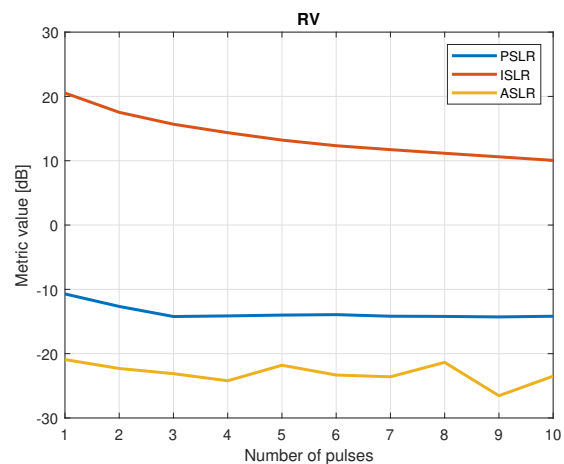
2.16.5.3 Thumbtack

Im letzten numerischen Experiment bewerteten wir die Leistung des Synthesalgorithmus bei der Generierung von Wellenformen, die idealen Auto-Ambiguitätsfunktionen (AAFs) und Kreuz-Ambiguitätsfunktionen (CAFs) nahekommen.

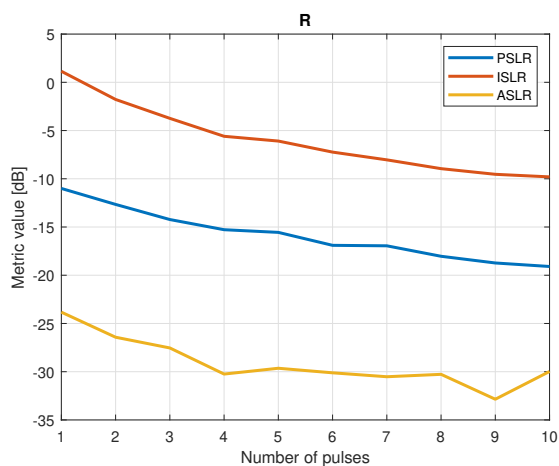
Zunächst setzten wir die Ziel-AAF als digitale Impulsfunktion, die einen idealen Fall mit einem Wert von 1 am Ursprung und Nullen andernorts darstellt. Der Bereich und die Dopplerauflösung sind



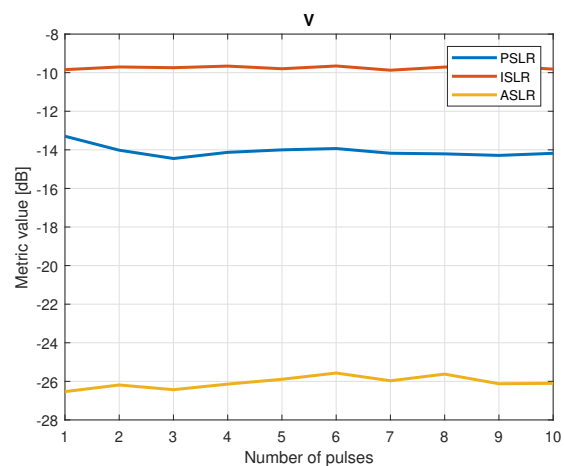
(a) RVA-map.



(b) RV-Schnitt.



(c) R-Schnitt.



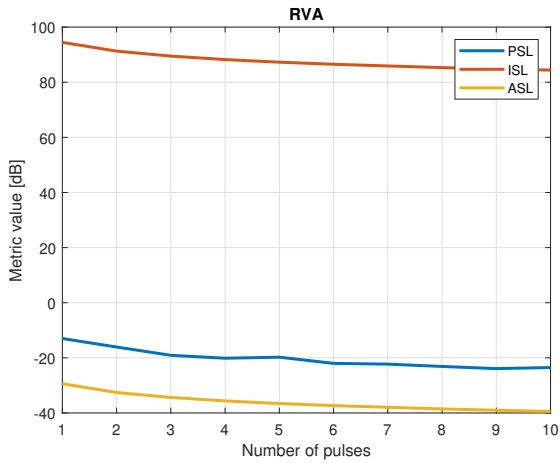
(d) V-Schnitt.

Abbildung 2.104: AAF-Kennzahlen im Vergleich zur Anzahl der Pulse.

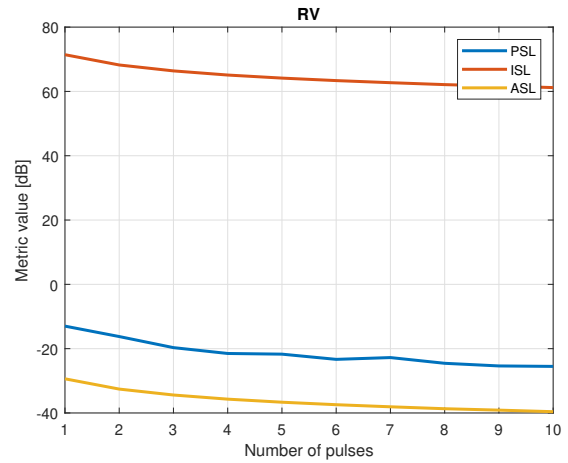
jedoch unabhängig vom verwendeten Code, und der Versuch, im Hauptlappen zu optimieren, kann zu Instabilitäten führen. Daher wenden wir denselben Schutzbereich an wie in Unterunterabschnitt 2.16.5.1.

In den zweiten und dritten Optimierungen wendeten wir jeweils eine Gauss-Form und eine Sinc-Form für den Gipfel der AAF an. Die volle Breite bei halber Höhe der Gauss-Funktion und die asind-Breite wurden gleich der Größe der Auflösungen gesetzt. Durch die Anwendung eines Schutzbereichs in der ersten Optimierung schließen wir diese Punkte während des Syntheseprozesses aus, was typischerweise die Anzahl der Punkte reduziert, die zum Hauptlappen beitragen, und folglich seine Gesamtbedeutung im Verhältnis zu den Nebenlappen verringert. Indem wir die Ziel-AAF auf eine Gauss-/Sinc-Form setzen, umgehen wir effektiv das Problem der Aussonderung von Punkten und gewährten eine ausgewogenere Darstellung des Hauptlappens. Darüber hinaus setzten wir die Werte außerhalb des Hauptlappens auf -30dB statt auf 0 . Der Grund dafür ist, dass, wenn die Energie in einigen Punkten auf null gedrückt wird, man hohe Nebenlappen in Punkten haben kann, in denen die AF nicht optimiert ist, aufgrund der konstanten Volumeneigenschaft der AF. Währenddessen könnte das Streben nach einer entspannteren Ziel-Funktion versuchen, ein gleichmäßigeres und ausgewogeneres Nebenlappen-Niveau mit kleineren Gipfeln zu erzielen. Die Ziel-AAF für die Gauss-förmige AAF ist in Abbildung 2.108 dargestellt, für die Sinc-förmige AAF ist sie in Abbildung 2.109 zu sehen. Die Ziel-CAF wird für beide Optimierungen auf -30dB gesetzt.

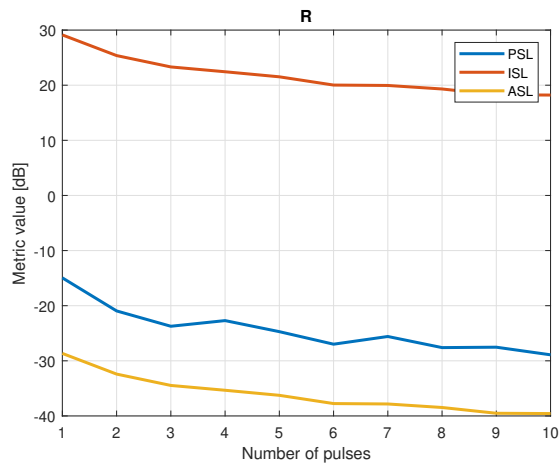
Um die FHSS-Technik in einem asynchronen CDMA zu testen, muss ein Code gewählt werden, der die Frequenz der Wellenform so verschiebt, dass Konflikte minimiert werden, wenn das Signal mit einer



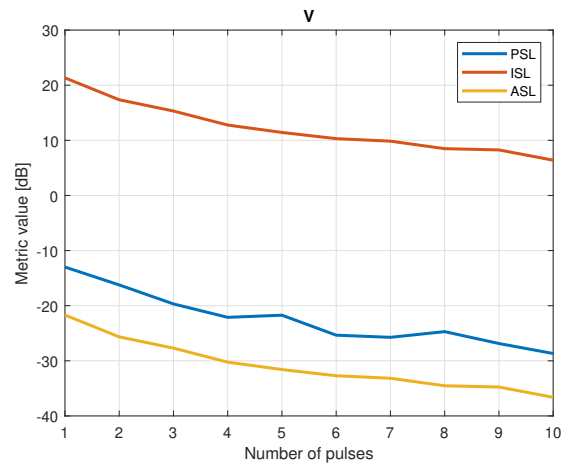
(a) RVA-map.



(b) RV-Schnitt.

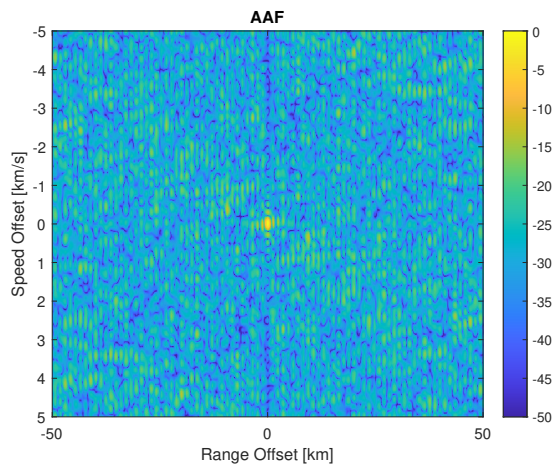


(c) R-Schnitt.

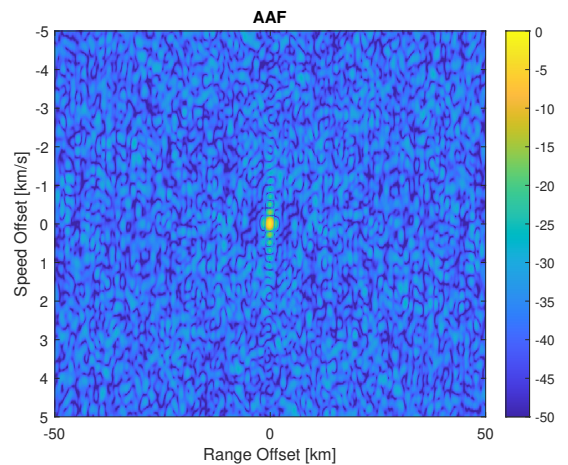


(d) V-Schnitt.

Abbildung 2.105: CAF-Kennzahlen im Vergleich zur Anzahl der Pulse.



(a) 1 Puls.



(b) 10 Pulse.

Abbildung 2.106: RV-Schnitt der AAF.

zeitverzögerten und frequenzverschobenen Kopie seiner selbst korreliert wird. Dies ist nichts anderes als die Costas-Wellenform. Mit anderen Worten, die Costas-Wellenform kann als ein Sonderfall von

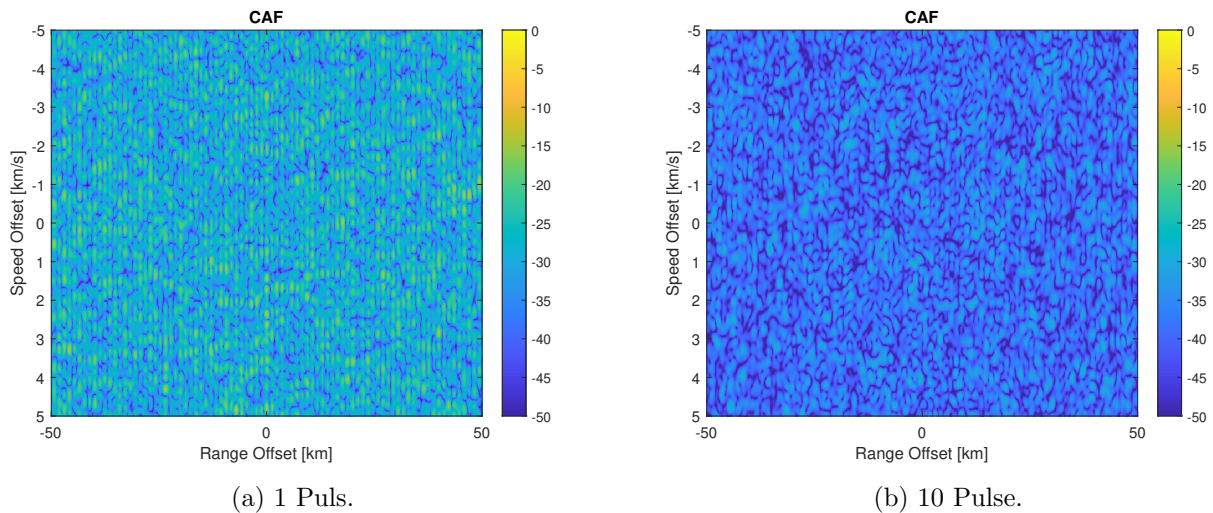


Abbildung 2.107: RV-Schnitt der CAF.

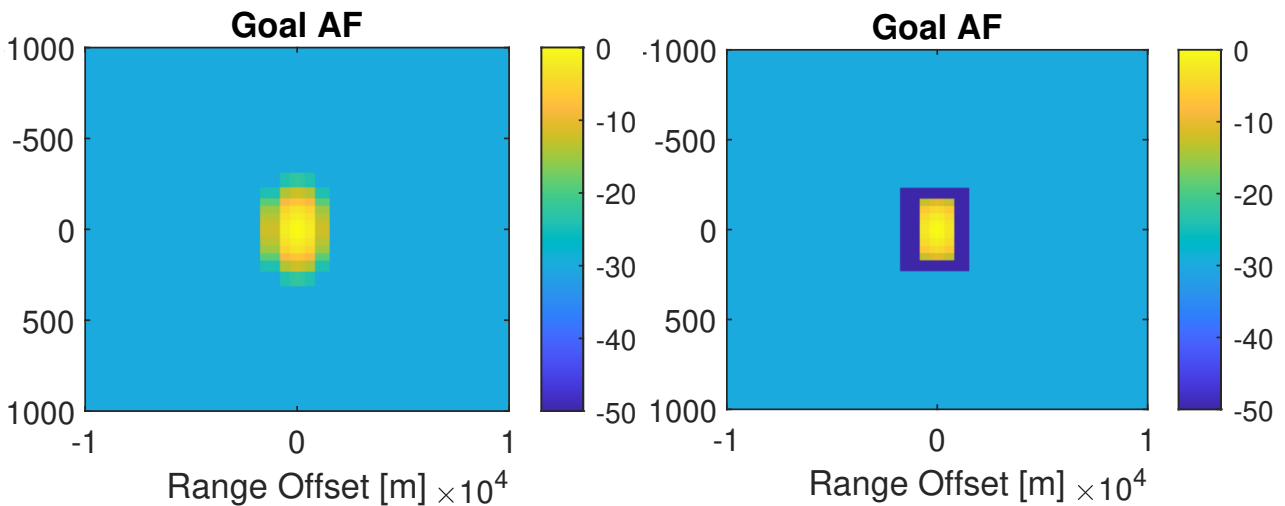


Abbildung 2.108: Gauss-förmige Ziel-AAF.

Abbildung 2.109: Sinc-förmige Ziel-AAF.

FHSS betrachtet werden, wenn sie auf die Rechteckwellenform angewendet wird. Wir wenden einen hybriden Ansatz an, bei dem mehrere Costas-Codes zusammen mit DSSS verwendet werden (ähnlich wie in [137]). Wir weisen jedem Sender einen anderen Costas-Code zu. Es ist erwähnenswert, dass für den Fall, dass keine FHSS angewendet wird, und für den Fall, dass der Costas-Code für FHSS verwendet wird, jeweils ein anderer Optimierungsdurchlauf durchgeführt wurde.

Wir verglichen die erhaltenen optimierten Codes mit klassischen analytisch abgeleiteten Codes: Walsh-Hadamard, M-Sequence, Gold und Kasami. Jeder dieser Codemengen hat mehrere Codes, die zur Unterscheidung von Sendern verwendet werden können. Wir wählten willkürlich ein Paar von Codes aus jeder Menge aus und wiesen jedem Sender einen Code zu. Darüber hinaus kombinierten wir auch ein DSSS, das die genannten analytisch generierten Codes verwendet, mit der FHSS unter Verwendung des Costas-Codes.

Die resultierenden Wellenformen wurden hinsichtlich der definierten Kennzahlen bewertet: PSLR, ISLR, ASLR, PSL, ISL und ASL. Die Kennzahlen wurden für die gesamte Range-Velocity-Acceleration (RVA)-Karte sowie für die Range-Velocity (RV), Range (R) und Velocity (V) Schnitte bewertet. Die Ergebnisse für den RV-Schnitt der AAF und CAF sind in Abbildung 2.110, Abbildung 2.111, Abbildung 2.112 und Abbildung 2.113 dargestellt. Das ideale Ergebnis für die AAF ist ein einzelner Peak bei (0,0), während der CAF idealerweise überall null wäre. Diese Abbildungen zeigen nur einen

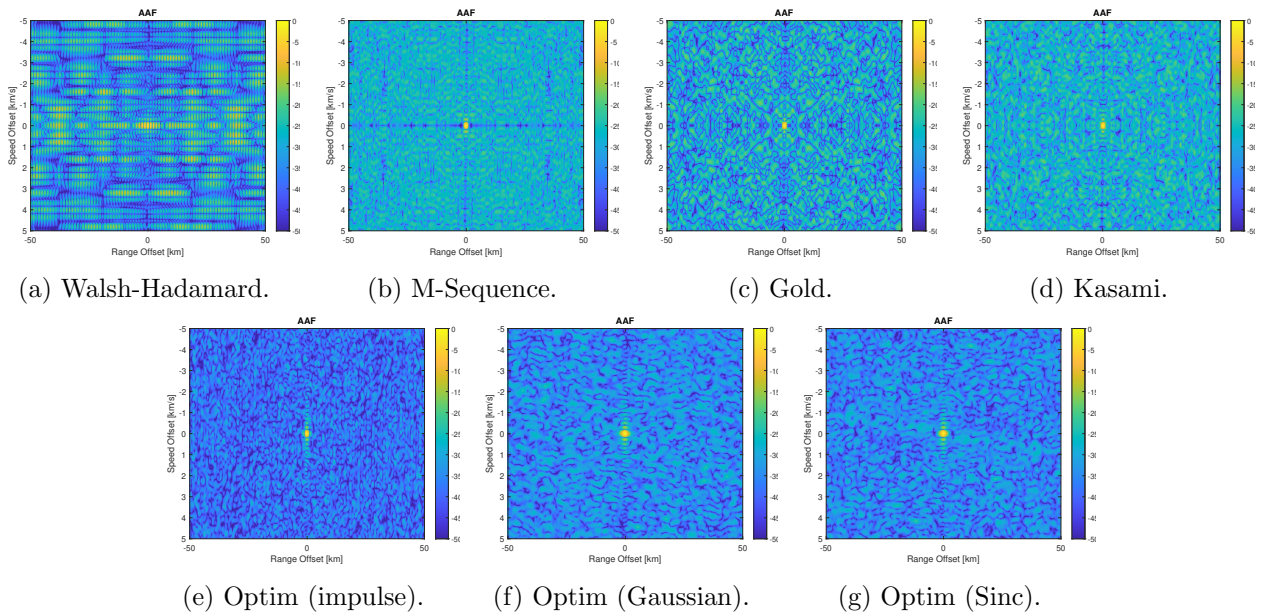
Teil der AAF und CAF, sodass die Spitzen leichter erkennbar sind. Es ist daher möglich, dass stärkere Nebenlappen nicht angezeigt werden. Bei der Berechnung der Leistungskennzahlen wurde jedoch die gesamte AF/CAF berücksichtigt. Tabelle 2.9 zeigt die Abbildungsnummer für jede DHSS- und FHSS-Kombination zur schnelleren Konsultation.

		FHSS				FHSS	
		None	Costas			None	Costas
DHSS	Walsh-Hadamard	2.110a	2.111a	DHSS	Walsh-Hadamard	2.112a	2.113a
	M-Sequence	2.110d	2.111d		M-Sequence	2.112d	2.113d
	Gold	2.110c	2.111c		Gold	2.112c	2.113c
	Kasami	2.110d	2.111d		Kasami	2.112d	2.113d
	Optim. (Impulse)	2.110e	2.111e		Optim. (Impulse)	2.112e	2.113e
	Optim. (Gaussian)	2.110f	2.111f		Optim. (Gaussian)	2.112f	2.113f
	Optim. (Sinc)	2.110g	2.111g		Optim. (Sinc)	2.112g	2.113g

(a) AAF.

(b) CAF.

Tabelle 2.9: Links zu den Abbildungen der AAF und CAF.



(a) Walsh-Hadamard.

(b) M-Sequence.

(c) Gold.

(d) Kasami.

(e) Optim (impulse).

(f) Optim (Gaussian).

(g) Optim (Sinc).

Abbildung 2.110: RV-Schnitte der AAF für verschiedene DHSS-Codes. Keine FHSS.

Die Ergebnisse der Leistungskennzahlen, die für jede der getesteten Wellenformen bewertet wurden, sind in Tabelle 2.10 für die AAF-Kennzahlen und in Tabelle 2.11 für die CAF-Kennzahlen aufgeführt. Diese Tabellen zeigen, dass die Wellenform mit der besten Orthogonalitätsleistung der DSSS-Code war, der auf eine Impulsfunktion optimiert wurde, und der Costas-Code als FHSS (niedrigste CAF-Kennzahlen). Darüber hinaus bietet diese Wellenform eine gute Leistung in der AAF (wenn auch nicht die beste), was durch den niedrigen PSLR sowohl im Null-Doppler-Schnitt als auch in der gesamten AF sowie durch die geringe Auflösung belegt wird.

Zusammenfassend zeigen die in dieser Studie untersuchten Wellenformen eine zufriedenstellende Leistung in Bezug auf den Nebenkeulenpegel sowohl in der Auto-Ambiguitätsfunktion (AAF) als auch in der Kreuz-Ambiguitätsfunktion (CAF), was darauf hinweist, dass CDMA-Techniken effektiv zur Entwicklung orthogonaler Wellenformen für Radarnetzwerke beitragen können. Die Kombination aus Direct Sequence Spread Spectrum (DSSS) und Frequency Hopping Spread Spectrum (FHSS) erweist sich als robuste Strategie zur Generierung orthogonaler Wellenformen. Darüber hinaus kann der Einsatz mehrerer Pulse die Nebenkeulenunterdrückung verbessern; dies erfordert jedoch eine sorgfältige

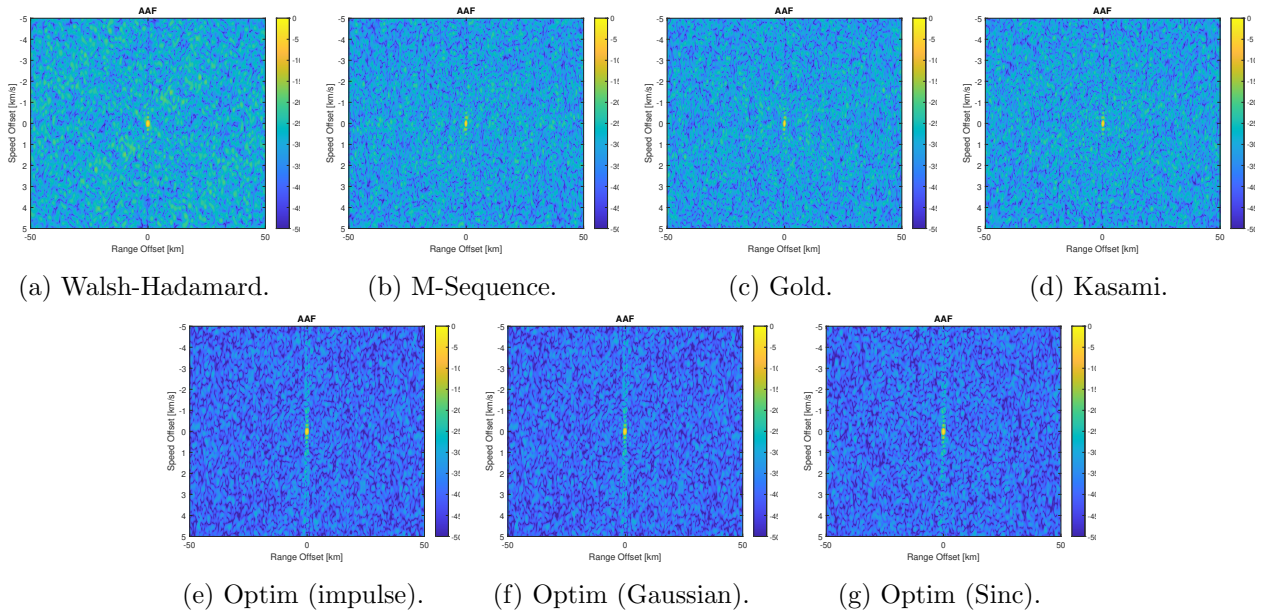


Abbildung 2.111: RV-Schnitte der AAF für verschiedene DHSS-Codes. Costas-Code für FHSS.

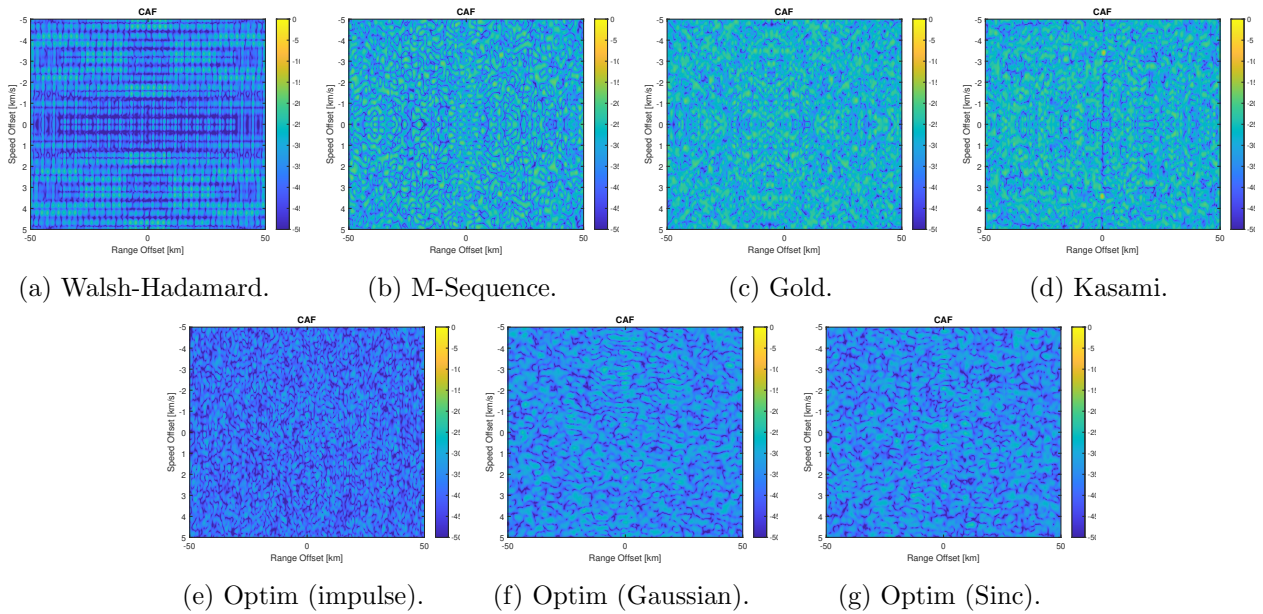


Abbildung 2.112: RV-Schnitte der CAF für verschiedene DHSS-Codes. Keine FHSS.

Phasenkompensation, um Herausforderungen durch hohe Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu bewältigen. Zusätzlich bietet die AF-Synthese-Methode einen einfachen, flexiblen Ansatz mit deterministischer Konvergenz, der eine effiziente Wellenformgestaltung ermöglicht. Besonders hervorzuheben sind die besten Ergebnisse – gekennzeichnet durch die niedrigsten Nebenkeulen in der CAF – die mit dem Costas-Code für FHSS und einem optimierten DSSS-Code erzielt wurden, der auf eine impulsförmige Ziel-AAF abzielt.

2.17 Radar-Ressourcen-Management (AP6000)

Das Radar-Ressourcen-Management implementiert Steuerungsalgorithmen für den optimierten Betrieb eines Radarnetzwerkes. Dieser Abschnitt dokumentiert Untersuchungen und Simulationen zur

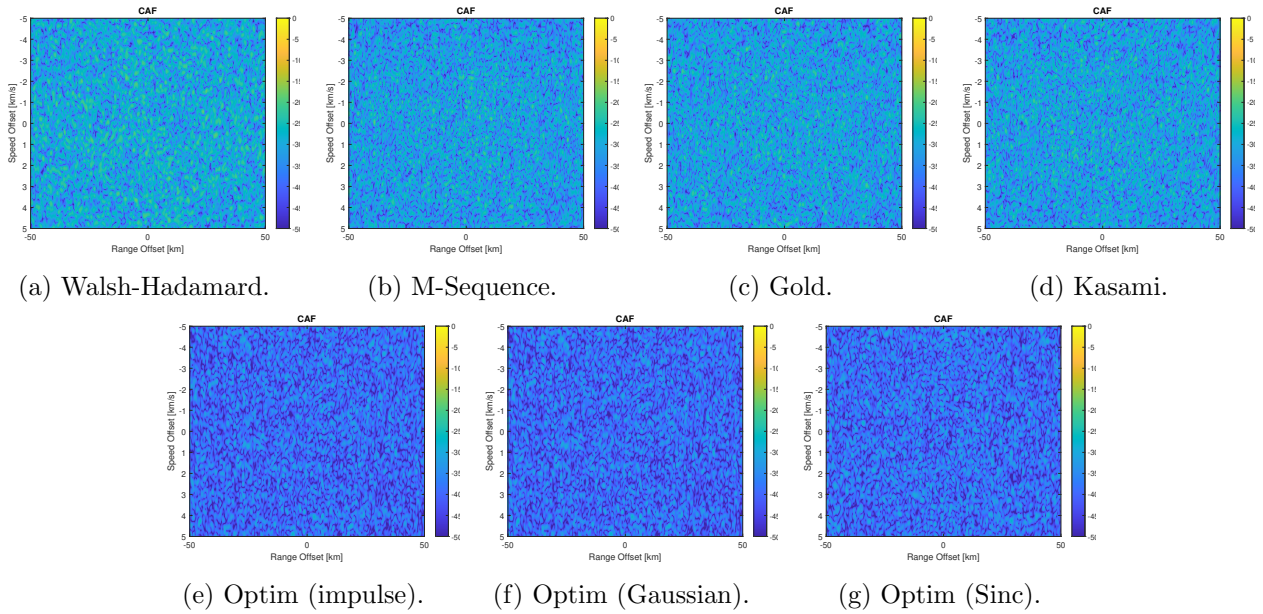


Abbildung 2.113: RV-Schnitte der CAF für verschiedene DHSS-Codes. Costas-Code für FHSS.

metrics.pdf

	RVA	RV	R	V																																																																																																																				
PSLR	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-5,30</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-3,13</td> <td>-5,31</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-5,24</td> <td>-5,49</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-5,24</td> <td>-5,47</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-5,24</td> <td>-5,47</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-5,31</td> <td>-5,30</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-5,20</td> <td>-5,29</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-5,24</td> <td>-5,28</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-5,30	Walsh-Hadamard	-3,13	-5,31	M-Sequence	-5,24	-5,49	Gold	-5,24	-5,47	Kasami	-5,24	-5,47	Optim. (Impulse)	-5,31	-5,30	Optim. (Gaussian)	-5,20	-5,29	Optim. (Sinc)	-5,24	-5,28	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-14,18</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-3,13</td> <td>-14,25</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-13,79</td> <td>-14,17</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-14,22</td> <td>-14,63</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-13,95</td> <td>-14,46</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-14,13</td> <td>-14,25</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-13,80</td> <td>-14,08</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-13,84</td> <td>-14,15</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-14,18	Walsh-Hadamard	-3,13	-14,25	M-Sequence	-13,79	-14,17	Gold	-14,22	-14,63	Kasami	-13,95	-14,46	Optim. (Impulse)	-14,13	-14,25	Optim. (Gaussian)	-13,80	-14,08	Optim. (Sinc)	-13,84	-14,15	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-19,33</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-3,13</td> <td>-20,89</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-23,59</td> <td>-21,11</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-18,29</td> <td>-22,43</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-18,55</td> <td>-23,26</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-19,58</td> <td>-30,92</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-25,75</td> <td>-29,55</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-27,76</td> <td>-29,31</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-19,33	Walsh-Hadamard	-3,13	-20,89	M-Sequence	-23,59	-21,11	Gold	-18,29	-22,43	Kasami	-18,55	-23,26	Optim. (Impulse)	-19,58	-30,92	Optim. (Gaussian)	-25,75	-29,55	Optim. (Sinc)	-27,76	-29,31	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-14,18</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-14,80</td> <td>-14,25</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-13,79</td> <td>-14,38</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-14,22</td> <td>-14,75</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-13,95</td> <td>-14,46</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-14,13</td> <td>-14,25</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-13,80</td> <td>-14,08</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-13,84</td> <td>-14,15</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-14,18	Walsh-Hadamard	-14,80	-14,25	M-Sequence	-13,79	-14,38	Gold	-14,22	-14,75	Kasami	-13,95	-14,46	Optim. (Impulse)	-14,13	-14,25	Optim. (Gaussian)	-13,80	-14,08	Optim. (Sinc)	-13,84	-14,15
	DSSS		FHSS																																																																																																																					
		None	Costas																																																																																																																					
	None	-	-5,30																																																																																																																					
	Walsh-Hadamard	-3,13	-5,31																																																																																																																					
M-Sequence	-5,24	-5,49																																																																																																																						
Gold	-5,24	-5,47																																																																																																																						
Kasami	-5,24	-5,47																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-5,31	-5,30																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-5,20	-5,29																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-5,24	-5,28																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-14,18																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-3,13	-14,25																																																																																																																						
M-Sequence	-13,79	-14,17																																																																																																																						
Gold	-14,22	-14,63																																																																																																																						
Kasami	-13,95	-14,46																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-14,13	-14,25																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-13,80	-14,08																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-13,84	-14,15																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-19,33																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-3,13	-20,89																																																																																																																						
M-Sequence	-23,59	-21,11																																																																																																																						
Gold	-18,29	-22,43																																																																																																																						
Kasami	-18,55	-23,26																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-19,58	-30,92																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-25,75	-29,55																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-27,76	-29,31																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-14,18																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-14,80	-14,25																																																																																																																						
M-Sequence	-13,79	-14,38																																																																																																																						
Gold	-14,22	-14,75																																																																																																																						
Kasami	-13,95	-14,46																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-14,13	-14,25																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-13,80	-14,08																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-13,84	-14,15																																																																																																																						
	(a) AAF - PSLR in RVA map	(b) AAF - PSLR in RV map	(c) AAF - PSLR in R map	(d) AAF - PSLR in V map																																																																																																																				
ISLR	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>25,16</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>28,44</td> <td>24,86</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>25,36</td> <td>25,36</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>24,92</td> <td>25,34</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>25,06</td> <td>25,36</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>24,76</td> <td>24,77</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>24,63</td> <td>24,79</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>24,55</td> <td>24,84</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	25,16	Walsh-Hadamard	28,44	24,86	M-Sequence	25,36	25,36	Gold	24,92	25,34	Kasami	25,06	25,36	Optim. (Impulse)	24,76	24,77	Optim. (Gaussian)	24,63	24,79	Optim. (Sinc)	24,55	24,84	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>19,11</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>21,96</td> <td>19,11</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>19,61</td> <td>19,03</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>19,19</td> <td>18,95</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>19,49</td> <td>19,03</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>10,08</td> <td>10,27</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>11,40</td> <td>10,80</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>11,21</td> <td>10,69</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	19,11	Walsh-Hadamard	21,96	19,11	M-Sequence	19,61	19,03	Gold	19,19	18,95	Kasami	19,49	19,03	Optim. (Impulse)	10,08	10,27	Optim. (Gaussian)	11,40	10,80	Optim. (Sinc)	11,21	10,69	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-0,27</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>10,82</td> <td>-0,67</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-4,33</td> <td>0,25</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>0,60</td> <td>-0,84</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-0,19</td> <td>-0,94</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-9,65</td> <td>-10,91</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-9,11</td> <td>-10,42</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-8,92</td> <td>-10,26</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-0,27	Walsh-Hadamard	10,82	-0,67	M-Sequence	-4,33	0,25	Gold	0,60	-0,84	Kasami	-0,19	-0,94	Optim. (Impulse)	-9,65	-10,91	Optim. (Gaussian)	-9,11	-10,42	Optim. (Sinc)	-8,92	-10,26	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-6,91</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-9,24</td> <td>-7,67</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-7,56</td> <td>-8,05</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-7,89</td> <td>-7,77</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-7,73</td> <td>-7,30</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-9,72</td> <td>-8,99</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-9,44</td> <td>-8,62</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-9,42</td> <td>-8,74</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-6,91	Walsh-Hadamard	-9,24	-7,67	M-Sequence	-7,56	-8,05	Gold	-7,89	-7,77	Kasami	-7,73	-7,30	Optim. (Impulse)	-9,72	-8,99	Optim. (Gaussian)	-9,44	-8,62	Optim. (Sinc)	-9,42	-8,74
	DSSS		FHSS																																																																																																																					
		None	Costas																																																																																																																					
	None	-	25,16																																																																																																																					
	Walsh-Hadamard	28,44	24,86																																																																																																																					
M-Sequence	25,36	25,36																																																																																																																						
Gold	24,92	25,34																																																																																																																						
Kasami	25,06	25,36																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	24,76	24,77																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	24,63	24,79																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	24,55	24,84																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	19,11																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	21,96	19,11																																																																																																																						
M-Sequence	19,61	19,03																																																																																																																						
Gold	19,19	18,95																																																																																																																						
Kasami	19,49	19,03																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	10,08	10,27																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	11,40	10,80																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	11,21	10,69																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-0,27																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	10,82	-0,67																																																																																																																						
M-Sequence	-4,33	0,25																																																																																																																						
Gold	0,60	-0,84																																																																																																																						
Kasami	-0,19	-0,94																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-9,65	-10,91																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-9,11	-10,42																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-8,92	-10,26																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-6,91																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-9,24	-7,67																																																																																																																						
M-Sequence	-7,56	-8,05																																																																																																																						
Gold	-7,89	-7,77																																																																																																																						
Kasami	-7,73	-7,30																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-9,72	-8,99																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-9,44	-8,62																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-9,42	-8,74																																																																																																																						
	(e) AAF - ISLR in RVA map	(f) AAF - ISLR in RV map	(g) AAF - ISLR in R map	(h) AAF - ISLR in V map																																																																																																																				
ASLR	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-14,26</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-19,70</td> <td>-12,08</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-15,75</td> <td>-13,81</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-13,31</td> <td>-13,31</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-13,33</td> <td>-13,98</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-13,51</td> <td>-13,98</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-12,53</td> <td>-13,32</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-13,62</td> <td>-13,57</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-14,26	Walsh-Hadamard	-19,70	-12,08	M-Sequence	-15,75	-13,81	Gold	-13,31	-13,31	Kasami	-13,33	-13,98	Optim. (Impulse)	-13,51	-13,98	Optim. (Gaussian)	-12,53	-13,32	Optim. (Sinc)	-13,62	-13,57	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-19,34</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-20,71</td> <td>-15,54</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-18,41</td> <td>-19,38</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-15,11</td> <td>-17,78</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-16,35</td> <td>-18,38</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-23,56</td> <td>-23,97</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-21,05</td> <td>-22,05</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-22,97</td> <td>-24,01</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-19,34	Walsh-Hadamard	-20,71	-15,54	M-Sequence	-18,41	-19,38	Gold	-15,11	-17,78	Kasami	-16,35	-18,38	Optim. (Impulse)	-23,56	-23,97	Optim. (Gaussian)	-21,05	-22,05	Optim. (Sinc)	-22,97	-24,01	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-24,92</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-15,29</td> <td>-20,84</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-24,39</td> <td>-22,84</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-21,35</td> <td>-22,78</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-21,51</td> <td>-23,42</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-31,43</td> <td>-33,59</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-25,40</td> <td>-27,65</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-26,64</td> <td>-31,16</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-24,92	Walsh-Hadamard	-15,29	-20,84	M-Sequence	-24,39	-22,84	Gold	-21,35	-22,78	Kasami	-21,51	-23,42	Optim. (Impulse)	-31,43	-33,59	Optim. (Gaussian)	-25,40	-27,65	Optim. (Sinc)	-26,64	-31,16	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-23,01</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-25,93</td> <td>-23,41</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-23,47</td> <td>-24,34</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-23,99</td> <td>-24,06</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-24,01</td> <td>-23,58</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-26,00</td> <td>-25,27</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-25,72</td> <td>-24,72</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-25,70</td> <td>-24,66</td> </tr> </tbody> </table>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-23,01	Walsh-Hadamard	-25,93	-23,41	M-Sequence	-23,47	-24,34	Gold	-23,99	-24,06	Kasami	-24,01	-23,58	Optim. (Impulse)	-26,00	-25,27	Optim. (Gaussian)	-25,72	-24,72	Optim. (Sinc)	-25,70	-24,66
	DSSS		FHSS																																																																																																																					
		None	Costas																																																																																																																					
	None	-	-14,26																																																																																																																					
	Walsh-Hadamard	-19,70	-12,08																																																																																																																					
M-Sequence	-15,75	-13,81																																																																																																																						
Gold	-13,31	-13,31																																																																																																																						
Kasami	-13,33	-13,98																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-13,51	-13,98																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-12,53	-13,32																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-13,62	-13,57																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-19,34																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-20,71	-15,54																																																																																																																						
M-Sequence	-18,41	-19,38																																																																																																																						
Gold	-15,11	-17,78																																																																																																																						
Kasami	-16,35	-18,38																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-23,56	-23,97																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-21,05	-22,05																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-22,97	-24,01																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-24,92																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-15,29	-20,84																																																																																																																						
M-Sequence	-24,39	-22,84																																																																																																																						
Gold	-21,35	-22,78																																																																																																																						
Kasami	-21,51	-23,42																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-31,43	-33,59																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-25,40	-27,65																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-26,64	-31,16																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-23,01																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-25,93	-23,41																																																																																																																						
M-Sequence	-23,47	-24,34																																																																																																																						
Gold	-23,99	-24,06																																																																																																																						
Kasami	-24,01	-23,58																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-26,00	-25,27																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-25,72	-24,72																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-25,70	-24,66																																																																																																																						
	(i) AAF - ASLR in RVA map	(j) AAF - ASLR in RV map	(k) AAF - ASLR in R map	(l) AAF - ASLR in V map																																																																																																																				

Tabelle 2.10: Ergebnisse der Leistungskennzahlen.

Entwicklung von Algorithmen für ein Sensor-Ressourcen-Management für ein Radarnetzwerk. Im Vorgängervorhaben [2] wurde ein statisches Radarverhalten simuliert. Das Ziel von AP6000 ist es den Betrieb des Radarnetzwerkes durch ein dynamisches Radar-Ressourcen-Management zu optimieren. Im Zuge dessen werden verschiedene Betriebsmodi definiert und die Betriebsweisen der Radarstationen situationsabhängig angepasst. Außerdem werden Modelle untersucht, welche die Performanz

	RVA	RV	R	V																																																																																																																				
PSL	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-17,19</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-16,53</td> <td>-17,66</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-16,12</td> <td>-18,55</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-16,93</td> <td>-18,86</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-12,61</td> <td>-18,09</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-23,86</td> <td>-25,29</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-22,37</td> <td>-25,39</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-22,01</td> <td>-24,98</td> </tr> </tbody> </table> <p>(a) CAF - PSL in RVA map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-17,19	Walsh-Hadamard	-16,53	-17,66	M-Sequence	-16,12	-18,55	Gold	-16,93	-18,86	Kasami	-12,61	-18,09	Optim. (Impulse)	-23,86	-25,29	Optim. (Gaussian)	-22,37	-25,39	Optim. (Sinc)	-22,01	-24,98	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-17,19</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-18,40</td> <td>-17,66</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-16,12</td> <td>-18,55</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-16,93</td> <td>-18,86</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-12,61</td> <td>-18,09</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-25,45</td> <td>-26,89</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-23,03</td> <td>-26,62</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-23,03</td> <td>-26,77</td> </tr> </tbody> </table> <p>(b) CAF - PSL in RV map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-17,19	Walsh-Hadamard	-18,40	-17,66	M-Sequence	-16,12	-18,55	Gold	-16,93	-18,86	Kasami	-12,61	-18,09	Optim. (Impulse)	-25,45	-26,89	Optim. (Gaussian)	-23,03	-26,62	Optim. (Sinc)	-23,03	-26,77	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-19,85</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-28,02</td> <td>-20,98</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-18,28</td> <td>-19,48</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-18,42</td> <td>-21,89</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-17,89</td> <td>-21,94</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-26,77</td> <td>-29,80</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-24,22</td> <td>-28,67</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-23,94</td> <td>-28,30</td> </tr> </tbody> </table> <p>(c) CAF - PSL in R map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-19,85	Walsh-Hadamard	-28,02	-20,98	M-Sequence	-18,28	-19,48	Gold	-18,42	-21,89	Kasami	-17,89	-21,94	Optim. (Impulse)	-26,77	-29,80	Optim. (Gaussian)	-24,22	-28,67	Optim. (Sinc)	-23,94	-28,30	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-20,21</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-20,53</td> <td>-19,64</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-18,48</td> <td>-20,62</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-20,53</td> <td>-20,86</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-13,61</td> <td>-21,45</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-26,33</td> <td>-28,68</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-23,03</td> <td>-28,49</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-23,09</td> <td>-28,70</td> </tr> </tbody> </table> <p>(d) CAF - PSL in V map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-20,21	Walsh-Hadamard	-20,53	-19,64	M-Sequence	-18,48	-20,62	Gold	-20,53	-20,86	Kasami	-13,61	-21,45	Optim. (Impulse)	-26,33	-28,68	Optim. (Gaussian)	-23,03	-28,49	Optim. (Sinc)	-23,09	-28,70
	DSSS		FHSS																																																																																																																					
		None	Costas																																																																																																																					
	None	-	-17,19																																																																																																																					
	Walsh-Hadamard	-16,53	-17,66																																																																																																																					
	M-Sequence	-16,12	-18,55																																																																																																																					
	Gold	-16,93	-18,86																																																																																																																					
	Kasami	-12,61	-18,09																																																																																																																					
	Optim. (Impulse)	-23,86	-25,29																																																																																																																					
	Optim. (Gaussian)	-22,37	-25,39																																																																																																																					
	Optim. (Sinc)	-22,01	-24,98																																																																																																																					
	DSSS	FHSS																																																																																																																						
None		Costas																																																																																																																						
None	-	-17,19																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-18,40	-17,66																																																																																																																						
M-Sequence	-16,12	-18,55																																																																																																																						
Gold	-16,93	-18,86																																																																																																																						
Kasami	-12,61	-18,09																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-25,45	-26,89																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-23,03	-26,62																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-23,03	-26,77																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-19,85																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-28,02	-20,98																																																																																																																						
M-Sequence	-18,28	-19,48																																																																																																																						
Gold	-18,42	-21,89																																																																																																																						
Kasami	-17,89	-21,94																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-26,77	-29,80																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-24,22	-28,67																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-23,94	-28,30																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-20,21																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-20,53	-19,64																																																																																																																						
M-Sequence	-18,48	-20,62																																																																																																																						
Gold	-20,53	-20,86																																																																																																																						
Kasami	-13,61	-21,45																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-26,33	-28,68																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-23,03	-28,49																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-23,09	-28,70																																																																																																																						
ISL	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>83,93</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>81,59</td> <td>84,13</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>85,25</td> <td>82,30</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>85,30</td> <td>82,50</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>85,49</td> <td>82,50</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>84,43</td> <td>83,56</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>86,64</td> <td>83,67</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>86,50</td> <td>83,67</td> </tr> </tbody> </table> <p>(e) CAF - ISL in RVA map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	83,93	Walsh-Hadamard	81,59	84,13	M-Sequence	85,25	82,30	Gold	85,30	82,50	Kasami	85,49	82,50	Optim. (Impulse)	84,43	83,56	Optim. (Gaussian)	86,64	83,67	Optim. (Sinc)	86,50	83,67	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>69,30</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>66,40</td> <td>69,75</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>71,11</td> <td>67,45</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>71,18</td> <td>67,71</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>71,41</td> <td>67,72</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>61,21</td> <td>60,52</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>65,02</td> <td>61,04</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>64,69</td> <td>61,07</td> </tr> </tbody> </table> <p>(f) CAF - ISL in RV map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	69,30	Walsh-Hadamard	66,40	69,75	M-Sequence	71,11	67,45	Gold	71,18	67,71	Kasami	71,41	67,72	Optim. (Impulse)	61,21	60,52	Optim. (Gaussian)	65,02	61,04	Optim. (Sinc)	64,69	61,07	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>27,44</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>17,60</td> <td>27,54</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>29,99</td> <td>25,88</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>28,86</td> <td>26,03</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>28,79</td> <td>26,11</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>18,24</td> <td>17,33</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>22,62</td> <td>18,18</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>22,47</td> <td>18,19</td> </tr> </tbody> </table> <p>(g) CAF - ISL in R map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	27,44	Walsh-Hadamard	17,60	27,54	M-Sequence	29,99	25,88	Gold	28,86	26,03	Kasami	28,79	26,11	Optim. (Impulse)	18,24	17,33	Optim. (Gaussian)	22,62	18,18	Optim. (Sinc)	22,47	18,19	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>13,15</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>11,30</td> <td>15,10</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>15,65</td> <td>12,89</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>16,47</td> <td>13,47</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>15,85</td> <td>13,55</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>7,36</td> <td>6,22</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>12,09</td> <td>6,84</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>12,00</td> <td>6,95</td> </tr> </tbody> </table> <p>(h) CAF - ISL in V map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	13,15	Walsh-Hadamard	11,30	15,10	M-Sequence	15,65	12,89	Gold	16,47	13,47	Kasami	15,85	13,55	Optim. (Impulse)	7,36	6,22	Optim. (Gaussian)	12,09	6,84	Optim. (Sinc)	12,00	6,95
	DSSS		FHSS																																																																																																																					
		None	Costas																																																																																																																					
	None	-	83,93																																																																																																																					
	Walsh-Hadamard	81,59	84,13																																																																																																																					
	M-Sequence	85,25	82,30																																																																																																																					
	Gold	85,30	82,50																																																																																																																					
	Kasami	85,49	82,50																																																																																																																					
	Optim. (Impulse)	84,43	83,56																																																																																																																					
	Optim. (Gaussian)	86,64	83,67																																																																																																																					
	Optim. (Sinc)	86,50	83,67																																																																																																																					
	DSSS	FHSS																																																																																																																						
None		Costas																																																																																																																						
None	-	69,30																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	66,40	69,75																																																																																																																						
M-Sequence	71,11	67,45																																																																																																																						
Gold	71,18	67,71																																																																																																																						
Kasami	71,41	67,72																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	61,21	60,52																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	65,02	61,04																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	64,69	61,07																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	27,44																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	17,60	27,54																																																																																																																						
M-Sequence	29,99	25,88																																																																																																																						
Gold	28,86	26,03																																																																																																																						
Kasami	28,79	26,11																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	18,24	17,33																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	22,62	18,18																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	22,47	18,19																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	13,15																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	11,30	15,10																																																																																																																						
M-Sequence	15,65	12,89																																																																																																																						
Gold	16,47	13,47																																																																																																																						
Kasami	15,85	13,55																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	7,36	6,22																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	12,09	6,84																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	12,00	6,95																																																																																																																						
ASL	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-39,92</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-42,26</td> <td>-39,72</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-38,60</td> <td>-41,55</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-38,55</td> <td>-41,35</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-38,36</td> <td>-41,35</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-39,42</td> <td>-40,29</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-37,21</td> <td>-40,18</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-37,35</td> <td>-40,18</td> </tr> </tbody> </table> <p>(i) CAF - ASL in RVA map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-39,92	Walsh-Hadamard	-42,26	-39,72	M-Sequence	-38,60	-41,55	Gold	-38,55	-41,35	Kasami	-38,36	-41,35	Optim. (Impulse)	-39,42	-40,29	Optim. (Gaussian)	-37,21	-40,18	Optim. (Sinc)	-37,35	-40,18	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-31,50</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-34,40</td> <td>-31,04</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-29,69</td> <td>-33,34</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-29,61</td> <td>-33,09</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-29,38</td> <td>-33,08</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-39,59</td> <td>-40,28</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-35,78</td> <td>-39,75</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-36,11</td> <td>-39,72</td> </tr> </tbody> </table> <p>(j) CAF - ASL in RV map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-31,50	Walsh-Hadamard	-34,40	-31,04	M-Sequence	-29,69	-33,34	Gold	-29,61	-33,09	Kasami	-29,38	-33,08	Optim. (Impulse)	-39,59	-40,28	Optim. (Gaussian)	-35,78	-39,75	Optim. (Sinc)	-36,11	-39,72	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-30,34</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-40,19</td> <td>-30,25</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-27,79</td> <td>-31,91</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-28,92</td> <td>-31,75</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-28,99</td> <td>-31,67</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-39,54</td> <td>-40,45</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-35,16</td> <td>-39,60</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-35,32</td> <td>-39,59</td> </tr> </tbody> </table> <p>(k) CAF - ASL in R map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-30,34	Walsh-Hadamard	-40,19	-30,25	M-Sequence	-27,79	-31,91	Gold	-28,92	-31,75	Kasami	-28,99	-31,67	Optim. (Impulse)	-39,54	-40,45	Optim. (Gaussian)	-35,16	-39,60	Optim. (Sinc)	-35,32	-39,59	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">DSSS</th> <th colspan="2">FHSS</th> </tr> <tr> <th>None</th> <th>Costas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>None</td> <td>-</td> <td>-29,86</td> </tr> <tr> <td>Walsh-Hadamard</td> <td>-31,71</td> <td>-27,91</td> </tr> <tr> <td>M-Sequence</td> <td>-27,37</td> <td>-30,12</td> </tr> <tr> <td>Gold</td> <td>-26,55</td> <td>-29,55</td> </tr> <tr> <td>Kasami</td> <td>-27,16</td> <td>-29,46</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Impulse)</td> <td>-35,65</td> <td>-36,79</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Gaussian)</td> <td>-30,92</td> <td>-36,17</td> </tr> <tr> <td>Optim. (Sinc)</td> <td>-31,01</td> <td>-36,06</td> </tr> </tbody> </table> <p>(l) CAF - ASL in V map</p>	DSSS	FHSS		None	Costas	None	-	-29,86	Walsh-Hadamard	-31,71	-27,91	M-Sequence	-27,37	-30,12	Gold	-26,55	-29,55	Kasami	-27,16	-29,46	Optim. (Impulse)	-35,65	-36,79	Optim. (Gaussian)	-30,92	-36,17	Optim. (Sinc)	-31,01	-36,06
	DSSS		FHSS																																																																																																																					
		None	Costas																																																																																																																					
	None	-	-39,92																																																																																																																					
	Walsh-Hadamard	-42,26	-39,72																																																																																																																					
	M-Sequence	-38,60	-41,55																																																																																																																					
	Gold	-38,55	-41,35																																																																																																																					
	Kasami	-38,36	-41,35																																																																																																																					
	Optim. (Impulse)	-39,42	-40,29																																																																																																																					
	Optim. (Gaussian)	-37,21	-40,18																																																																																																																					
	Optim. (Sinc)	-37,35	-40,18																																																																																																																					
	DSSS	FHSS																																																																																																																						
None		Costas																																																																																																																						
None	-	-31,50																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-34,40	-31,04																																																																																																																						
M-Sequence	-29,69	-33,34																																																																																																																						
Gold	-29,61	-33,09																																																																																																																						
Kasami	-29,38	-33,08																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-39,59	-40,28																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-35,78	-39,75																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-36,11	-39,72																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-30,34																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-40,19	-30,25																																																																																																																						
M-Sequence	-27,79	-31,91																																																																																																																						
Gold	-28,92	-31,75																																																																																																																						
Kasami	-28,99	-31,67																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-39,54	-40,45																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-35,16	-39,60																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-35,32	-39,59																																																																																																																						
DSSS	FHSS																																																																																																																							
	None	Costas																																																																																																																						
None	-	-29,86																																																																																																																						
Walsh-Hadamard	-31,71	-27,91																																																																																																																						
M-Sequence	-27,37	-30,12																																																																																																																						
Gold	-26,55	-29,55																																																																																																																						
Kasami	-27,16	-29,46																																																																																																																						
Optim. (Impulse)	-35,65	-36,79																																																																																																																						
Optim. (Gaussian)	-30,92	-36,17																																																																																																																						
Optim. (Sinc)	-31,01	-36,06																																																																																																																						

Tabelle 2.11: Ergebnisse der Leistungskennzahlen.

des Radarnetzwerks für die Zielverfolgung oder Suche vorhersagen können, damit die Konfiguration der Sender (Tx) und Empfänger (Rx) angepasst werden kann. Weitere Simulationen untersuchen Multi-Armed Bandit (MAB) Algorithmen als Kandidaten zur Optimierung eines Suchraums oder Track-While-Scan Modus. Schlussendlich wird das Ressourcenmanagementproblem als Multidimensional Multiple-Choice Knapsack Problem (MMKP) formuliert und Algorithmen zur schnellen Lösung des Problems untersucht.

2.17.1 Simulation eines einfachen Radar-Ressourcen-Managements

Zum Aufbau der Simulationssoftware wird ein einfaches Ressourcen-Management implementiert. Im Sinne der agilen Entwicklung entsteht so eine Minimallösung, deren Komponenten dann iteriert und kontinuierlich verbessert werden können. Die Simulation bildet noch nicht die gesamte Signalverarbeitung in einem Radarnetzwerk ab. Der Fokus liegt auf einer Minimallösung für das Ressourcen-Management und einem möglichst einfachen Tracking für eine Simulation, die auf der *orekit* Bibliothek [32] aufbaut und die Such-, Detektionsbestätigungs-, und Trackingfunktion eines Radars auf realistischen Eingangsdaten abbildet.

2.17.1.1 Methoden

Durch *orekit* werden sowohl geozentrische als auch inertielle Koordinatensysteme mit aktuellen Konventionen implementiert. Außerdem können Satellitendaten z.B. im Two-Line Element (TLE) Format eingelesen werden. Weiterhin bietet *orekit* mehrere Möglichkeiten, Orbits numerisch über die Modellierung der Kräfte oder mit analytischen Methoden zu berechnen und in ein Extended Kalman Filter (EKF) einzubinden.

Mit den Softwaretools von *orekit* werden öffentlich verfügbare Daten [138] zu existierenden Objekten in erdnahen Umlaufbahnen im TLE-Format eingelesen und als Referenzumlaufbahnen definiert,

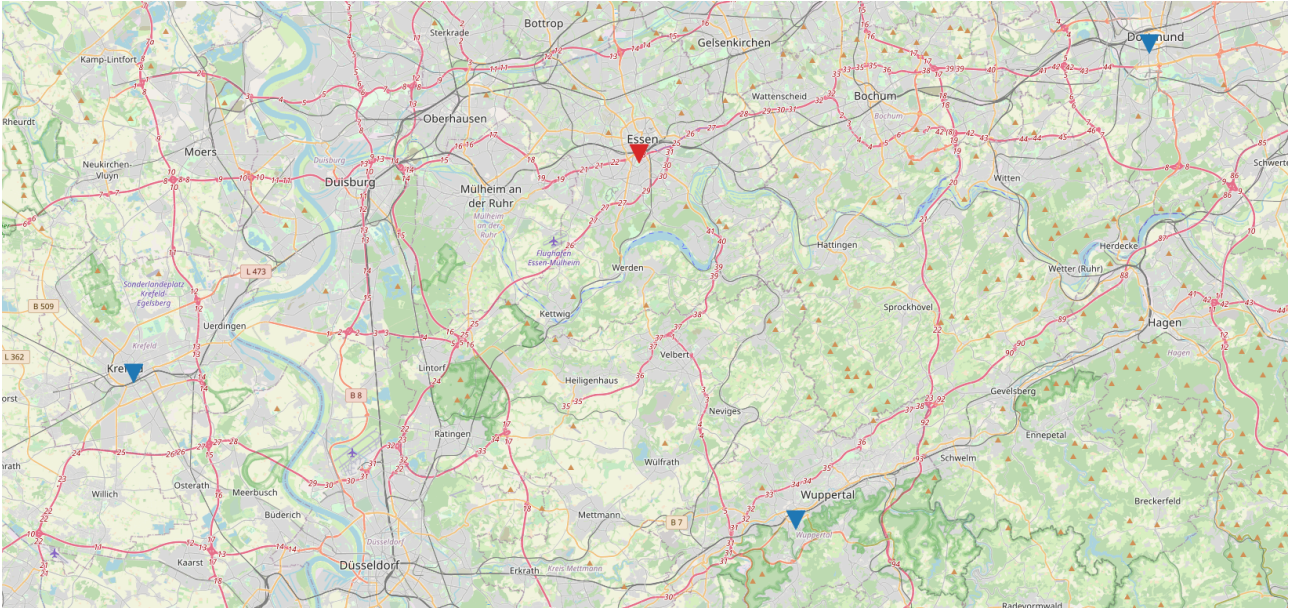


Abbildung 2.114: Positionen der Empfänger (blau) und des Senders (rot).

für die ein Radarnetzwerk Messungen generieren soll. Für das Tracking wird das EKF von *orekit* verwendet. Die Datenassoziation basiert zunächst auf den aus den Referenzumlaufbahnen bekannten Satellitenidentifikationsnummern und anstatt eines Radarmodells werden die Messungen mit einem distanzunabhängigen normalverteilten Rauschen mit festgelegter Standardabweichung überlagert.

Ein Track wird initialisiert, wenn zu demselben Ziel Messungen aus zwei unabhängigen Pulszügen verfügbar sind. Aus dem zeitlichen Abstand und der Differenz der Positionen wird ein Geschwindigkeitsvektor für das Ziel berechnet. Daraus ergibt sich der Zustand des Ziels $\mathbf{x}_{\text{ECI}} = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$. Die initiale Kovarianzmatrix \mathbf{P}_0 und das Prozessrauschen \mathbf{Q} für das EKF werden zu

$$\mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} 10^9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad (2.211)$$

festgelegt. Die Standardabweichungen des Messrauschens für den Abstand σ_r , den Richtungskosinus σ_u, σ_v und die Geschwindigkeit in Richtung der Winkelhalbierenden des bistatischen Winkels in der bistatischen Ebene $\sigma_{\dot{r}}$ sind in Tabelle 2.12 gegeben. Die Messrate, bzw. die Senderate der Pulszüge, beträgt 10 Hz.

Der Radius einer Sende- oder Empfangskeule beträgt 55 msin und der Beobachtungsbereich einer Antenne ist durch den maximalen Winkel von 60° zur Normalen durch das Phasenzentrum in der Antennenebene begrenzt. Hierbei bezeichnet $\text{msin} = 10^{-3}$ die dimensionslose Einheit des Richtungskosinus [139]. Von Zielen, die nicht innerhalb des Beobachtungsbereiches und einer Sende- und Empfangskeule liegen, wird keine Messung generiert.

σ_u [msin]	σ_v [msin]	σ_r [m]	$\sigma_{\dot{r}}$ [m s^{-1}]
8.8	8.8	12	17

Tabelle 2.12: Standardabweichungen des Messrauschens.

Ein existierender Track wird verworfen, wenn entweder 2 s lang keine neuen Messungen generiert werden konnten, oder das Ziel den Beobachtungsbereich verlassen hat. Messungen, die keinem Track zugeordnet sind, werden verworfen, falls sie nicht innerhalb von einer Sekunde durch eine weitere Messung bestätigt werden können.

Die Positionen der Sende- und Empfangsstationen sind in Abbildung 2.114 dargestellt. Alle Stationen haben ihre Antennen um 23.6° nach Norden geneigt.

Berechnung von bistatischen Messungen weit entfernter Ziele Die Messgeometrie und die damit verbundenen Koordinatentransformationen zur Berechnung von bistatischen Messungen werden mit *orekit* berechnet. Ein Ziel kann sich während der Zeit, die ein Radarpuls benötigt um vom Sender über das Ziel bis zum Empfänger zu gelangen, um eine Strecke bewegen, die in der Größenordnung des Messfehlers für die bistatische Distanz liegt. Daher können nicht die Positionen von Sender, Empfänger und Ziel zu einem festen Zeitpunkt genommen werden, um die Messgeometrie näherungsweise zu berechnen. Zur Berechnung einer Messung müssen die Position des Senders zum Zeitpunkt des Aussendens des Pulses, die Zielposition zum Zeitpunkt der Reflexion des Pulses und die Position des Empfängers zum Zeitpunkt des Signalempfangs bekannt sein. Außerdem müssen zwei Fälle unterschieden werden. Entweder ist der Zeitpunkt, an dem der Puls ausgesendet wird, festgelegt, oder der Zeitpunkt, zu dem der Puls empfangen wird. Der erste Fall eignet sich dazu, in einem Sensornetzwerk die Messungen zu berechnen, die von allen Empfängern durch den Puls eines Senders erzeugt werden. Der zweite Fall ist für die Datenfusion relevant. In *orekit* gilt die Konvention, dass Messungen für den Zeitpunkt des Signalempfangs definiert sind. Demnach müssen zur Berechnung der Innovation (z.B. für ein Kalmanfilter) aus einem prädizierten Zielzustand zum Zeitpunkt einer neuen Messung die Position des Ziels zum Zeitpunkt der Reflexion und die Position des Senders rekonstruiert werden.

Zur Berechnung der bistatischen Geometrie, ausgehend von einem festen Sendezeitpunkt, werden bestehende Methoden aus *orekit* adaptiert. Die bekannten Größen sind die Positionen der Sende- und Empfangsstationen im geozentrischen Koordinatensystem, der Zeitpunkt, zu dem der Puls gesendet wird, und der Orbit des Ziels. Gesucht sind die Signallaufzeiten τ_{tx} und τ_{rx} vom Sender oder Empfänger zum Ziel. Beide Laufzeiten werden einzeln durch eine iterative Suche entlang einer linearen Näherung des Zielorbits gefunden (vgl. Algorithmus 2). Diese Methode wird zweimal aufgerufen, um erst τ_{tx} und anschließend mit der bekannten Zielposition τ_{rx} zu berechnen.

Algorithm 2: Berechnung der Signallaufzeit τ . Angepasst aus [32].

Data: signal emission time τ_{tx} , emitter position $\mathbf{p}_{tx,ECI}$, time variable target state $\mathbf{x}_{ECI}(t_0)$, accuracy threshold ϵ , maximum iterations n , speed of light c_0

Result: signal time of flight τ from emitter position $\mathbf{p}_{tx,ECI}$ to target state $\mathbf{x}_{ECI}(\tau)$

```

1 offset =  $\tau_{tx} - t_0$ ;
2  $\tau =$  -offset;
3 count = 0;
4  $\Delta t = 0$ ;
5 do
6   previous =  $\tau$ ;
   /* Shift target state on its orbit with a first order approximation. */
7    $\mathbf{p}_{tmp,ECI}(\tau + \text{offset}) = \text{shift}(\mathbf{x}_{ECI}(t_0), \tau + \text{offset}).\text{getPosition}()$ ;
8    $\tau = \frac{\|\mathbf{p}_{tx,ECI} - \mathbf{p}_{tmp,ECI}\|}{c_0}$ ;
9    $\Delta t = \tau - \text{previous}$ ;
10 while count++ < n and  $\Delta t > \epsilon$ ;
11 return  $\underline{\tau}$ 

```

Aus den drei Positionen von Sender, Ziel und Empfänger können anschließend die bistatische Ebene und die nicht verrauschten Messgrößen bistatische Distanz, bistatische Dopplerverschiebung und beide Richtungskosinus-Winkel sowie im Falle der Datenfusion deren Ableitungen nach dem Zielzustand mit Standardmethoden berechnet werden [15]. Die Berechnung dieser Größen „rückwärts“ ausgehend von dem Zeitpunkt des Empfangs einer Messung für die Datenfusion kann mit den vorhandenen Methoden von *orekit* berechnet werden. Die nicht verrauschten Größen sind die Eingangsgrößen für ein

Radarmodell.

Ausrichtung der Sende- und Empfangskeulen für die Suche Im Forschungsvorhaben Radarnetzwerke 1 [2] wurden bereits Verfahren vorgestellt, wie Empfangskeulen so ausgerichtet werden können, dass sie eine Sendekeule vollständig abdecken. Die aktuelle Software im Vorhaben Radarnetzwerke 2 implementiert eine etwas andere Version, die zunächst etwas einfacher ist, da nicht die gesamte Sendekeule betrachtet wird. Stattdessen wird die Sendekeule zu einem Strahl vereinfacht. Entlang des Strahls werden die Empfangskeulen positioniert. Die Positionen der Empfangskeulen werden für jeden Empfänger berechnet. Am Ende wird derjenige Empfänger ausgewählt, der die minimale bistatische Distanz bei maximaler Entfernung des Ziels zum Sender aufweist. So hat man ein einfaches Verfahren, um das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) für weit entfernte Ziele zu maximieren. Dieses Kriterium ist nicht allgemein für alle Anordnungen von Radarstationen und Szenarien sinnvoll, gibt aber für den Anfang eine eindeutige Auswahl von Empfangskeulen vor. Anzahl und Position der Empfangskeulen einer einzelnen Station für einen gegebenen Puls werden so berechnet, dass die Sendekeule vollständig abgedeckt wird, der Bereich mit hohem SNR einer Empfangskeule möglichst voll ausgenutzt wird und dabei nur so wenige Empfangskanäle wie möglich aktiv sein müssen.

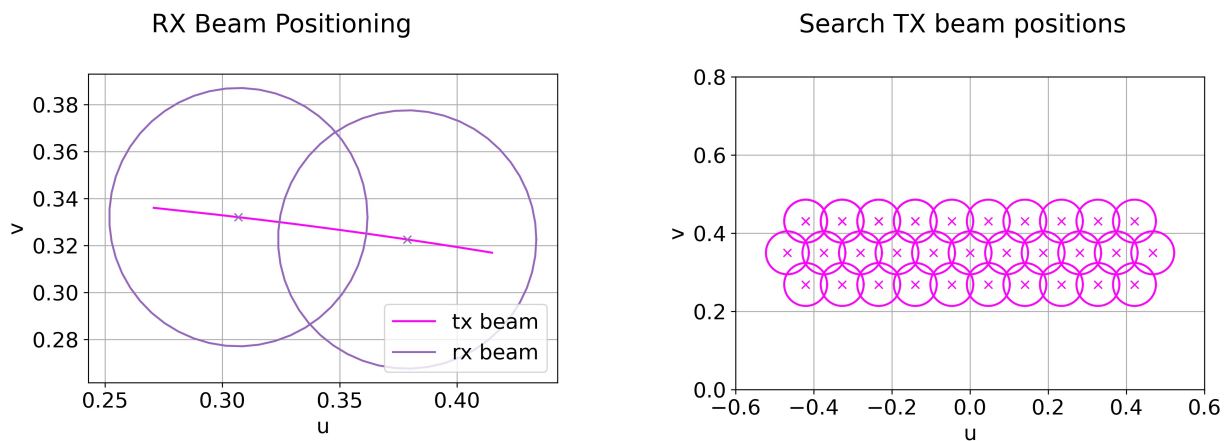
Dazu wird der Strahl, der die Sendekeule repräsentiert, in das Empfängerkoordinatensystem transformiert und ein Intervall $I_{tx,h} = [r_{tx,h,min}, r_{tx,h,max}]$ auf dem Strahl definiert, welches durch eine minimale und maximale Höhe h eines Ziels über der Erde gegeben ist. Durch die Schnittmenge mit dem Intervall $I_{rx} = [r_{tx,fov,min}, r_{tx,fov,max}]$, das den maximalen Beobachtungsbereich des Empfängers beschreibt, ergibt sich dann das Intervall I_{tx} , mit dem der Bereich auf dem Strahl definiert ist, der durch Empfangskeulen abgedeckt werden muss.

Die Anzahl und Position der Empfangskeulen wird durch einen iterativen Algorithmus gefunden. In jedem Schritt wird jeweils eine Empfangskeule für ein Intervall $I_{tx,ij}$ berechnet. Der Index i bezeichnet den Iterationsschritt, j den Index eines Intervalls. In jedem Iterationsschritt wird die Anzahl der Intervalle um eins erhöht, indem das Intervall I_{tx} gleichmäßig in i Intervalle unterteilt wird. Dabei wird die Aufteilung so gewählt, dass sie in der Projektion des Intervalls I_{tx} in die Antennenebene und das Richtungskosinuskoordinatensystem näherungsweise gleichmäßig ist. Das wird erreicht, indem das Intervall I_{tx} in ein Intervall von Winkeln in der bistatischen Ebene umgerechnet wird. Wenn alle Intervalle $I_{tx,ij}$ eines Iterationsschritts i vollständig durch jeweils eine Empfangskeule abgedeckt sind, muss keine weitere Iteration stattfinden, da dann das gesamte Intervall I_{tx} durch Empfangskeulen abgedeckt ist.

Die Position einer Empfangskeule ist durch einen Parameter r_{tx} innerhalb des Intervalls $I_{tx,ij}$ eindeutig definiert, da durch diesen Parameter eine Position auf dem Strahl der Sendekeule definiert ist, auf die die Empfangskeule zeigt. Hierbei kann r_{tx} so gewählt werden, dass die Empfangskeule mittig auf dem Intervall liegt. Dazu wird r_{tx} in einen Winkel α_0 in der bistatischen Ebene umgerechnet. Da die bistatische Ebene durch den Strahl, der die Sendekeule repräsentiert, und das Phasenzentrum des Empfängers im Ursprung definiert ist, ist es immer möglich, einen Winkel α_0 zu finden. Der Wert von α_0 hängt von Konventionen zur Definition der bistatischen Ebene ab. Genauso kann das Intervall $I_{tx,ij}$ als ein Intervall von Winkeln $I_\alpha = [\alpha_{tx,min}, \alpha_{tx,max}]$ in der bistatischen Ebene dargestellt werden. Bei entsprechender Normierung der Winkel kann man

$$\alpha_0 = \alpha_{tx,min} + \frac{\alpha_{tx,max} - \alpha_{tx,min}}{2} \quad (2.212)$$

so berechnen, dass das Winkelintervall I_α halbiert wird. Das entspricht für kleine Durchmesser der Empfangskeulen und keine zu großen Auslenkungswinkel näherungsweise einer mittigen Platzierung der Empfangskeule in den Richtungskosinuskoordinaten. Abbildung 2.115a zeigt eine Projektion des Intervalls I_{tx} in die Antennenebene und Richtungskosinuskoordinaten und eine Platzierung von zwei Empfangskeulen. Für eine Empfangskeule ist das SNR höher, je näher sich ein Ziel am Mittelpunkt der Keule befindet. Durch die mittige Positionierung der Empfangskeule über dem Intervall $I_{tx,ij}$ wird der Bereich mit hohem SNR effektiv genutzt.



(a) Für eine bistatische Messung müssen die Empfangskeulen (rx) die Sendekeule (tx) abdecken.

(b) Positionen der Sendekeulen für die Suche im Antennenkoordinatensystem des Senders.

Abbildung 2.115: Abdeckung einer Sendekeule durch Empfangskeulen und Positionen der Sendekeulen im Suchzaun.

Für die Suche werden die Positionen der Sendekeulen über ein Raster im Antennenkoordinatensystem des Senders definiert. Abbildung 2.115b zeigt die Positionen der 31 Sendekeulen. Durch die festgelegte Messfrequenz von 10 Hz benötigt ein Durchlauf aller Positionen mindestens 3.1 s.

Regelbasiertes Radar-Ressourcen-Management Um mit dem Radarnetzwerk gleichzeitig zu suchen, Ziele zu verfolgen und Messungen zu bestätigen, wird ein einfaches regelbasiertes Sensor-Management benutzt. Folgende Regeln gelten für das Radarnetzwerk:

1. Falls eine nicht bestätigte Messung existiert, wird der nächste Pulszug genutzt, um die Messung zu bestätigen
2. Falls bekannte Ziele existieren, die seit mehr als einer Sekunde nicht beleuchtet wurden und der letzte Pulszug für die Suche benutzt wurde, wird der nächste Pulszug auf das Ziel gerichtet, das am längsten nicht mehr detektiert wurde
3. Wenn die Regeln 1 und 2 nicht zutreffen, wird die nächste Position im Suchraster beleuchtet

Für das Sensor-Management wird eine Latenz von einer halben Sekunde angenommen. Es müssen also die Positionen von Zielen zur Anwendung der Regel 2 um eine halbe Sekunde im voraus berechnet werden, um die Ziele korrekt zu beleuchten. Während für die Suche die Anzahl der Empfangskeulen minimiert wird und nur ein Empfänger zusammen mit dem Sender aktiv ist, werden für die Anwendung der Regeln 1 und 2 alle Empfänger aktiviert, welche das Ziel oder die Messung im Beobachtungsbereich haben. Regel 2 legt außerdem fest, dass, bei Vernachlässigung von Regel 1, mindestens die Hälfte der Zeit für die Suche nach neuen Zielen verwendet wird. Da die Bestätigung von Messungen im Verhältnis zu den anderen Funktionen weniger häufig auftritt, kann davon ausgegangen werden, dass das näherungsweise auch für die Anwendung aller Regeln gilt.

2.17.1.2 Ergebnisse

Abbildung 2.116 stellt die Ergebnisse einer Simulation mit den in Kapitel 2.17.1.1 beschriebenen Methoden nach Ablauf von 59.2 s dar. Zu diesem Zeitpunkt wird ein Puls auf ein Ziel gerichtet und alle drei Empfängerstationen richten eine Empfangskeule auf das entsprechende Ziel. Außerdem sind die Sendekeulen der letzten 20 Zeitschritte mit abnehmender Intensität dargestellt. Das Radarnetzwerk verfolgt zwei Ziele im zweiten Quadranten, während es nach neuen Zielen sucht.

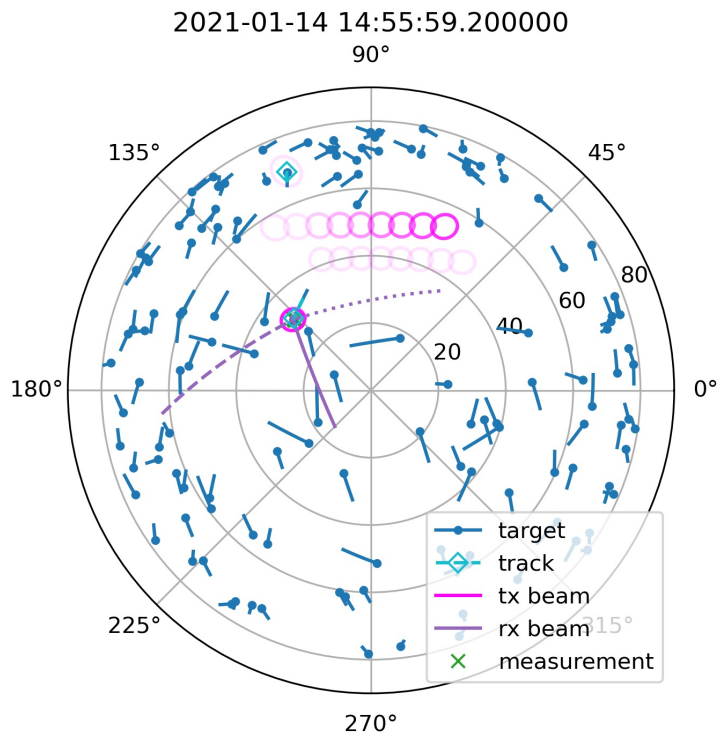
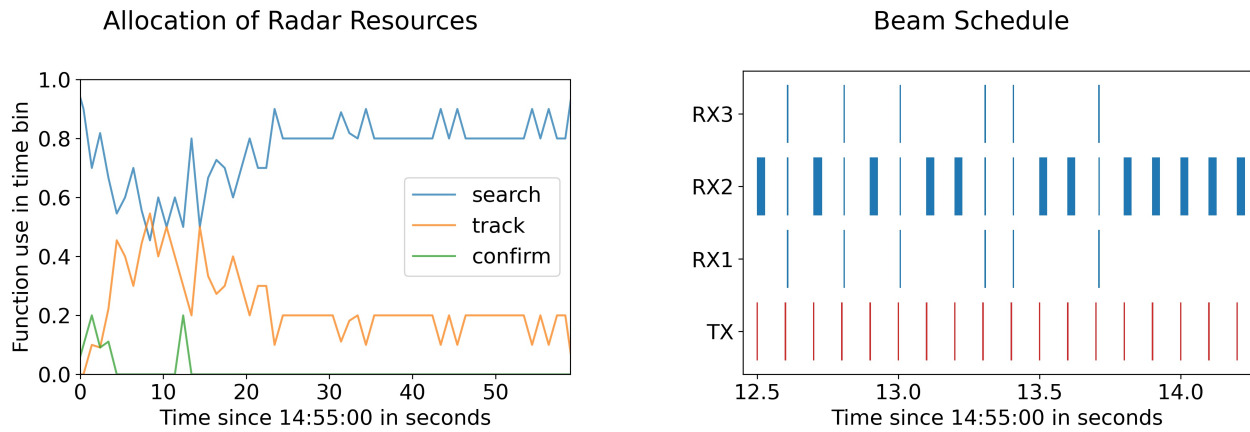


Abbildung 2.116: Beispielszenario, dargestellt in dem topozentrischen, polaren ENU Koordinatensystem des Senders. In den lokalen Koordinaten bezeichnen 0° Osten und 90° Norden.

Abbildung 2.117a zeigt das Verhältnis der Ressourcen, die das Radarnetzwerk, gemittelt über eine Sekunde, für Suchen, Zielverfolgung oder die Bestätigung von Messungen verwendet. Diese Darstellung der Nutzung der Radar-Ressourcen macht deutlich, dass zu Beginn des Szenarios mehrere Ziele gefunden und bestätigt wurden. Im Laufe des Szenarios werden diese Ziele allerdings wieder verloren, da die Positionierung der Sende- und Empfangskeulen nicht ausreichend genau gelingt. Der Grund für die schlechte Beleuchtung der Ziele liegt in der ungenauen Initialisierung. Kapitel 2.20.1 geht genauer auf die Initialisierung von Zielen ein und entwickelt Methoden, die Initialisierung zu verbessern. Mit Messungen aus nur zwei Pulszügen sind mit den gegebenen Parametern die Informationen noch nicht ausreichend, um die Ziele zuverlässig zu verfolgen.

Abbildung 2.117b stellt die zeitliche Abfolge und Ausdehnung der Sende- und Empfangskeulen dar. Gut zu erkennen ist die längere zeitliche Ausdehnung der Suchkeulen der Empfänger. Die längere Aktivierung ist notwendig, da der Puls des Senders während der gesamten Zeit, die er benötigt, um bis zur maximalen Messentfernung zu gelangen, verfolgt wird. Im Gegensatz dazu werden alle drei Empfänger zur Zielverfolgung und -Bestätigung aktiviert. Die zeitliche Dauer der Aktivierung ist dann kürzer, da nur ein Punktziel beleuchtet wird.

In Abbildung 2.118 ist die Summe aller Messungen für zwei verschiedene Fälle der Steuerung des Radarnetzwerks über den jeweiligen Identifikationsnummern der Ziele dargestellt. Im ersten Fall werden alle Regeln, wie in Kapitel 2.17.1.1 beschrieben angewandt. Im zweiten Fall wird nur das Suchraster benutzt. Das Radarnetzwerk erzeugt allein durch die Anwendung einfacher Regeln bei der Ansteuerung des Senders und der Empfänger deutlich mehr Messungen. Die Ziele mit den Nummern 30979 und 36214 können verfolgt werden. Damit werden im Vergleich zu der einfachen Suche bereits deutlich mehr Informationen über das Ziel gewonnen. Das Ziel mit der Nummer 34651 wird zwar entdeckt, die Initialisierung ist aber so schlecht, dass es nicht verfolgt werden kann. Trotzdem kann die Anzahl an Messungen durch die Anwendung der Regeln erhöht werden. Die anderen Ziele werden durch Pulszüge entdeckt, die nicht zur Suche eingesetzt wurden, da ein zweites Ziel nahe genug an einem anderen liegt, das gerade verfolgt wird. Ob man diesen Effekt in einem realen Radarnetzwerk haben wird, ist fraglich. Während es Fälle geben kann, in denen zufällig weitere Ziele detektiert werden, ist so ein „Beifang“



(a) Ressourcennutzung der Radarfunktionen Search, Track und Confirm.

(b) Zeitliche Abfolge und Dauer der Sendekeulen für die Suche im Antennenkoordinatensystem des Senders.

Abbildung 2.117: Ressourcenverteilung zwischen den verschiedenen Funktionen des Radars und die zeitliche Abfolge der Sende (TX) und Empfangskeulen (RX).

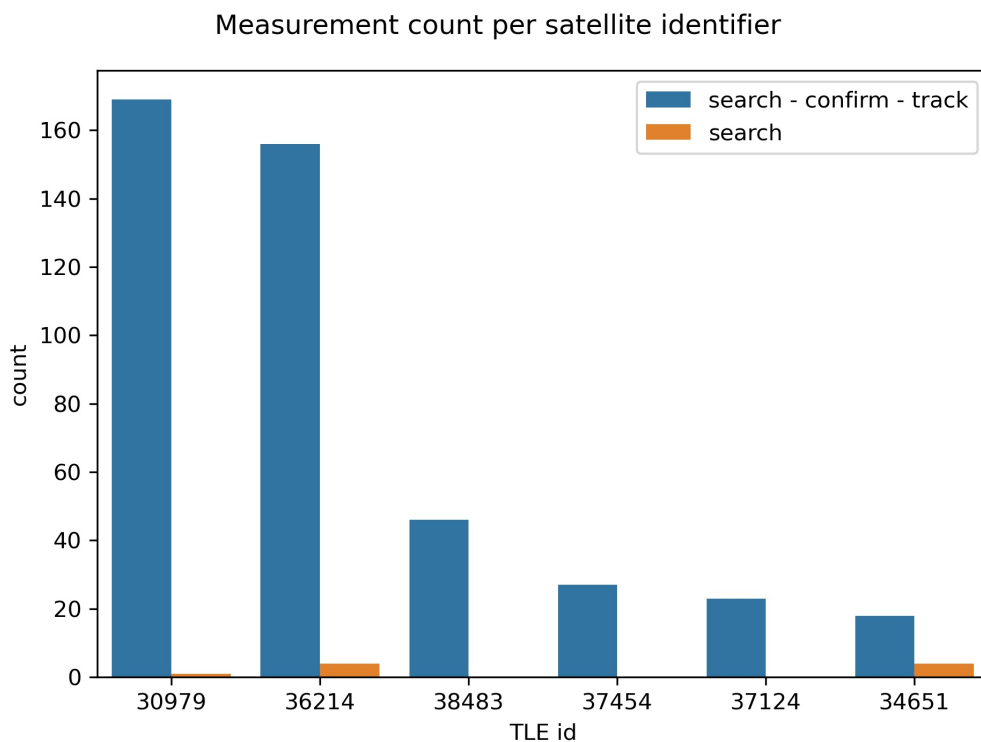


Abbildung 2.118: Anzahl der Messungen bei ausschließlicher Nutzung der Suchfunktion, oder der Nutzung von Suche, Tracking und Detektionsbestätigung.

durch eine Adaption der Messungen auf die Situation und das Ziel wahrscheinlich nicht die Regel.

2.18 Entwicklung und Analyse von Radarmoden (AP6200)

2.18.1 Verweildauer eines LEO-Objekts in einem Winkelsektor des Radars

In diesem Abschnitt wird die Verweildauer $T_{\text{residence}}$ eines Objekts im Low Earth Orbit (LEO) in einem vom Radar überwachten Winkelsektor beschrieben. Hierfür nutzen wir die Betrachtung in [2, Kap. 2.1.1.3], welche einige Vereinfachung annimmt. Die Verweildauer ergibt sich aus [2, (2.4)]

$$T_{\text{residence}} = \frac{L_{\text{D}}^{\theta}}{v_{\text{D}}}, \quad (2.213)$$

wobei v_{D} Geschwindigkeit des Objekts und L_{D}^{θ} die vom Objekt zurückgelegte Strecke im Winkelsektor θ ist. Die zurückgelegte Strecke ist abhängig von der Bahnhöhe des Objekts und der Ausrichtung des Winkelsektors. Wir leiten eine approximierete Darstellung dieser Abhängigkeit her. Dazu werden folgende vereinfachte Annahmen getroffen. Die Erde sei eine Sphäre mit Radius R_{E} und der Orbit des Objekts kreisförmig mit einem konstanten Abstand H_{D} zur Erdoberfläche. Der Winkelsektor θ ist um den Winkel η vom Zenit ausgelenkt. Abbildung 2.119 zeigt eine schematische Darstellung des Szenarios, der alle weiteren Größen, die zur Berechnung der Verweildauer benötigt werden, entnommen werden können.

Die Orbit-Geschwindigkeit des Objekts für eine kreisförmige Bahn ist lediglich abhängig von der Höhe der Orbits über der Erdoberfläche und gegeben durch

$$v_{\text{D}} = \sqrt{\frac{M_{\text{E}} \cdot G}{R_{\text{E}} + H_{\text{D}}}}, \quad (2.214)$$

wobei M_{E} die Masse der Erde und G die Gravitationskonstante beschreiben. Damit ist der Nenner der Gleichung (2.213) beschrieben.

Zur Beschreibung von L_{D}^{θ} ist es notwendig, die Winkel α_1 und α_2 , wie in Abbildung 2.119 gekennzeichnet, zu berechnen. Dazu nutzt man den Sinussatz und die Winkelsumme in den Dreiecken SMX_1 und SMX_2 . Dadurch ergibt sich für die Winkel α_1 und α_2 :

$$\alpha_1 = \eta - \frac{\theta}{2} - \sin^{-1} \left(\frac{R_{\text{E}}}{R_{\text{E}} + H_{\text{D}}} \sin \left(\pi - \eta + \frac{\theta}{2} \right) \right) \quad (2.215)$$

$$\alpha_2 = \eta + \frac{\theta}{2} - \sin^{-1} \left(\frac{R_{\text{E}}}{R_{\text{E}} + H_{\text{D}}} \sin \left(\pi - \eta - \frac{\theta}{2} \right) \right) \quad (2.216)$$

Für die bessere Lesbarkeit setzen wir $C := R_{\text{E}} + H_{\text{D}}$ und $C' := \frac{R_{\text{E}}}{R_{\text{E}} + H_{\text{D}}}$. Die Länge von L_{D}^{θ} ergibt sich aus

$$\begin{aligned} L_{\text{D}}^{\theta} &= C (\alpha_2 - \alpha_1) \\ &= C \left(\theta + \sin^{-1} \left(C' \sin \left(\pi - \eta + \frac{\theta}{2} \right) \right) - \sin^{-1} \left(C' \sin \left(\pi - \eta - \frac{\theta}{2} \right) \right) \right). \end{aligned} \quad (2.217)$$

Damit ergibt sich die Verweildauer aus Gleichung (2.213), mit dem Zähler aus Gleichung (2.217) und dem Nenner aus Gleichung (2.214).

Die Verweildauer muss für den Entwurf verschiedener Moden berücksichtigt werden, wie z.B. dem Durchsuchen eines Raumvolumens. Dabei sollte die Suche kürzer dauern als die Verweildauer eines Objekts im zu durchsuchenden Raumbereich, damit gewährleistet ist, dass ein Objekt in diesem Bereich mindestens einmal beleuchtet wird.

2.18.2 Einfluss der Radarparameter auf die Performance der Detektion und Parameterschätzung

In diesem Abschnitt werden zunächst grundlegende Radarkenngrößen eingeführt, die das Design des Radarnetzwerks und der Pulse betreffen. Anschließend wird der Einfluss der Wahl der Radarsystemparameter auf die Detektionsleistung und die Performance der Parameterschätzung dargestellt. Auf

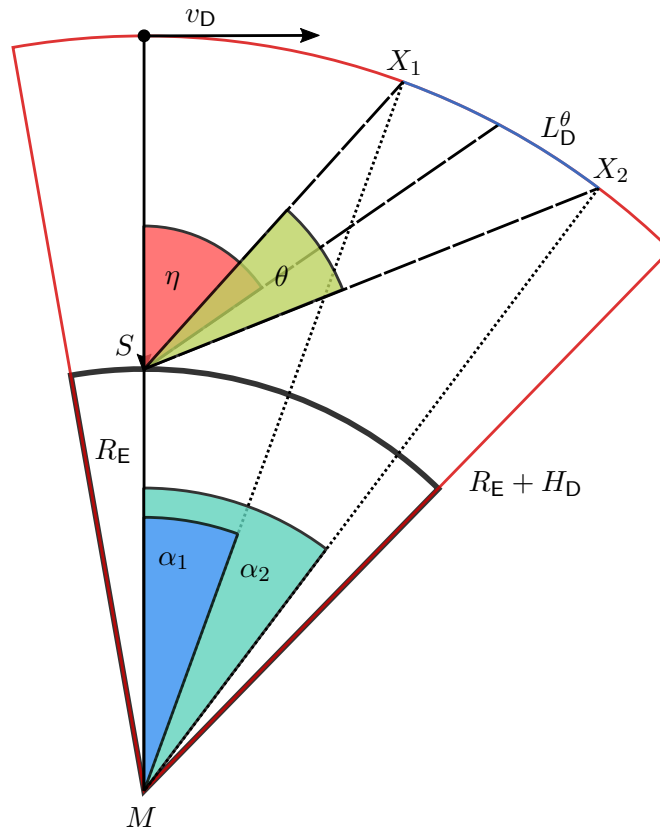


Abbildung 2.119: Skizze zur Berechnung der Verweilzeit

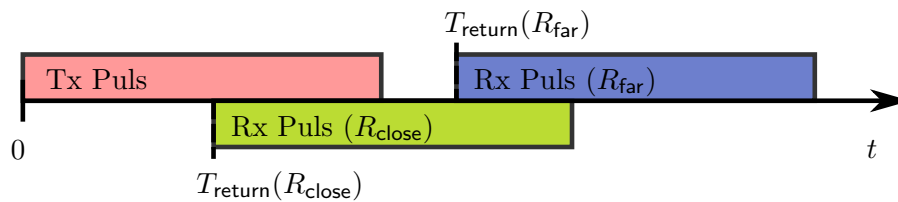


Abbildung 2.120: Skizze zu Blindbereichen

Grundlage dieser Zusammenhänge lassen sich sinnvolle Intervalle für das Moden-Design entsprechend der Anforderungen wählen.

2.18.2.1 Maximale Pulslänge und Blindbereiche

Für die Wahl der passenden Pulslänge sind mehrere Faktoren zu beachten. Die Distanzen R_{\min} und R_{\max} definieren ein Fenster für die Pulslänge. Die Pulslänge muss so gewählt werden, dass sich keine Blindbereiche ergeben. Reflektierte Pulse können nicht empfangen werden, während noch gesendet wird (siehe Abbildung 2.120). Diese Einschränkung spielt vor allem im (quasi-) monostatischen Fall eine Rolle. Die Zeit, bis ein ausgesandtes Signal nach einer Reflexion zurückkehrt, ergibt sich aus

$$T_{\text{return}} = \frac{2R}{c}, \quad (2.218)$$

wobei R die Distanz zwischen dem Radar und dem Objekt und c die Lichtgeschwindigkeit beschreibt. Zur Vermeidung von Blindbereichen ergibt sich für die Pulsdauer τ_p die Bedingung

$$\tau_p < \min(T_{\text{return}}(R)). \quad (2.219)$$

Hält man sich strikt an diese Bedingung, ergibt sich jedoch ein Problem, wenn man ein großes Intervall abzudeckender Distanzen $[R_{\min}, R_{\max}]$ betrachtet. Um Blindbereiche für Objekte mit geringen Distanzen (nahe R_{\min}) zu vermeiden, sollte der Sendepuls sehr kurz gewählt werden. Dies führt jedoch dazu, dass nur relativ wenig Energie ausgesandt wird und man zur Detektion eines Objekts mit großer Distanz (nahe R_{\max}) zu wenig Energie aussendet. Für den Fall, dass die Basislänge zwischen Tx und Rx hinreichend groß ist um das Direktsignal zu vernachlässigen, kann die Bedingung (2.219) ignoriert werden. Eine weitere Möglichkeit, um diese Restriktion zu umgehen, ist die geeignete Modellierung der Wellenform des Signals, sodass für geringen Distanzen auch ein Bruchteil des gesamten Pulses zur Detektion und Parameterschätzung ausreicht.

2.18.2.2 Maximale eindeutige Messentfernung (Maximum Unambiguous Range) und Messung der Dopplerverschiebung

Damit die gemessene Laufzeit eines Pulses eindeutig einer Entfernung zum Ziel zugeordnet werden kann, muss das Zielecho vor dem Aussenden eines neuen Sendepulses eintreffen. Hieraus ergibt sich als eindeutige Messentfernung R_{\max} für ein monostatisches Radar

$$R_{\max} \leq \frac{c}{2 \cdot \text{PRF}} \quad (2.220)$$

und für ein bistatisches Radar

$$(R_{\text{Tx}} + R_{\text{Rx}})_{\max} \leq \frac{c}{\text{PRF}} \quad (2.221)$$

wobei R_{Rx} und R_{Tx} die Entfernungen vom Ziel zum Sender Tx bzw. Empfänger Rx und PRF die Pulswiederholungsrate (*engl.* pulse repetition frequency, PRF) bezeichnen [15, (5.3536)].

Die Nutzung von verschiedenen eindeutig unterscheidbaren Wellenformen (z.B. orthogonale Wellenformen) für die Pulse eines Pulszugs können diesem Problem entgegenwirken, jedoch müssen die in Kapitel 2.18.2.1 beschriebenen Blindbereiche berücksichtigt werden.

Aus Gleichung (2.221) ergibt sich, dass eine niedrige Pulswiederholungsrate (PRF) zu einer Erhöhung der maximalen eindeutigen Messentfernung R_{\max} führt. Es muss jedoch auch beachtet werden, dass die Dopplerverschiebung auch mit der PRF abgetastet wird. Hierbei gilt der Zusammenhang zwischen der maximal eindeutig messbaren Dopplerverschiebung $f_{d\max}$ und der PRF nach [140, (1.17)]:

$$f_{d\max} = \pm \frac{\text{PRF}}{2}. \quad (2.222)$$

Folglich sorgt ein Design bezüglich einer Maximierung von $f_{d\max}$ zu einer hohen PRF und steht somit einer niedrigen PRF für eine hohe R_{\max} entgegen.

2.18.2.3 Zusammenhang von Pulslänge, PRF und Duty-Cycle

Der Duty-Cycle D beschreibt den Anteil der Sendedauer τ_p am Pulswiederholungsintervall (PRI), also

$$D = \frac{\tau_p}{\text{PRI}} = \tau_p \cdot \text{PRF}. \quad (2.223)$$

Da dieser Parameter durch die Hardware nach oben beschränkt sein kann, ist dies beim Entwurf von Moden, vor allem im Zusammenhang mit den in Kapiteln 2.18.2.1 und 2.18.2.2 beschriebenen Phänomenen, zu berücksichtigen. Es ist also darauf zu achten, dass die Pulslänge und die PRF entsprechend dem Duty-Cycle gewählt werden und die Anforderungen an die Blindbereiche und eindeutige Messentfernung erfüllen.

2.18.2.4 Standardabweichung der Parameterschätzung

Die Parameterschätzung eines Sensors ist im Allgemeinen immer mit einer Varianz bzw. Standardabweichung behaftet. Die untere Schranke der Varianz eines erwartungstreuen Schätzers, die Cramér Rao

Bound (CRB), kann mit Hilfe der in [11, Kap. 8.1.3] dargestellten Gleichungen abgebildet werden. Die Standardabweichung der Einfallrichtung in Richtungskosinuskoordinaten σ_u , der round-trip time (rtt) σ_t und der Doppler-Frequenz σ_f ergibt sich aus [11, Kap. 8.1.3]

$$\sigma_u = \frac{\theta_u^{3\text{dB}}}{1.61\sqrt{2} \text{ SNR}} \quad (2.224)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{1.81B\sqrt{2} \text{ SNR}} \quad (2.225)$$

$$\sigma_f = \frac{1}{1.81\tau_d\sqrt{2} \text{ SNR}} , \quad (2.226)$$

wobei $\theta_u^{3\text{dB}}$ die 3dB-Keulenbreite in Richtungskosinuskoordinaten, B die Signalbandbreite, τ_d die Länge des Pulszugs ist. Dabei ist zu beachten, dass die maximale Signalbandbreite einer Phased-Array-Antenne durch den Zusammenhang [12, (1.80)]

$$\frac{B}{f} = \frac{\theta_u^{3\text{dB}}}{u_0} , \quad (2.227)$$

beschränkt ist, wobei f die Trägerfrequenz und u_0 die Senderichtung ist.

Für den (quasi-)monostatischen Fall ergibt sich die Standardabweichung der Entfernungsschätzung $\sigma_{R_{\text{ms}}}$ aus (2.225)

$$\sigma_{R_{\text{ms}}} = \frac{c\sigma_t}{2} = \frac{c}{2 \cdot 1.81 \cdot B\sqrt{2} \text{ SNR}} . \quad (2.228)$$

Im bistatischen Fall wird über die Schätzung der rtt nicht mehr die Entfernung zum Empfänger R_{Rx} gemessen, sondern die sogenannte bistatische Entfernung, welche die gesamte Distanz vom Tx über das Ziel zum Rx darstellt. Es ergibt sich somit

$$R_{\text{bs}} = R_{\text{Tx}} + R_{\text{Rx}} . \quad (2.229)$$

R_{bs} kann über

$$R_{\text{bs}} = c \cdot \text{rtt} \quad (2.230)$$

berechnet werden, wobei die rtt zwischen dem Senden des Pulses beim Sender Tx und dem Empfang beim Empfänger Rx gemessen wird [15, (5.3)].

Die Standardabweichung der bistatischen Range ergibt sich mit (2.225) aus

$$\sigma_{R_{\text{bs}}} = c\sigma_t = \frac{c}{1.81B\sqrt{2} \text{ SNR}} . \quad (2.231)$$

Mit Hilfe der geschätzten bistatischen Range und den geschätzten Einfallswinkeln lässt sich die Entfernung vom Ziel zum Rx mittels [15, (5.1)]

$$R_{\text{Rx}} = \frac{R_{\text{bs}}^2 - L^2}{2(R_{\text{bs}} + L \sin(\theta_{\text{Rx}}))} \quad (2.232)$$

berechnen. Die Standardabweichung dieser Größe ergibt sich über eine Fehlerfortpflanzung aus [15, (5.7)]

$$\sigma_{R_{\text{Rx}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{\text{Rx}}}{\partial R_{\text{bs}}} \sigma_{R_{\text{bs}}}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{\text{Rx}}}{\partial L} \sigma L\right)^2 + \left(\frac{\partial R_{\text{Rx}}}{\partial \theta_{\text{Rx}}} \sigma_{\theta_{\text{Rx}}}\right)^2} , \quad (2.233)$$

wobei $\sigma_{\theta_{\text{Rx}}}$ die entsprechende Umrechnung von (2.224) und σL die Standardabweichung der Schätzung der Basislänge L ist. Die partiellen Ableitungen in (2.233) ergeben sich aus [15, (5.8)–(5.10)]

$$\frac{\partial R_{\text{Rx}}}{\partial R_{\text{bs}}} = \frac{1 + e^2 + 2e \cdot \sin(\theta_{\text{Rx}})}{2(1 + e \cdot \sin(\theta_{\text{Rx}}))^2} \quad (2.234)$$

$$\frac{\partial R_{\text{Rx}}}{\partial L} = -\frac{(e^2 + 1) \sin(\theta_{\text{Rx}}) + 2e}{2(1 + e \cdot \sin(\theta_{\text{Rx}}))^2} \quad (2.235)$$

$$\frac{\partial R_{\text{Rx}}}{\partial \theta_{\text{Rx}}} = -\frac{L(1 - e^2) \cos(\theta_{\text{Rx}})}{2(1 + e \cdot \sin(\theta_{\text{Rx}}))^2} , \quad (2.236)$$

wobei $e = L/(R_{\text{T}_x} + R_{\text{R}_x})$ die (Iso-Range-)Exzentrizität der Ellipse des bistatischen Setups beschreibt.

Betrachtet man den (quasi-)monostatischen Fall als bistatischen Fall mit $L \approx 0$, und somit $e \approx 0$, so ergibt sich nach (2.234) $\frac{\partial R_{\text{R}_x}}{\partial R_{\text{bs}}} = \frac{1}{2}$ und die beiden letzten Summanden in (2.233) entfallen, sodass (2.233) identisch ist zu (2.228). Somit lassen sich sowohl für den monostatischen als auch für den bistatischen Fall die Gleichungen (2.224), (2.226) und (2.233) nutzen. Im bistatischen Fall ist jedoch zu beachten, dass sich σ_f auf die Änderung der bistatischen Entfernung R_{bs} bezieht. Die Doppler-Verschiebung im bistatischen Fall f_{bs} ergibt sich daher aus [15, (6.1)]

$$f_{\text{bs}} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{d}{dt} R_{\text{bs}} \right) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{dR_{\text{T}_x}}{dt} + \frac{dR_{\text{R}_x}}{dt} \right), \quad (2.237)$$

wobei λ die Wellenlänge der Trägerfrequenz des Sendesignals ist. Auch für (2.237) ergibt sich die Gleichung für den monostatischen Fall, wenn $L = 0$ und somit $R_{\text{T}_x} = R_{\text{R}_x}$ gewählt wird.

Die hier dargestellte CRB berücksichtigt noch nicht die Diskretisierungseffekte eines realen Radarsystems.

2.18.2.5 Tabellarische Darstellung der Radarparameter und deren Auswirkung

Dieser Abschnitt fasst anhand der vorangegangenen Beschreibungen in Kapitel 2.17 sowie den Beschreibungen in Kapitel 2.2 die für das Moden-Design relevanten Parameter und deren Einfluss auf die Performance der Detektionsleistung und Schätzgenauigkeit in einer Tabelle zusammen. Tabelle 2.13 dient im weiteren Verlauf der Verfeinerung von vorhandenen Parameterräumen für das Moden-Design.

Tabelle 2.13: Tabelle mit Radarparametern und weiteren Parametern zum Moden-Design und deren Auswirkung auf die Performance.

	Default	Intervall	Einfluss auf Performance
$P_{Tx,elm}$ Einzelelement- Sendeleistung	1 kW	Konstant	Linearer Faktor im SNR.
N_{elm} Anzahl Antennenelemente	250	[100, 1000]	Geht kubisch in das SNR ein. Geht jeweils linear in die Sendeleistung, den Sendegewinn und den Empfangsgewinn ein.
τ_p Pulslänge	5 ms	(0, 10] ms	Linearer Faktor im SNR. Blindbereiche, Duty-Cycle und PRF sind zu beachten (s. Kap. 2.18.2.1, 2.18.2.2, 2.18.2.3)
n_p Pulszahl pro Processing-Intervall	1	[1, 40]	Einfluss ist abhängig von Integrationsmethode, Scandauer und Schätzung der RCS-Fluktuation.
D Duty Cycle	0.25	(0, 0.3]	Durch Hardware beschränkt. Hat Einfluss auf PRF und PRI (s. Kap. 2.18.2.3)
PRF Impulsfolgefrequenz	50 Hz	Folgt aus Pulslänge und Duty Cycle	Auswirkung auf die maximale eindeutige Messentfernung und die maximale eindeutig auflösbare Dopplerverschiebung (s. Kap. 2.18.2.2)
PRI Impulsfolgeperiode	20 ms	Folgt aus Pulslänge und Duty Cycle	Direkt antiproportional zur PRF
f Sendefrequenz	1.3 GHz	[1, 4] GHz	L- und S-Band.
λ Wellenlänge	0.2306 m	[0.075, 0.3] m	Quadratisch proportional im SNR.
B Signalbandbreite	2 MHz	(0, B_{max}] MHz	Beeinflusst Range-Genauigkeit wie in (2.231) dargestellt: Je größer die Bandbreite, desto besser die Range-Genauigkeit. Obere Schranke B_{max} gegeben durch (2.227) und hardwarebedingt max. 20% von f .
$G_{Tx,elm}$ Sendeelement- gewinn	5 dB	[0, 7] dB	Linearer Faktor im SNR.
$G_{Rx,elm}$ Empfangelement- gewinn	5 dB	[0, 7] dB	Linearer Faktor im SNR.
T_{sys} Systemrauschen	200 K	Abhängig vom gewählten Frequenzband	Antiproportional im SNR. Detaillierte Darstellung für die Weltraumüberwachung in [141].
L_{sys} System-Verluste	5.3 dB	Konstant	Antiproportional im SNR.
θ_u^{3dB} 3dB-Beambreite im Richtungskosinus	0.0886	Abhängig von λ und Array- Geometrie	Die Beambreite im Richtungskosinus ist unabhängig vom Sende- bzw. Einfallswinkel. Bestimmt den Winkelbereich, welcher mit mindestens der halben maximalen Leistung ausgeleuchtet wird.
t_d Dwell-Zeit		Abhängig von PRI und n_p	$t_d = n_p \text{PRI}$
T_{scan} Scandauer		Abhängig von der Geometrie	Sollte kürzer sein als die Verweildauer eines Objektes im Suchbereich (s. Kap. 2.18.1)

2.18.3 Berechnung eines Suchvolumens für die Schätzung von Signalparametern

Das eintreffende Echo eines zuvor ausgesandten Pulszugs unterliegt Verzerrungen, die unter anderem von der Radialgeschwindigkeit und Radialbeschleunigung eines Zielobjekts abhängig sind. Zur Detektion wird empfangsseitig eine Filterbank benutzt, um das eintreffende Signal in Gegenwart von Grundrauschen zu detektieren. Idealerweise bildet ein darin enthaltenes Filter die Signalverzerrungen des Empfangssignals möglichst genau ab. Dadurch wird ein gutes SNR beim Empfänger erreicht. Da vor der Korrelation das Ausmaß der Signalverzerrungen nicht bekannt ist, muss beim Design der Filterbank abgewägt werden, wie viele Filter implementiert werden, um einerseits möglichst viele Fälle von Verzerrungen abzubilden und andererseits den Rechenaufwand gering zu halten. Eine Beschränkung der zu erwartenden Radialgeschwindigkeit und Radialbeschleunigung, im Folgenden Suchvolumen genannt, für ein Zielobjekt hilft daher, das Filterbankdesign einzugrenzen.

Vorangegangene Arbeiten ([142], [4]) untersuchen die Eingrenzung der Radialgeschwindigkeit und Radialbeschleunigung für Zielobjekte im LEO für den Fall eines monostatischen Radarsystems. Diese Methode wird auf bistatische Radarsysteme erweitert.

Zunächst wird das Vorgehen zur Aufstellung des Suchvolumens erläutert. Simulationsergebnisse werden präsentiert, die sich sowohl auf die Nachbildung des monostatischen Falls aus [142], [4] beziehen als auch den Transfer auf ein bistatisches Radarsystem beinhalten. Abschließend wird diskutiert, inwiefern die Kenntnis über ein Suchvolumen beim Radarmodendesign von Bedeutung ist.

Die Ausgangssituation für die Ermittlung der Grenzen des Suchvolumens bildet eine Radarstation an einem bekannten, festgelegten Ort (hier: 50.6168°N, 7.1321°E, 321.4 m Höhe) mit bekannter fester

Exzentrizität e	[0 ... 0.1]
Länge des aufsteigenden Knotens Ω	[0° ... 360°]
Argument der Periapis ω	[0° ... 360°]
Entfernung des Zielobjekts	[300 km ... 3000 km]

Tabelle 2.14: Parameterbereiche für die Erstellung des Suchvolumens.

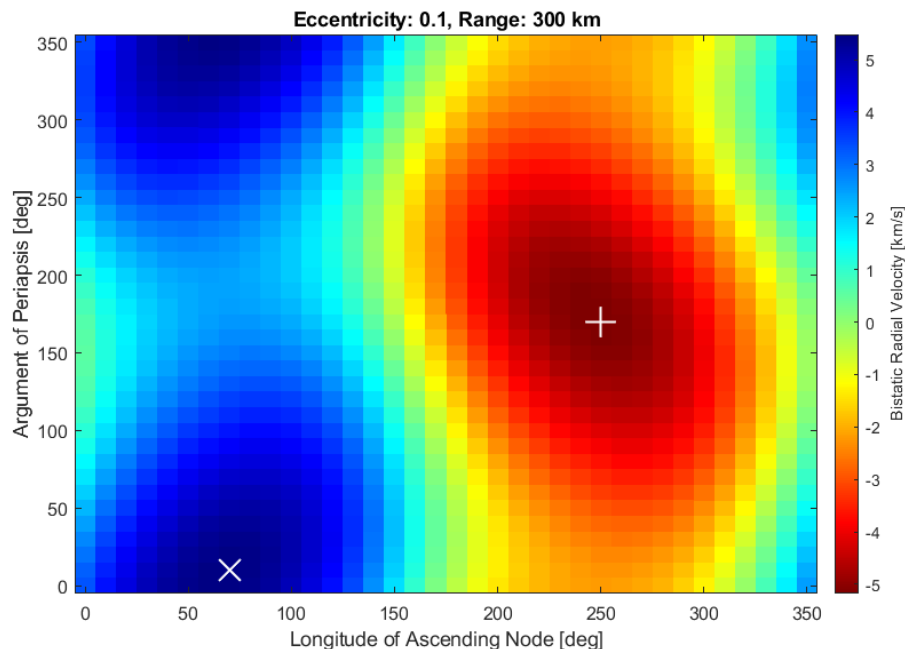


Abbildung 2.121: Der Minimalwert (gekennzeichnet durch +) und der Maximalwert (gekennzeichnet durch \times) der Radialgeschwindigkeit für ein Zielobjekt in 300 km Entfernung auf einem Orbit mit Exzentrizität $e = 0.1$.

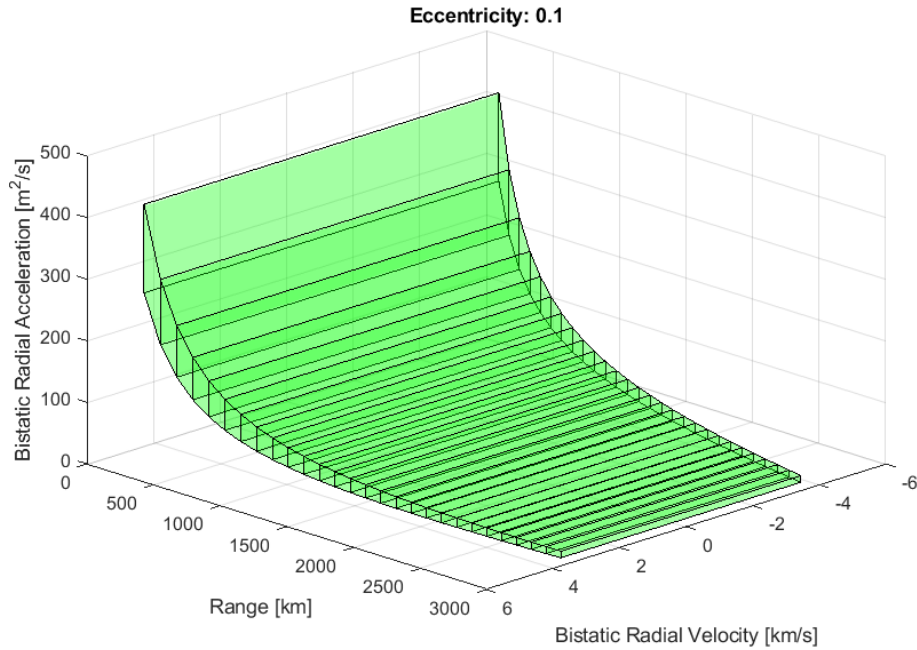


Abbildung 2.122: Suchvolumen für ein monostatisches Radar bei 50.6168°N, 7.1321°E, 321.4 m Höhe.

Antennenausrichtung in Azimut und Elevation (180° bzw. 75°). Betrachtet wird ein Zielobjekt mit bekannter aber variabler Position im LEO in Entfernungen zwischen 300 km und 3000 km zur Radarstation. Ferner wird angenommen, dass sich das Objekt auf einem Keplerorbit bewegt, von dem drei der sechs klassischen Bahnelemente bekannt aber variabel sind: die Exzentrizität e , die Länge des aufsteigenden Knotens Ω und das Argument der Periapis ω . Somit sind durch den dreidimensionalen Positionsvektor (bestehend aus Azimut, Elevation und Entfernung des Zielobjekts zur Radarstation) und die drei Bahnelemente e , Ω und ω insgesamt sechs Parameter gegeben, um den Orbit ausreichend zu definieren. Durch die Variation der drei Orbitparameter werden sämtliche Orbits simuliert, die sich hieraus ergeben. In den durchgeführten Simulationen wurden Ω und ω jeweils von 0° bis 360° und e von 0 (entspricht der exakt kreisförmigen Bahn) bis 0.1 (elliptische Bahn) kleinschrittig variiert. Tabelle 2.14 listet die verwendeten Parameterbereiche auf. Abbildung 2.121 zeigt die Werte für die Radialgeschwindigkeit in Abhängigkeit von Ω und ω für eine Exzentrizität $e = 0.1$ und eine Entfernung des Zielobjekts von der Radarstation von 300 km. Wie in Abbildung 2.121 gekennzeichnet können somit die Maximal- und Minimalwerte für die Radialgeschwindigkeit \dot{r} und analog die Radialbeschleunigung \ddot{r} für die untersuchte Parameterkonstellation ermittelt werden. Anders als in [142] erfolgt Berechnung der Radialgeschwindigkeit wie in Abschnitt 2.20.3.2 beschrieben über einen geometrischen Ansatz.

Die Berechnung der Maximal- und Minimalwerte für die Radialgeschwindigkeit und die Radialbeschleunigung werden im nächsten Schritt für eine Spanne von Entfernungen des Zielobjekts berechnet. Hieraus lässt sich ein dreidimensionales Suchvolumen erstellen (siehe Abbildung 2.122). Für jede Zielentfernung können somit die Grenzwerte ausgelesen werden, auf die eine Empfangsfilterbank ausgelegt sein sollte, um Orbits aus dem gegebenen Parameterraum zu erfassen.

Im Rahmen dieser Zuwendung werden diese Untersuchungen nun auch auf bistatische Radarsysteme ausgeweitet. Analog zum oben beschriebenen Vorgehen für den monostatischen Fall werden die Positionen eines Senders Tx und eines Empfängers Rx festgelegt. Vom Zielobjekt wird angenommen, dass es im Sende- bzw. Empfangsbereich beider Stationen liegt. Über die Variation der Orbitparameter und der Zielentfernungen werden die Extremwerte für die Radialgeschwindigkeit und die Radialbeschleunigung berechnet, welche das Suchvolumen festlegen. Die Radialbeschleunigung wird im bistatischen Fall als Summe der Radialbeschleunigungen aus Sender- und Empfängersicht berechnet. Hieraus lassen sich Rückschlüsse auf die Grenzen des Empfangsfilters beim Empfänger Rx ziehen. Abbildung 2.123 zeigt

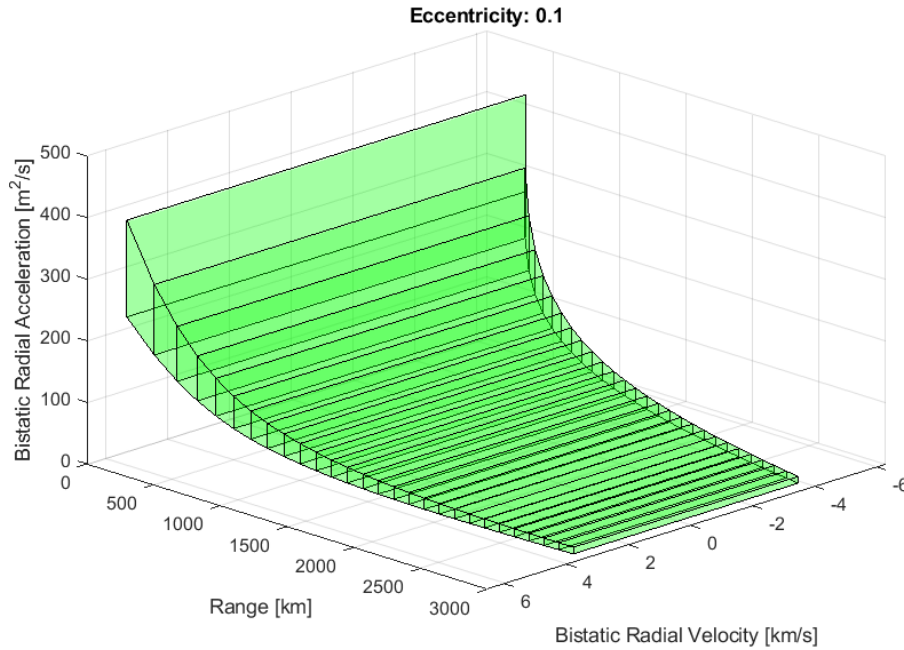


Abbildung 2.123: Suchvolumen für ein bistatisches Radar. Der Empfänger Rx ist an derselben Position wie für den monostatischen Fall aus Abbildung 2.122, der Sender Tx ca. 150 km entfernt weiter südlich bei 49.2683°N, 7.1321°E, 321.4 m Höhe.

das berechnete Suchvolumen für die angegebene Systemkonfiguration. Während sich die Suchvolumina zwischen der monostatischen und der bistatischen Anordnung, mit einer Basislänge von 150 km, kaum unterscheiden, ergeben sich größere Abweichungen wenn die Basislänge erhöht wird. Abbildung 2.124 zeigt das Suchvolumen für eine Basislänge von 600 km und es zeigt sich eine deutliche Verengung der erwarteten bistatischen Geschwindigkeit für Zielentfernungen größer als ca. 1000 km. Die Ausrichtung der Sendeantenne hat ebenfalls einen Einfluss auf das Suchvolumen, wie in Abbildung 2.125 dargestellt. In Abbildung 2.125 ist die Sendeantenne in Richtung Norden ausgerichtet und nicht wie in Abbildung 2.124 in Richtung des Empfängers.

Die Kenntnis über maximale und minimale Radialgeschwindigkeiten und Radialbeschleunigungen kann neben der Auslegung des Empfangsfilters auch für das Design der Radarmoden eines Puls-Doppler Radars verwendet werden.

2.18.4 Auswirkung der Positionierung von bistatischen Sendern und Empfängern auf das maximale kohärente Integrationsintervall

Die Auswirkung der Positionierung von bistatischen Sendern und Empfängern auf das Coherent Processing Interval (CPI) wird in [143] untersucht. Das CPI, also die Zeitspanne, in der Radarpulse kohärent integriert werden können, limitiert das SNR des Radarsystems. In Abhängigkeit von der radialen Zielgeschwindigkeit und -Beschleunigung wird das CPI begrenzt, um *range migration* und *Doppler migration* zu vermeiden. Beide Effekte vermindern die Fokussierung der Signalenergie eines Ziels auf eine Zelle in der *Range-Doppler-Map* und vermindern damit die Detektionswahrscheinlichkeit für ein Ziel. Mit der bistatischen Radialgeschwindigkeit \dot{R} und Radialbeschleunigung \ddot{R} des Ziels, der Bandbreite eines Radarpulses B und der Lichtgeschwindigkeit c kann das maximale T_{CPI} mit

$$\left| \dot{R}T_{\text{CPI}} + \frac{1}{2}\ddot{R}T_{\text{CPI}}^2 \right| - \frac{c}{2B} < 0 \quad (2.238)$$

angenähert werden, wenn es durch die *range migration* begrenzt ist. Dabei muss die kleinste positive Nullstelle von T_{CPI} als Begrenzung des maximalen kohärenten Integrationsintervalls gewählt werden.

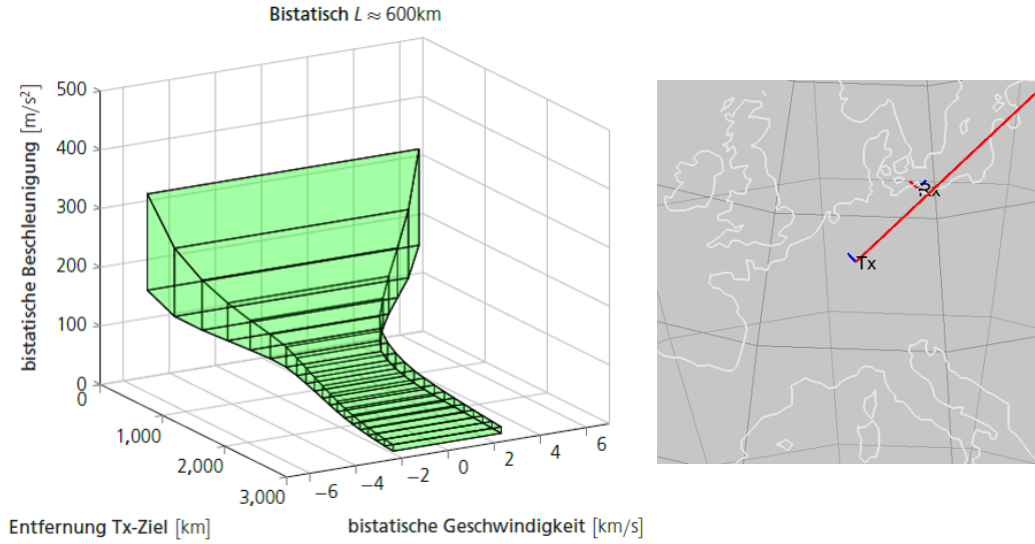


Abbildung 2.124: Suchvolumen für ein bistatisches Radar. Der Empfänger befindet sich in 600 km Entfernung, wie auf der Karte dargestellt. Die Sendeantenne ist dabei in Richtung des Empfängers ausgerichtet.

Wird außerdem noch die Defokussierung in der Doppler-Dimension berücksichtigt, so gilt gleichzeitig das Limit

$$T_{\text{CPI}} < \sqrt{\frac{\lambda}{2|\dot{\hat{R}}|}}, \quad (2.239)$$

wobei λ die Wellenlänge der Trägerfrequenz bezeichnet.

Die bistatische Radialgeschwindigkeit setzt sich aus den Radialgeschwindigkeiten zusammen, die jeweils von einer Radarstation (Tx oder Rx) aus beobachtet werden:

$$\dot{\hat{R}} = \dot{\hat{R}}_{\text{RX}} + \dot{\hat{R}}_{\text{TX}}. \quad (2.240)$$

Beide Komponenten der bistatischen Radialgeschwindigkeit werden über den Zustand des Ziels $(\hat{R}, \hat{v}, \hat{a})_{\text{RX, TX}}$ in dem jeweiligen Koordinatensystem der Radarstation berechnet:

$$\dot{\hat{R}}_{\text{RX, TX}} = \frac{\hat{v} \cdot \hat{R}}{|\hat{R}|}. \quad (2.241)$$

Die beobachtete Radialbeschleunigung des Ziels wird mit

$$\ddot{\hat{R}} = \ddot{\hat{R}}_{\text{RX}} + \ddot{\hat{R}}_{\text{TX}} \quad (2.242)$$

und

$$\ddot{\hat{R}}_{\text{RX, TX}} = \frac{\hat{a} \cdot \hat{R}}{|\hat{R}|} + \frac{\hat{v} \cdot \hat{v}}{|\hat{R}|} - \frac{(\hat{R} \cdot \hat{v})^2}{|\hat{R}|^3} \quad (2.243)$$

berechnet, wobei der Zielzustand wieder in das jeweilige Koordinatensystem einer Station transformiert wird, um Relativgeschwindigkeiten zu kompensieren.

Die oben angegebenen Gleichungen können nun für die Simulation verschiedener bistatischer Geometrien und der entsprechenden maximalen kohärenten Integrationszeiträume genutzt werden, welche ohne zusätzliche Datenverarbeitung zur Kompensation von *range migration* oder *Doppler migration* erreichbar sind.

Abbildung 2.126 beschreibt die Kombinationen von Tx und Rx, die untersucht werden. Ausgehend von einer festen Tx-Position werden Rx in verschiedenen Abständen nach Norden, Süden oder Osten

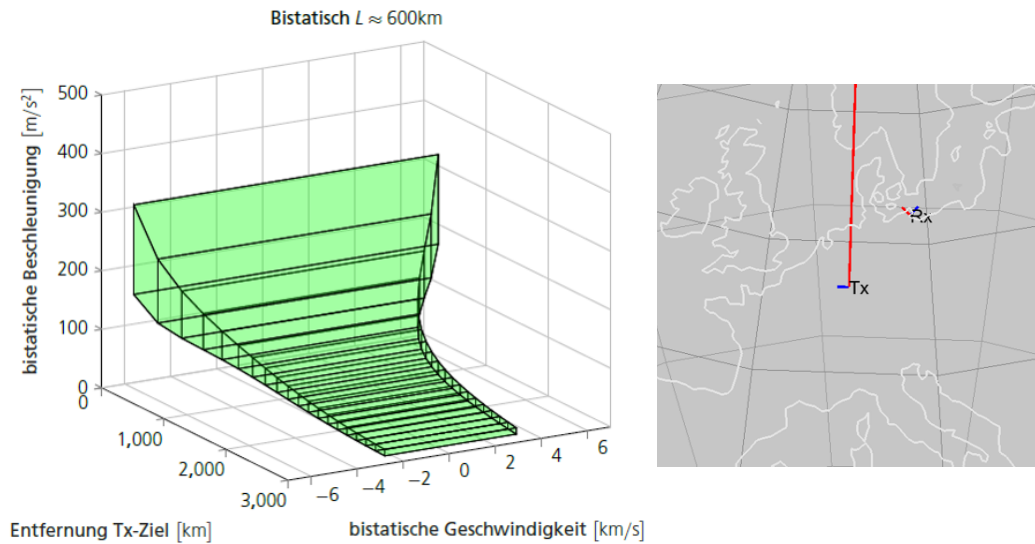


Abbildung 2.125: Suchvolumen für ein bistatisches Radar. Der Empfänger befindet sich in 600 km Entfernung. Die Sendeantenne zeigt Richtung Norden.

Tabelle 2.15: Zielparameter

Höhe	[300 km, 2700 km]
Exzentrizität	[0, 0.1]
Lage des aufsteigenden Knotens	[0°, 360°]
Argument der Periapsis	[0°, 360°]
Azimut	90°, 70°
Elevation	70°

verteilt. Die Zielzustände sind von der Position des Tx aus definiert und in Tabelle 2.15 angegeben. Außerdem sind die Signalbandbreite und Trägerfrequenz auf 2 MHz bzw. 1.5 GHz festgelegt.

Innerhalb der dort angegebenen Intervalle wird die Distanz zu den Zielen und die Exzentrizität variiert, um die maximale Integrationszeit zu berechnen. Der Azimut zum Ziel wird von Osten nach Norden definiert. Die Elevation ist aus der lokalen Ebene hin zum Zenit orientiert. Die Werte sind so gewählt, dass sie Objekte im LEO repräsentieren. Zur Berechnung des Zielzustandes wird die in Kapitel 2.20.3.2 beschriebene Methode zur Bestimmung der des Geschwindigkeitsvektors angewandt. Die Beschleunigung des Zielobjekts folgt aus der Annahme eines Keplerorbits.

In Abbildung 2.127 ist das maximale kohärente Integrationsintervall hinsichtlich der *range migration* für die Konfigurationen mit südlich oder östlich angeordneten Rx dargestellt. Für alle Konfigurationen nimmt die maximal mögliche Integrationszeit mit steigender Exzentrizität und sinkender Höhe der Ziels ab. Die monostatische Konfiguration erlaubt im gesamten Parameterraum von Höhe und Exzentrizität des Ziels eine längere Integrationszeit. Je weiter ein Empfänger in Richtung Osten verschoben ist, desto stärker fällt das maximal mögliche Integrationsintervall für geringe Zielhöhen ab. Man muss also für Geometrien, bei denen ein Ziel nördlich des Tx mit einem Rx beobachtet wird, welcher in Richtung Osten verschoben ist, mit einem verstärkten Effekt von *range migration* rechnen.

Ordnet man die Rx-Stationen in Richtung des zu beobachtenden Ziels an (Norden), so erhält man qualitativ andere Ergebnisse. Abbildungen 2.128 und 2.129 zeigen, ab welchem kohärenten Integrationszeitraum mit *range migration* zu rechnen ist, wenn das Ziel genau in Richtung der Verbindungslinie zwischen den Stationen (Norden), oder etwas abweichend in Richtung Osten (Zielazimut 70°), angeord-

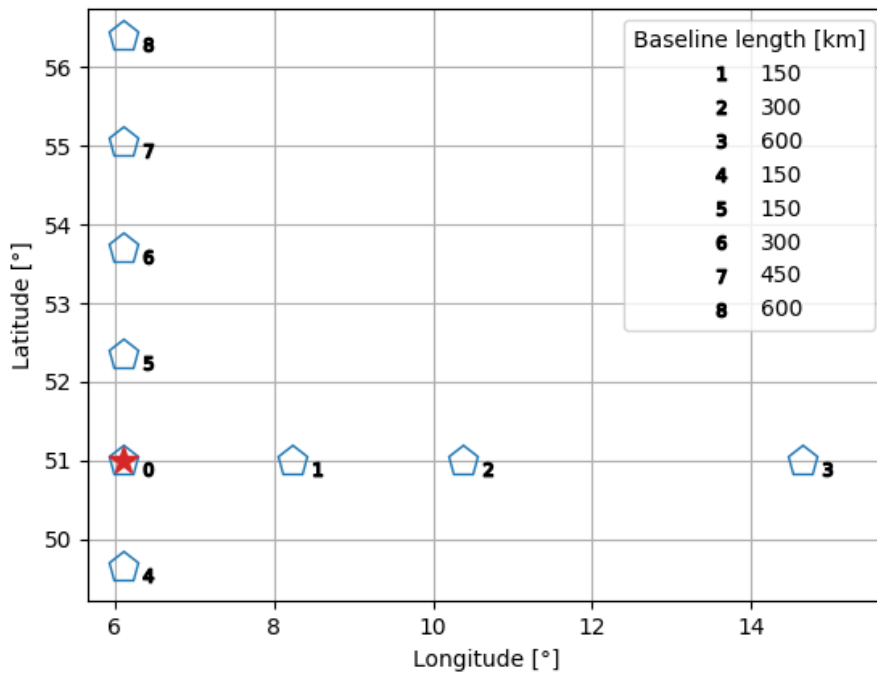


Abbildung 2.126: Tx- und Rx-Positionen und die entsprechenden Abstände (*baseline*). Der rote Stern markiert die Position des Tx. Jede Nummer bezeichnet die Kombination des Tx mit einem anderen Rx.

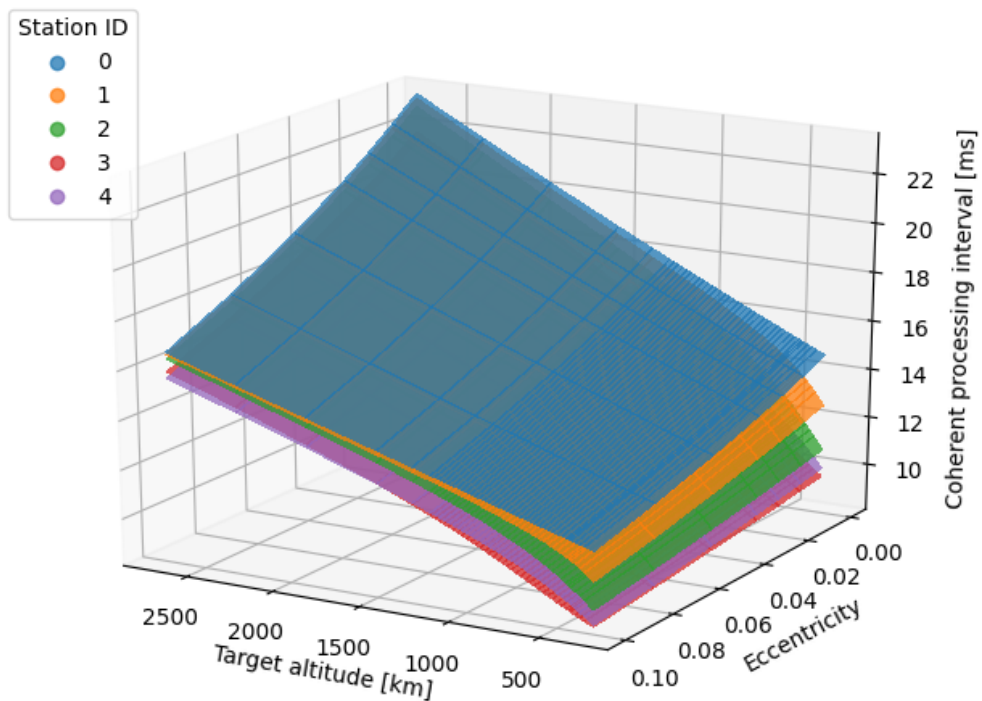


Abbildung 2.127: Durch die Distanzaufösung limitiertes maximales CPI über Zielezentrizität und Höhe für verschiedene Messgeometrien mit Rx-Anordnungen in Richtung Osten und Süden.

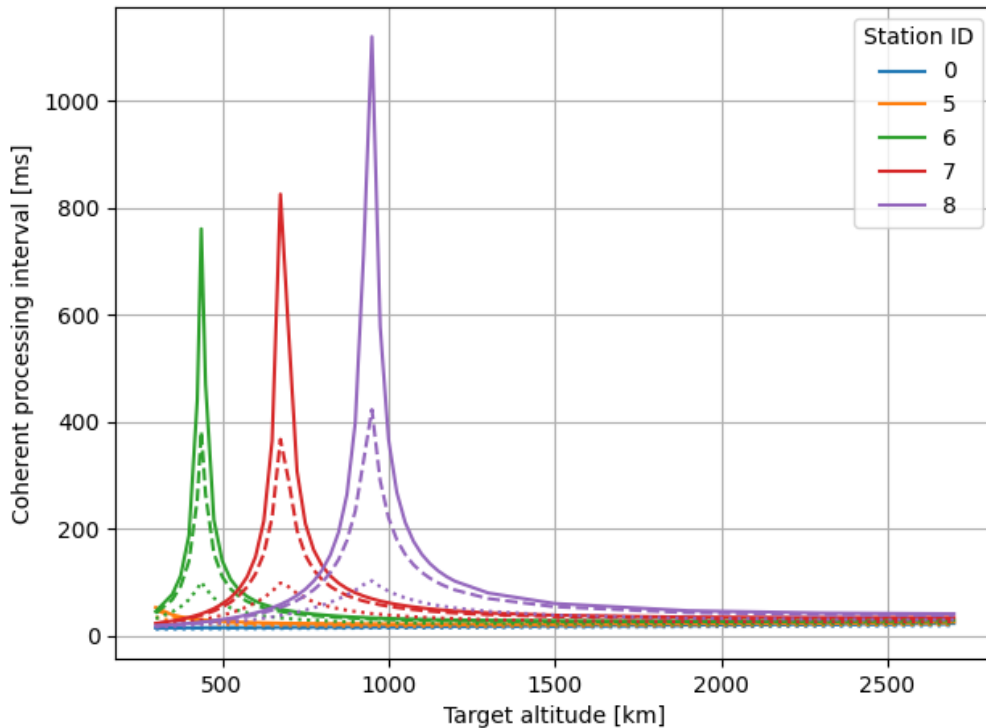


Abbildung 2.128: Durch die Distanzauflösung limitiertes maximales CPI über Zielexzentrizität und Höhe für verschiedene Messgeometrien mit Rx-Anordnungen in Richtung Norden. Der Azimutwinkel des Ziels beträgt 90° . Die Exzentrizität des Zielorbits beträgt 0 (0.01 gestrichelt, 0.05 gepunktet).

net ist. Liegt das Ziel genau in Richtung Norden, so können, bei einer Exzentrizität von 0 deutlich längere Integrationszeiten mit einer bistatischen Konfiguration erreicht werden. Dabei ist das Maximum der Integrationszeiten abhängig vom Abstand der Stationen. Mit steigender Distanz von Tx und Rx zueinander verschiebt sich der Punkt, an dem das Ziel für die längste Zeit vermessen werden kann, in größere Höhen. Der Effekt nimmt mit zunehmender Exzentrizität des Zielorbits stark ab. In jedem Fall erlaubt eine bistatische Anordnung der beiden Radarstationen im Vergleich zum monostatischen Fall aber eine längere Integrationszeit.

Dieser Effekt nimmt ab, sobald das Ziel in einer anderen Richtung als die der Rx-Stationen zu finden ist (vgl. Abbildung 2.129). Qualitativ bleibt das Ergebnis aber bestehen: In Abhängigkeit vom Abstand der Stationen zueinander kann für verschiedenen Höhen ein längeres Integrationsintervall genutzt werden, als es mit einer monostatischen Anordnung möglich wäre. In dem hier gewählten Szenario ist eine Ausrichtung der Stationen in Richtung des Ziels (Norden) vorteilhafter, als eine östliche Ausrichtung der Stationen.

Die Begrenzung des CPI durch *Doppler migration* ist weniger stark von der Ausrichtung der Stationen abhängig. Hier ist die Abhängigkeit von der Zielhöhe deutlich stärker ausgeprägt als die Abhängigkeit von der Exzentrizität des Orbits. Abbildung 2.130 zeigt den Bereich, in welchem das maximale CPI in Abhängigkeit von der Höhe und der Exzentrizität des Ziels zu verorten ist. Alle Anordnungen liegen zwischen den beiden orangenen Linien. Eine östliche Positionierung des Rx bringt hier relativ zu den anderen Optionen geringe Vorteile.

Vergleicht man die beiden Fälle der Begrenzung des CPI durch die Distanzauflösung bzw. durch die Dopplerauflösung miteinander, so ergeben sich für bestimmte Anordnungen der Stationen Bereiche, in denen der eine oder der andere Fall dominiert. Wählt man für das gegebene Szenario einen Rx, der nach Osten oder Süden ausgerichtet ist, so ist zu erwarten, dass das CPI durch *range migration* begrenzt ist. Wählt man hingegen eine Konfiguration, in welcher der Rx in Richtung Norden (der

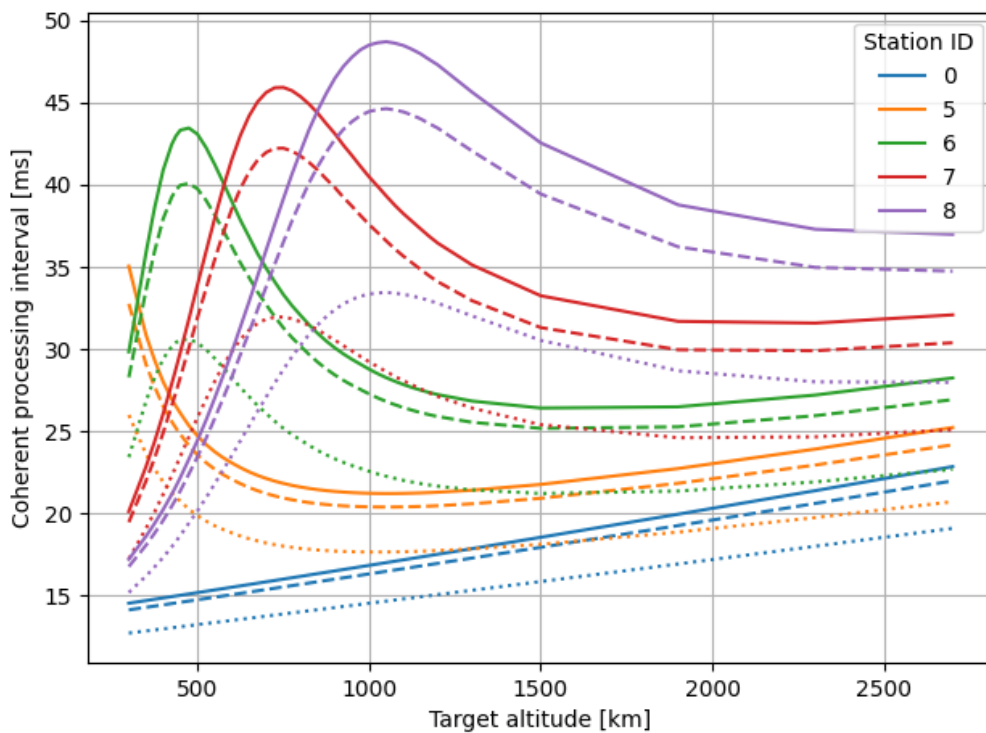


Abbildung 2.129: Durch die Distanzauflösung limitiertes maximales CPI über Zielexzentrizität und Höhe für verschiedene Messgeometrien mit Rx-Anordnungen in Richtung Norden. Der Azimutwinkel des Ziels beträgt 70° . Die Exzentrizität des Zielorbits beträgt 0 (0.01 gestrichelt, 0.05 gepunktet).

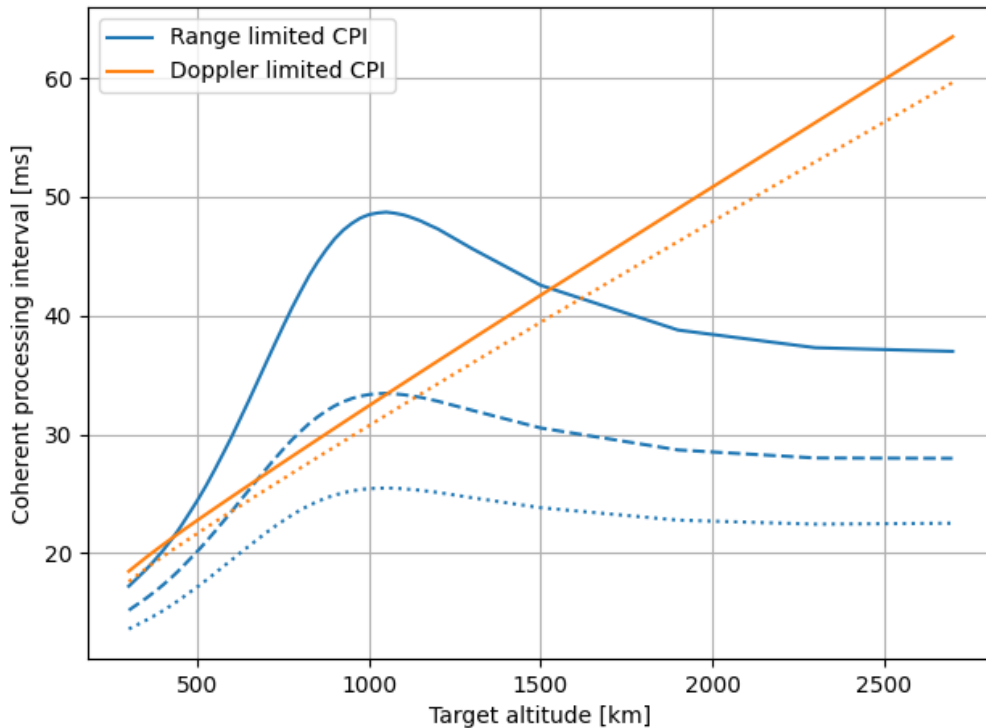


Abbildung 2.130: Vergleich des durch die Distanzauflösung und Dopplerauflösung limitierten maximalen CPI über der Zielhöhe für unterschiedliche Exzentrizitäten des Zielorbits. Die blauen Linien beschreiben die nach Norden ausgerichtete Konfiguration 8 von Tx und Rx. Die orangenen Linien beschreiben das Maximum bzw. Minimum aller Konfigurationen von Tx und Rx für unterschiedliche Exzentrizitäten. Die Exzentrizität des Zielorbits beträgt 0 (0.05 gestrichelt, 0.1 gepunktet). Der Azimutwinkel des Ziels ist zu 70° gewählt.

Richtung des Ziels) positioniert ist, so ergeben sich in Abhängigkeit von der Höhe des Ziels Bereiche, in denen entweder *range migration* oder *Doppler migration* dominiert. Platziert man den Rx 600 km nördlich des Tx, so entsteht ein Bereich, in welchem das CPI durch *Doppler migration* begrenzt ist (vgl. Abbildung 2.130).

Insgesamt ist also das maximale CPI abhängig von der Positionierung des Ziels relativ zu den bistatischen Radarstationen und eine Kompensation der Bewegung des Ziels wird notwendig, um die maximal mögliche Integrationszeit möglichst groß zu halten. Legt man im Vorhinein einen Bereich fest, in dem Ziele beobachtet werden sollen, so kann man im Hinblick auf das maximal mögliche CPI Positionen für die Radarstationen finden, die eine Verringerung der Detektionsperformanz durch *range migration* verhindern könnten. Für das untersuchte Szenario hat die *Doppler migration* allerdings nur eine geringe Abhängigkeit von der Positionierung der Stationen, sodass zusätzliche Signalverarbeitung zur Verlängerung des CPI notwendig wird. Das in Kapitel 2.18.3 vorgestellte Verfahren zur Eingrenzung des Zustandsraums, in welchem sich ein Ziel wahrscheinlich befindet, kann genutzt werden, um die dann notwendige Signalverarbeitung zu parametrisieren.

2.18.5 Nicht-adaptive Basismoden

Die nicht-adaptiven Basismoden können in Anlehnung an die German Experimental Space Surveillance and Tracking Radar (GESTRA)-Moden definiert werden [4, Kap. V]. Hierbei wird für die Suchmoden ein zu durchsuchendes Raumvolumen mit Hilfe der Ausdehnung in Azimut ϕ_{az} , Elevation ϕ_{el} und Range

$[R_{\min}, R_{\max}]$ festgelegt (siehe Abbildung 2.131). Dieses Volumen wird mit Hilfe von N_{B, T_x} Sendekeulen abgedeckt (siehe Abbildung 2.132), welche zeitdiskret aktiviert werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass der gesamte Scanzzyklus kürzer ist als die Verweildauer eines Objekts von minimal relevanter Bahnhöhe. Somit ergibt sich aus (2.213) und N_{B, T_x} eine durchschnittliche Zeit pro Sendekeule [2, Kap. 2.1.4.2.1].

Wie in Kapitel 2.2.1 erläutert und in Abbildung 2.132 dargestellt, führt die elektronische Auslenkung der Sendekeulen im äußeren Bereich des FoV zu einer Aufweitung der Keule und somit zu einem verringerten Antennengewinn. Zusätzlich ist zu berücksichtigen, dass die Range für ein Objekt im äußeren Bereich des FoV zunimmt. Diese beiden Verluste sollten durch eine höhere Zeitallokation in den äußeren Sendekeulen minimiert werden, sodass ein Objekt mit fixer Bahnhöhe im gesamten FoV ein ähnliches SNR erzeugt.

Ein Track-Modus mit *a priori*-Informationen kann wie in [2, Kap. 2.1.4.2.3] definiert werden. Dabei werden Sendekeulen entlang der geschätzten Trajektorie des zu beobachtenden Objekts verteilt (siehe Abbildung 2.133), sowie die entsprechenden Aktivitätszeiten berechnet.

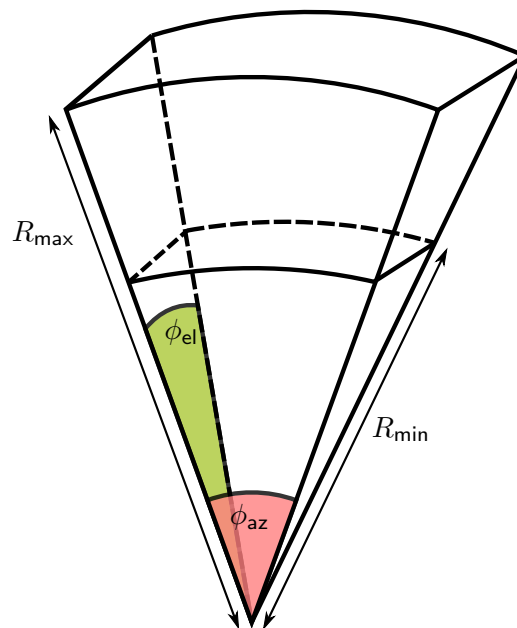


Abbildung 2.131: Skizze eines vom Radar abzudeckenden Raumvolumens.

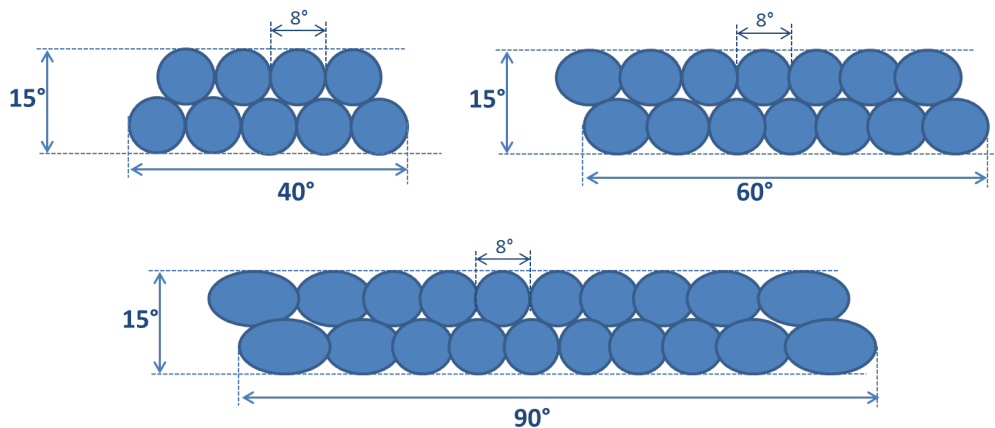


Abbildung 2.132: GESTRA Beam-Verteilung zur Abdeckung des FoV der Moden 1, 2 und 3 [4, Abbildung 5].

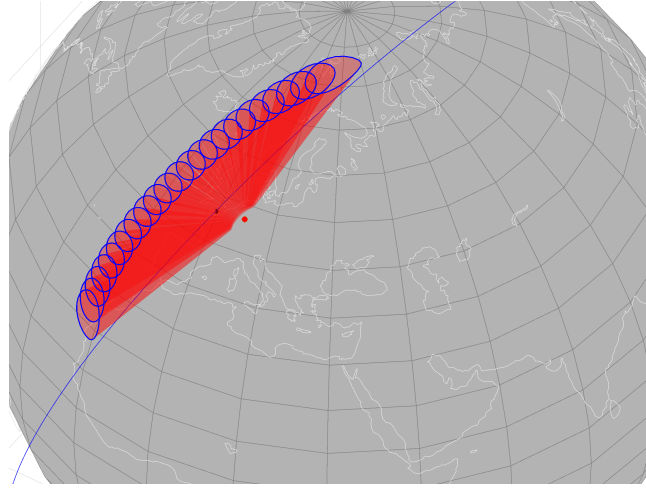


Abbildung 2.133: Beispiel für Beam-Positionen im Track-Modus mit *a priori*-Informationen [4, Abbildung 8].

2.19 Adaptive Suchzäune (AP6300)

Adaptive Suchzäune basieren auf Vorwissen über eine Zielverteilung und werden mit Optimierungsverfahren aus der bekannten oder auch angenommenen Verteilung von Zielen berechnet. Je mehr Wissen man über die relevanten Ziele gewonnen hat, desto genauer kann die Suche eingerichtet werden, um mit möglichst wenig Ressourcen effektiv zu suchen.

2.19.1 Optimierung der Ressourcenverteilung in von einander abhängigen Suchzäunen

Ein Suchzaun soll möglichst viele Überflüge von Zielen finden. Jede Suchkeule eines Senders mit festgelegter Ausrichtung entspricht einer Suchaufgabe, die mit einem festgelegten Ressourcenbudget regelmäßig ausgeführt wird. Dadurch, dass das Ziel während eines Überflugs in der Regel mehr als eine Sendekeule durchquert, sind die Ressourcenverteilungen zwischen den einzelnen Sendekeulen bzw. Suchaufgaben nicht voneinander unabhängig. Um für eine Suche eine Aufteilung der verfügbaren Ressourcen in einem Radarnetzwerk zu finden, wird das Verfahren zur Verteilung von Ressourcen aus [144, 145] angepasst und auf ein Szenario mit zwei Sende- und zwei Empfangsstationen angewandt.

Die Methode basiert auf der Berechnung des SNR und der Detektionswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von den Radarparametern und damit von den verfügbaren Ressourcen für die Suchaufgabe. Die variablen Radarparameter für die Suche sind die Länge eines Pulszuges τ_d und das Wiederholzeitintervall τ_r , welches zwischen zwei Pulszügen der gleichen Suchkeule liegt. Mit Referenzwerten $\tau_{d,\text{ref}}$ für die nominale Pulszuglänge, σ_{ref} für den Radarrückstreuerquerschnitt (RCS), r_{ref} für die Distanz und SNR_{ref} für das SNR lässt sich das erwartete SNR für eine Konfiguration der Suchkeule und einem Ziel in der Suchkeule angeben als

$$\text{SNR} = \text{SNR}_{\text{ref}} \left(\frac{r_{\text{ref}}}{r_{\text{Tx}}} \right)^2 \left(\frac{r_{\text{ref}}}{r_{\text{Rx}}} \right)^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{ref}}} \right) \left(\frac{\tau_d}{\tau_{d,\text{ref}}} \right). \quad (2.244)$$

Mit einer festen Falschalarmwahrscheinlichkeit p_{fa} ergibt sich dann für das Ziel in der Sendekeule eine Detektionswahrscheinlichkeit p_d von [146]

$$p_d = p_{\text{fa}}^{\frac{1}{1+\text{SNR}}}. \quad (2.245)$$

Folgt das Ziel einer Bahn v , die eine Aufenthaltsdauer t des Ziels in der Suchkeule bedingt, welche größer als das Wiederholzeitintervall der Suchkeule ist, so kann das Ziel mehr als einmal detektiert werden.

Die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine Detektion eines Ziels mit der Bahn v in der Suchkeule s mit den Parametern τ_d und τ_r berechnet sich so zu

$$p_s(\tau_d, \tau_r, v) = 1 - (1 - p_d)^{\frac{t}{\tau_r}} . \quad (2.246)$$

Die Suchkeule benötigt dabei die Ressourcenmenge

$$R(\tau_d, \tau_r) = \frac{\tau_d}{\tau_r} . \quad (2.247)$$

Da ein Ziel während eines Überfluges mehrere Suchkeulen durchqueren kann, hängt die Wahrscheinlichkeit von mindestens einer Detektion während eines Überfluges von den Parametern mehrerer Suchkeulen ab. Die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine Detektion eines Überflugs v mit dem Parametersatz $X = (\tau_{d,s_0}, \tau_{r,s_0}, \tau_{d,s_1}, \tau_{r,s_1}, \dots, \tau_{d,s_S}, \tau_{r,s_S})$ aller Suchkeulen $s \in S$ ist dann

$$p(X, v) = 1 - \prod_{s \in S} (1 - p_s(\tau_{d,s}, \tau_{r,s}, v)) . \quad (2.248)$$

Die optimale Zuweisung von Parametern zu den einzelnen Suchaufgaben wird durch einen Greedy-Algorithmus angenähert. Dabei muss die Bedingung $R_n(\tau_d, \tau_r) \leq 1$ für jede Radarstation n eingehalten werden. Der Suchraum der Parameter wird auf eine begrenzte diskrete Menge an Möglichkeiten $\mathbb{T}_d \times \mathbb{T}_r$ beschränkt. Die Menge der Suchaufgaben ist ebenfalls endlich, sodass sich für den Greedy-Algorithmus die Aufgabe ergibt, in jedem Optimierungsschritt k denjenigen Parametersatz zu finden, der die Zielfunktion zu den geringsten Kosten maximiert. Der Greedy-Algorithmus folgt also dem stärksten Gradienten. Im Unterschied zu [144, 145] wird keine numerische integrierte Wahrscheinlichkeitsdichte benutzt, um die Wahrscheinlichkeiten von Überflügen zu modellieren. Vielmehr werden Überflüge Υ einer Objektpopulation aus einem TLE-Katalog über einen definierten Zeitraum simuliert, um Sektoren zu identifizieren, in denen häufiger Ziele zu erwarten sind. Aus den Simulationen der Überflüge werden für jeden Sektor und jeden Überflug die Aufenthaltsdauer im jeweiligen Sektor t und die Entfernungen zum Sender und Empfänger am nächsten Punkt des Überflugs zur Sektorachse r gespeichert, um (2.244) und (2.246) berechnen zu können. Diese Art der Berechnung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit für Ziele setzt voraus, dass die tatsächliche Population an Zielen zum Zeitpunkt der Anwendung des Suchraums mit den vorher simulierten Bahnen korrelieren. Die Zielfunktion ist also

$$p(X) = \sum_{v \in \Upsilon} p(X, v) . \quad (2.249)$$

Der beste Gradient wird identifiziert, indem für jede Suchaufgabe die Zielfunktion für all jene Radarparameter berechnet wird, die mehr Ressourcen als die aktuellen Parameter X_k verbrauchen. Das größte Verhältnis von Zugewinn zur Zielfunktion $\Delta p(X)$ und zusätzlichen Kosten $\Delta R(X)$ bestimmt den Parametersatz des folgenden Optimierungsschritts X_{k+1} . Der beste Parametersatz ist gefunden, wenn kein Paar von Sende- und Empfangsstationen weitere Ressourcen zur Verfügung hat oder der Gradient sehr nahe an null ist. Aus der Folge an Parametersätzen, die der Algorithmus auswählt, können die Konfigurationen mit reduzierten Ressourcen in Szenarien, bei denen nicht die vollen Ressourcen verfügbar sind, benutzt werden.

Das oben beschriebene Verfahren wird anhand eines Beispielszenarios mit zwei Sende- und zwei Empfangsstationen evaluiert. Die Stationen sind wie in Tabelle 2.16 angegeben positioniert. Die Ausrichtung der Antenne und etwaige Verluste durch eine elektronische Strahlschwenkung werden nicht berücksichtigt. Die Positionen der jeweils 19 Suchkeulen sind ausgehend von den Sendern definiert und in Abbildung 2.134 angegeben. Eine Suchkeule hat jeweils einen Öffnungswinkel von 6° . Die relative Ausrichtung der Suchzäune ausgehend von den Sendern ist in Abbildung 2.135a illustriert. Die Suchzäune haben lokal die gleiche Ausrichtung und überlappen im unteren Bereich (ab 300 km) nicht, im oberen Bereich jedoch stark.

TX0	50.775°N 6.084°E
TX1	51.05°N 13.737°E
RX2	50.775°N 6.084°E
RX3	52.391°N 13.065°E

Tabelle 2.16: Positionen der Sende- und Empfangsstationen.

SNR_{ref}	10
r_{ref}	1000 km
$\tau_{d,\text{ref}}$	0.5 s
σ_{ref}	0.5 m ²
p_{fa}	1×10^{-6}

Tabelle 2.17: Nominelle Radarparameter.

Als Bahndaten werden öffentlich verfügbare TLEs von *celestrak* [138] verwendet. Dazu werden 111 TLEs mit dem Label *COSMOS DEB*, einer Exzentrizität kleiner als 0.1 und einer maximalen Höhe von 2000 km aus dem Katalog extrahiert. Aus den Daten werden alle Überflüge innerhalb eines Zeitintervalls von 24 h simuliert und zur Berechnung der Ressourcenaufteilung herangezogen. Zur Evaluation wird ein größerer Datensatz mit 333 Zielen nach gleichem Muster aus öffentlich verfügbaren TLEs extrahiert. Der kleinere Datensatz ist eine Teilmenge des größeren Datensatzes.

Unter Berücksichtigung aller vier möglichen Kombinationen von Sendern und Empfängern ergeben sich 76 verschiedene Suchaufgaben, denen unterschiedliche Parameter zugeordnet werden können. Die Menge \mathbb{T}_d der zulässigen Längen eines Pulszugs ist auf sieben Werte $\{0.25 \text{ s}, 0.5 \text{ s}, 0.75 \text{ s}, 1 \text{ s}, 1.5 \text{ s}, 2.0 \text{ s}, 2.5 \text{ s}\}$ begrenzt. Die Menge \mathbb{T}_r der auswählbaren Wiederholzeitintervalle setzt sich aus $\{4 \text{ s}, 8 \text{ s}, 16 \text{ s}, 24 \text{ s}, 32 \text{ s}, 40 \text{ s}\}$ zusammen. Die nominellen Parameter einer bistatischen Kombination aus Sender und Empfänger sind in Tabelle 2.17 gegeben. r_{ref} bezeichnet hier die nominelle Distanz von Sender und Empfänger zum Ziel.

Die mit der oben beschriebenen Methode berechnete Verteilung von Ressourcen auf die beiden Sender ist in Abbildung 2.134 dargestellt. Einzelne Suchkeulen bekommen über 12 % der verfügbaren Ressourcen, während eine Suchkeule gar nicht aktiviert wird. Bei 100 % Ressourcen erhöht der Algorithmus für so viele Aufgaben wie möglich die Länge der Pulszüge in den einzelnen Suchkeulen, bis das Maximum von 2.5 s erreicht ist, und wählt für alle aktiven Suchaufgaben das längste Wiederholzeitintervall. Drei Suchaufgaben sind nicht aktiv. Dies ist dem geringen RCS und der Entfernung der Ziele im Verhältnis zu den nominellen Radarparametern geschuldet.

Für 50 % verfügbare Ressourcen sind nur 66 von 76 Aufgaben aktiv. Insgesamt ist der Suchraum in diesem Fall dünner besetzt, hat also Löcher und die Pulszuglänge ist kürzer, da weniger Ressourcen verfügbar sind. Das Wiederholzeitintervall ist für alle Suchaufgaben maximal.

Abbildung 2.135b zeigt den Wert der Zielfunktion und die verbrauchten Ressourcen der einzelnen Radarstationen über den Optimierungsschritten. Der oben beschriebene Algorithmus verwendet bevorzugt TX0 zusammen mit RX3 und TX1 mit RX2.

Die gefundene Verteilung der Ressourcen auf die Radarstationen wird in einer Simulation mit anderen Suchzäunen verglichen. Dazu müssen die Suchaufgaben in eine Reihenfolge gebracht werden, damit die Aufgaben von allen Radarstationen sequentiell abgearbeitet werden können. Es wird vereinfachend angenommen, dass eine Aufgabe für einen Sender und Empfänger zur gleichen Zeit aktiv ist und die gleiche Dauer benötigt. Um die Reihenfolge zu erstellen, wird regelmäßig jede Sekunde ein *Scheduler* aufgerufen, der die Aufgaben neu sortiert. Hierfür wird zunächst für jede Aufgabe die Zeit berechnet, zu der die Aufgabe frühestens ausgeführt werden kann. Diese Zeit ist das Maximum vom Aufrufzeitpunkt

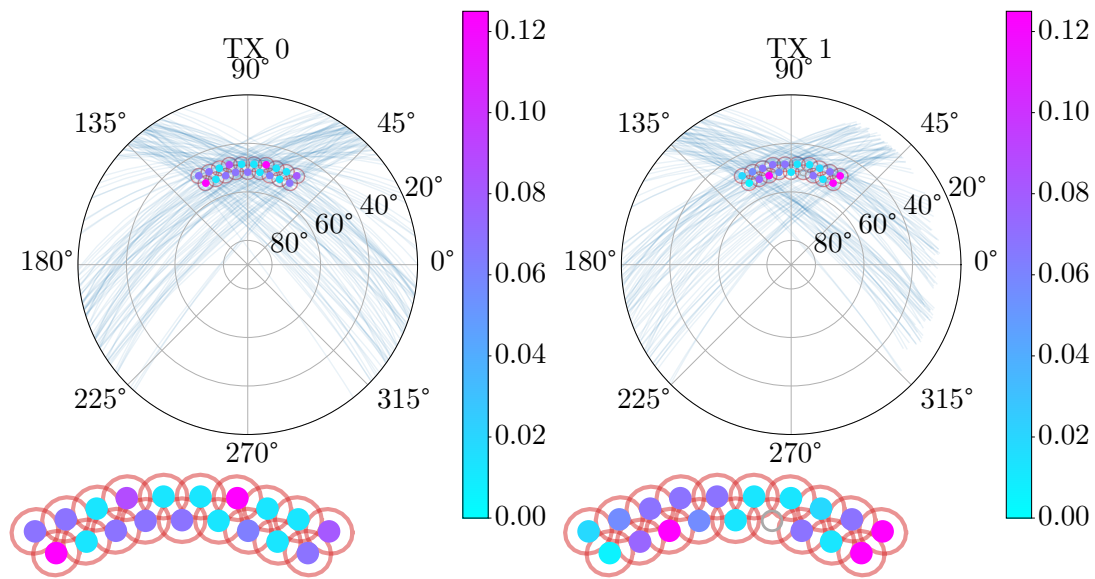
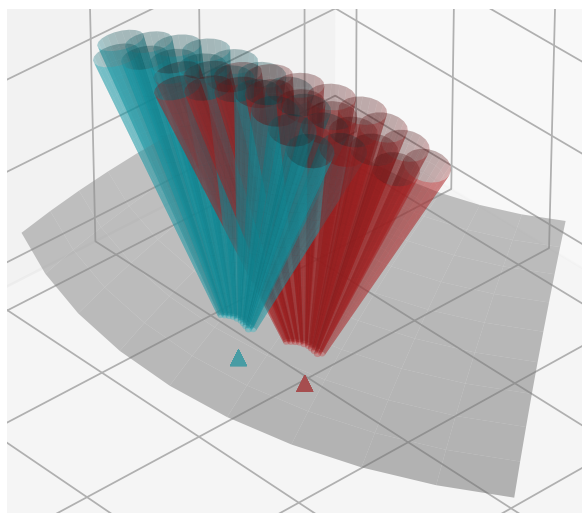
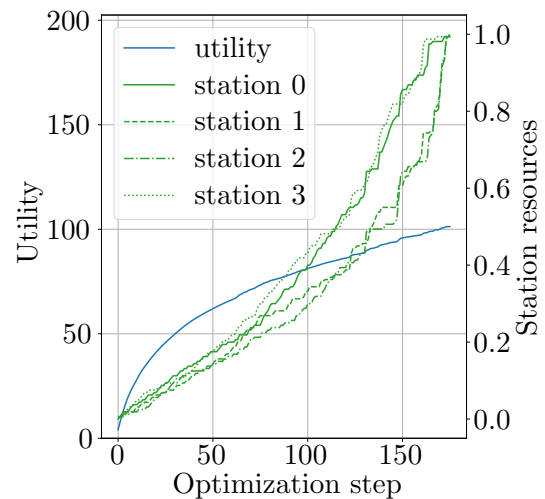


Abbildung 2.134: Ressourcenzuweisung an einzelne Suchkeulen für zwei Transmitter (TX0, TX1). Die Ressource ist der Quotient aus der Länge eines Pulszugs und dem Wiederholzeitintervall. Einige Suchkeulen bekommen über 12 % der verfügbaren Ressourcen, während eine andere Suchkeule überhaupt nicht aktiviert wird. Das Beispiel zeigt den Fall von 100 % verfügbaren Ressourcen. In lokalen Koordinaten entspricht 0° Osten und 90° Norden.



(a) Ausrichtung der Suchkeulen von TX0 (blau) und TX1 (rot).



(b) Zielfunktion und Ressourcenverbrauch.

Abbildung 2.135: Ausrichtung der Suchkeulen, Ressourcenverbrauch und Zielfunktion.

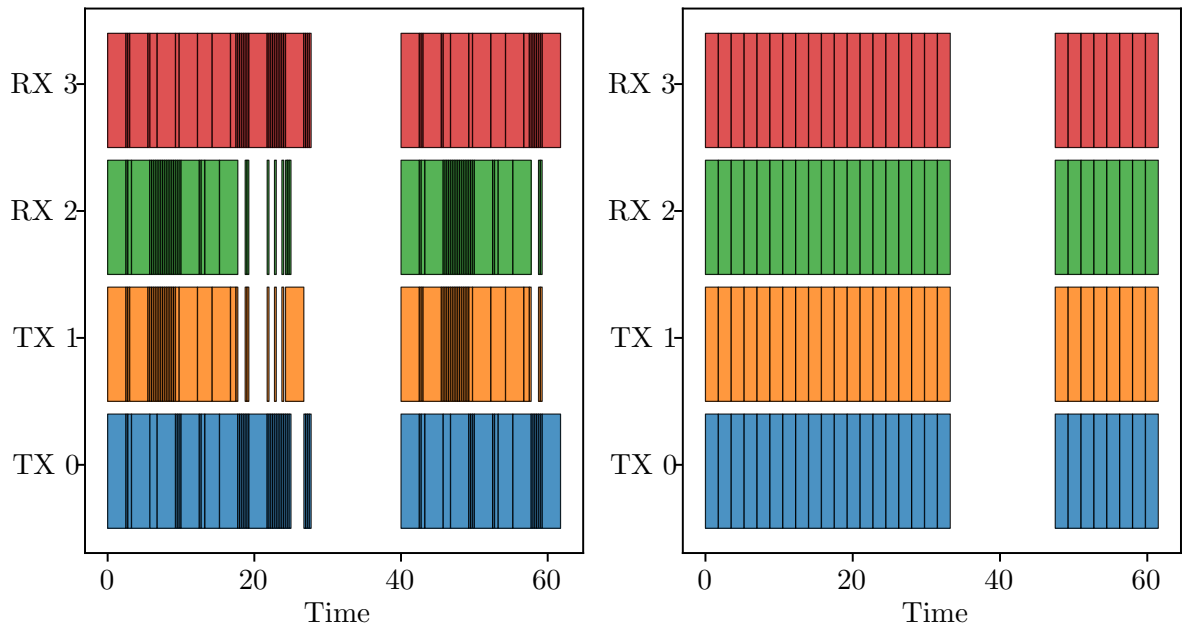


Abbildung 2.136: Aktivität der Suchaufgaben an den verschiedenen Radarstationen für 70% Ressourcen und den dynamischen (links) und statischen Suchzaun mit sehr langer Wiederholperiode (rechts).

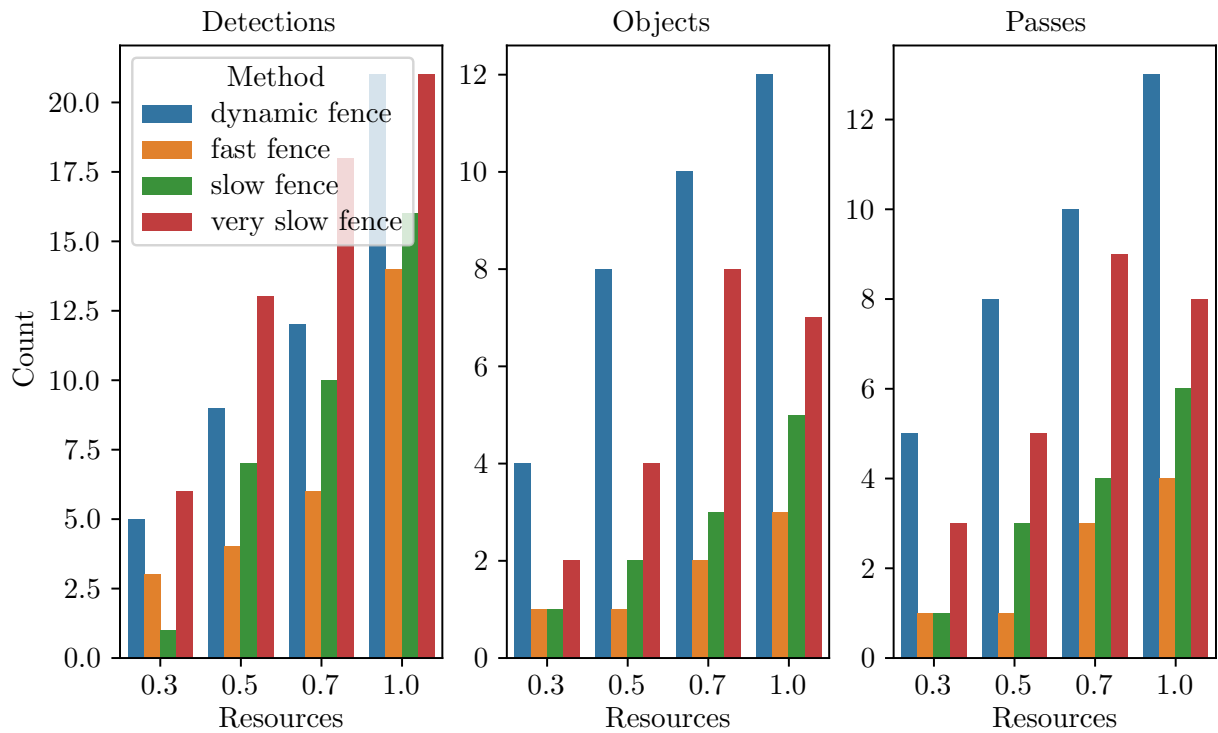


Abbildung 2.137: Anzahl der Messungen, entdeckten Ziele und Überflüge mit einem SNR > 10 dB aus dem Datensatz, der zur Berechnung der Ressourcenverteilung benutzt wurde.

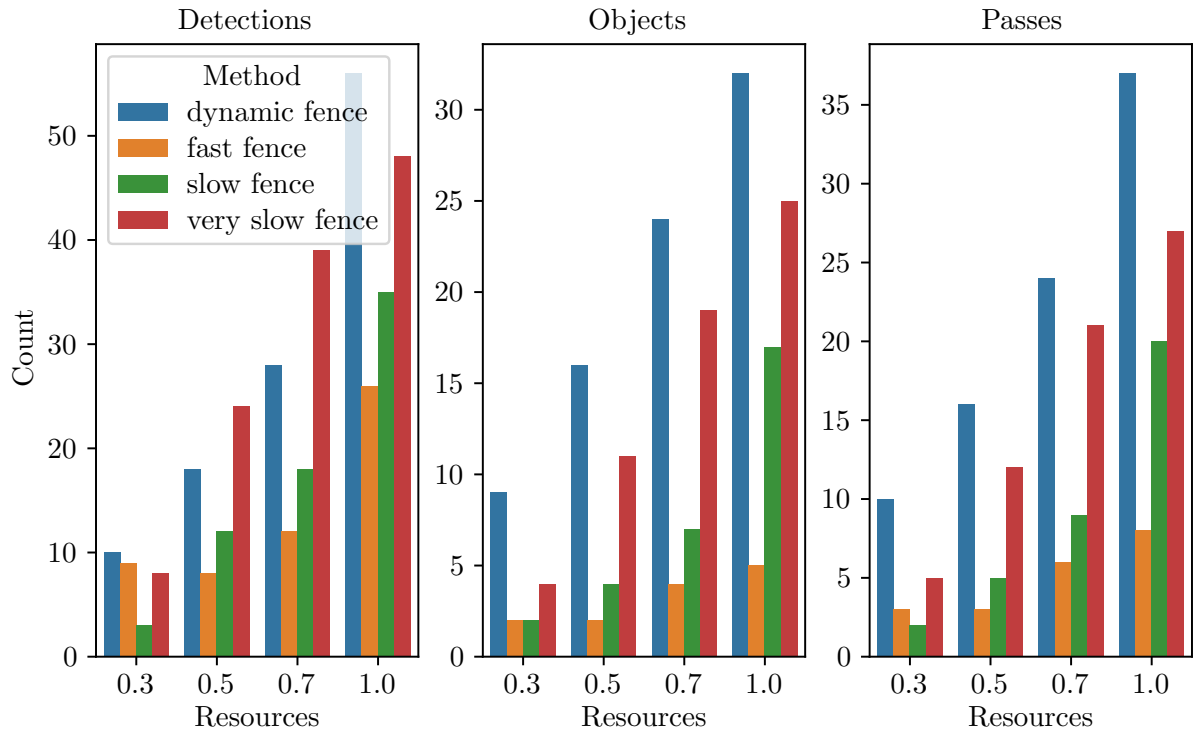


Abbildung 2.138: Anzahl der Messungen, entdeckten Ziele und Überflüge mit einem SNR > 10 dB aus einem Datensatz mit dreifacher Zielanzahl im Vergleich zu dem Datensatz, aus welchem die Ressourcenverteilung berechnet wurde. Der kleinere Datensatz ist eine Teilmenge des größeren.

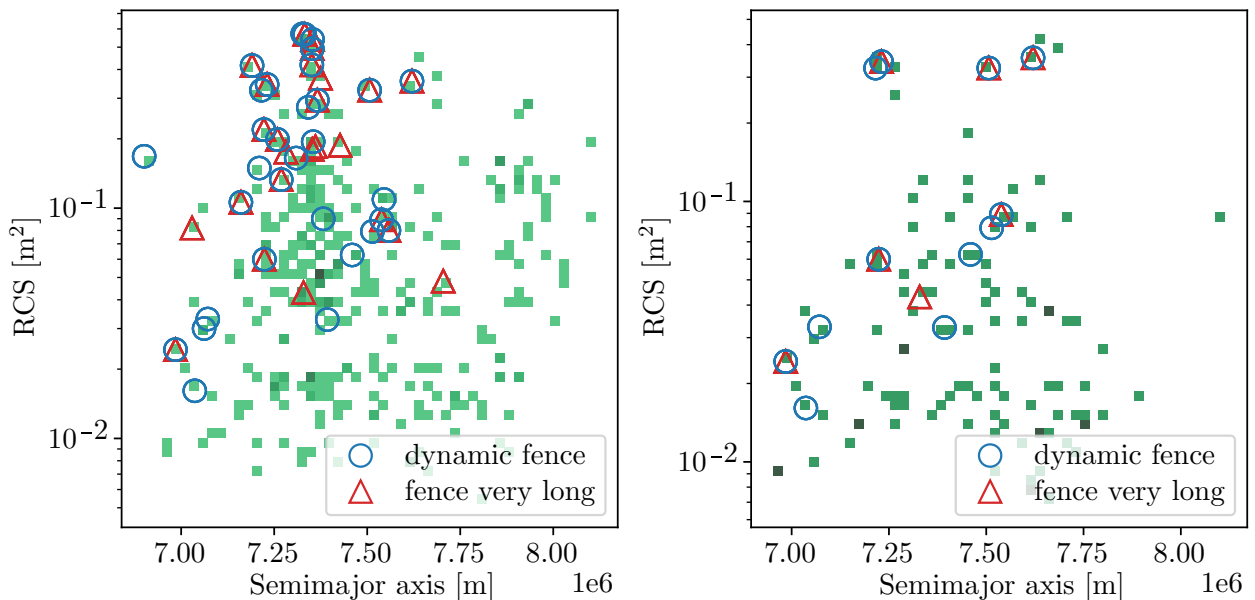


Abbildung 2.139: Histogramm von RCS und großer Halbachse der Ziele, mit Markierungen auf den entdeckten Zielen. Links ist der große Datensatz mit 333 Zielen, rechts der kleine Datensatz mit 111 Zielen.

des *Schedulers*, dem Zeitpunkt, zu dem die Aufgabe ausgeführt werden soll und dem Zeitpunkt, zu dem die Aufgabe frühestens auf den verfügbaren Sendern und Empfängern ausgeführt werden kann. Anschließend werden die Aufgaben nach drei Kriterien sortiert:

1. der früheste Zeitpunkt, zu dem die Aufgabe ausgeführt werden kann,
2. der Länge des Wiederholzeitintervalls,
3. dem Zeitpunkt der letzten Ausführung der Suchaufgabe.

Gleichen sich zwei Aufgaben in einem Kriterium, so wird das jeweils nächste Kriterium herangezogen. Bei jedem Aufruf sortiert der *Scheduler* die Aufgaben nach diesen Kriterien und legt die Ausführungsreihenfolge bis zu seinem nächsten Aufruf fest. Die damit erzeugte Aktivität der Sender und Empfänger ist in Abbildung 2.136 dargestellt. Der *Scheduler* kann alle Aufgaben rechtzeitig auf die Stationen verteilen, ohne dass es zu Verzögerungen kommt. Das ist allgemein nicht garantiert. Der *Scheduler* kann hier aber relativ einfach sein, da alle Aufgaben das gleiche Wiederholzeitintervall zugewiesen bekommen haben.

Außerdem werden drei verschiedene Suchzäune implementiert (*fast fence*, *slow fence*, *very slow fence*), welche die 19 Suchkeulen der Sendestationen in 5s, 11.5s und 47.5s von West nach Ost durchlaufen. Dabei ist dem Sender TX0 der Empfänger RX2 und dem Sender TX1 der Empfänger RX3 fest zugeordnet. Die Pulszuglänge ist für alle Suchkeulen gleich und konstant. Sie ergibt sich aus den verfügbaren Ressourcen und der Wiederholzeit des Suchzauns zu

$$\tau_{d,fence} = \frac{R_{fence} \tau_{r,fence}}{19} . \quad (2.250)$$

Aus einer Periode von 47.5s folgt also eine Pulszuglänge von 2.5s, was der maximal möglichen Pulszuglänge des *dynamic fence* entspricht.

Der Suchzaun, dessen Ressourcenverteilung mit dem oben beschriebenen Verfahren bestimmt wurde, wird im weiteren Verlauf als *dynamic fence* bezeichnet. Abbildung 2.137 zeigt die resultierende Anzahl an Detektionen, gefundenen Zielen und entdeckten Überflügen für Objekte, die ein SNR von mehr als 10 dB erzeugen, für eine Simulation über einen Zeitraum von 24 h. Abbildung 2.138 stellt die Ergebnisse mit einem erweiterten Datensatz aus 333 TLEs dar. Dieser große Datensatz umfasst also zusätzliche 222 Ziele, die dem Algorithmus bei der Erzeugung der Ressourcenverteilung nicht bekannt waren.

Im kleinen Datensatz finden *fence fast* und *fence slow* weniger Ziele und Überflüge als *dynamic fence* und *fence very slow*. Außerdem erzeugen sie weniger Detektionen im Vergleich zu den beiden anderen Konfigurationen. *dynamic fence* generiert im Gegensatz zu *fence very slow* zwar weniger Detektionen, findet aber mehr Ziele und Überflüge.

Bei dem großen Datensatz lassen sich die gleichen Beobachtungen für die Ziele und Überflüge machen. Allerdings schafft es hier der *dynamic fence* bei 100 % verfügbaren Ressourcen auch, mehr Detektionen zu erzeugen als der *very slow fence*.

Der *dynamic fence* ist bei den Vergleichen in Abhängigkeit von den verfügbare Ressourcen tendenziell etwas im Nachteil für verfügbare Ressourcen unter 100 %, da die Zuteilung der Ressourcen auf die Stationen nicht gleichmäßig erfolgt. Für den Fall von 70 % verfügbaren Ressourcen ist die tatsächliche Aufteilung TX0: 65 %, TX1: 54 %, RX2: 49 % und RX3: 69 %.

In Abbildung 2.139 sind die Ziele, welche *dynamic fence* und *very slow fence* entdeckt haben, in einem Histogramm über die Verteilung des RCS und der großen Halbachse aller Ziele aus den beiden Datensätzen dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass die Suchzäune nicht immer dieselben Ziele, sondern unterschiedliche Teilmengen an Zielen beobachten. Daher kann man nicht schlussfolgern, dass eine Optimierung wie oben geschildert in jedem Fall dazu führt, dass ein Suchzaun effizienter betrieben werden kann. Möglich ist auch, dass lediglich die Zielpopulation günstig gewählt ist und es mehr Experimente bedarf, um einen tatsächlichen Vorteil nachzuweisen. Außerdem können bessere Konfigurationen für die Suchzäune existieren als die, mit denen *dynamic fence* verglichen wurde.

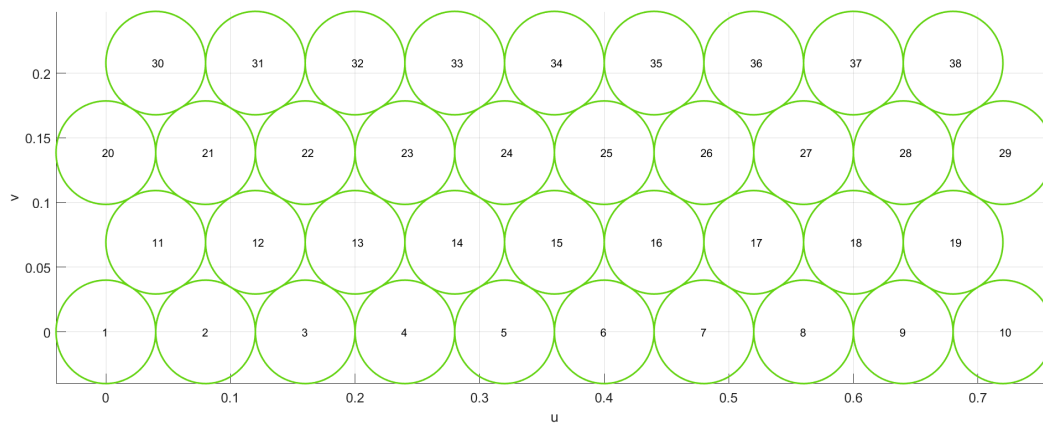


Abbildung 2.140: Die Anordnung der nummerierten Suchkeulen im (u, v) -Koordinatensystem des Empfängers.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse mit einem Optimierungsalgorithmus beispielhaft, dass die Ressourcennutzung von Suchzäunen durch Vorwissen optimiert werden kann. Um zu beurteilen, ob ein Vorteil generell gegeben ist und falls ja, wie groß dieser ausfällt, müssen weitere Szenarien untersucht werden.

Im Rahmen dieser Zuwendung wird auch ein Ansatz zur Erstellung des Suchzauns untersucht, bei dem die Auswahl zu bedienender Sendekeulen als sogenanntes MAB Problem modelliert wird. Die Simulationsergebnisse hierzu werden im Folgenden präsentiert.

2.19.2 Suchzaunerstellung als Multi-Armed Bandit (MAB)-Problem

Bei einer klassischen Suchzaunerstellung werden die Sendekeulen so angeordnet, dass das Suchvolumen mit der gewünschten Überlappung benachbarter Sendekeulen ausgeleuchtet wird. In einer beispielhaften Anordnung wie in Abbildung 2.140 werden dann die Positionen systematisch, zum Beispiel von unten links, bei der Sendekeule mit der Nummer 1 startend, nach oben rechts zur Sendekeule Nummer 38, durchlaufen.

Je nach Wahl der Sendekeulenparameter und der Messfrequenz kann somit sichergestellt werden, dass kreuzende Objekte mindestens einmal von diesem – im Folgenden *klassischer Suchzaun* genannten – Suchzaun erfasst werden. In der Praxis können manche Sendekeulen potentiell mehr oder häufiger Detektionen enthalten als andere – beispielsweise, weil die Bahnen kreuzender Objekte teilweise korreliert sein können. Im Sinne des Ressourcenmanagements bedeutet das, dass mehr Messzeit auf solche Sendekeulen verteilt werden sollte, die stärker frequentierte Orbits beleuchten, als auf andere, die weniger potentielle Detektionen enthalten. Auch für den Fall, dass aufgrund der gewählten Suchbereichsgröße oder der Priorisierung anderer Aufgaben nicht ausreichend Ressourcen für den vollen Suchzaun vorhanden sind, stellt sich die Frage, welche Bereiche im Suchzaun zu präferieren sind. Der klassische Suchzaun verbleibt jedoch gleich lang und nach einer festen Reihenfolge in jeder Suchkeule, um die Randbedingung zu erfüllen, dass jedes kreuzende Objekt entdeckt wird. In den folgenden Untersuchungen wird daher der Frage nachgegangen, inwieweit eine Adaption des Suchzaunes im Verlauf der Suche sinnvoll ist.

Konkret liegt der Fokus auf der Modellierung der adaptiven Suchzaunerstellung als Multi-Armed Bandit (MAB)-Problem, einer Methode aus dem bestärkenden Lernen (engl. Reinforcement Learning) als Zweig des maschinellen Lernens. Ein Agent erlernt hierbei eigenständig eine Strategie, um die insgesamt von seiner Umgebung erhaltene Belohnung zu maximieren. In den hier vorgestellten Untersuchungen formulieren wir die Auswahl der Suchkeulen durch einen Tx als ein MAB-Problem und vergleichen in Simulationen dessen Anwendbarkeit mit der Performanz eines klassischen Suchzauns.

Im Folgenden wird daher zunächst der notwendige theoretische Hintergrund des MAB-Problems dargestellt. Anschließend wird der Aufbau der durchgeführten Simulationen erläutert und eine Auswahl an Ergebnissen diskutiert. Abschließend erfolgt eine Beurteilung, inwieweit der Multi-Armed Bandit (MAB)-Ansatz anwendbar ist als Alternative zur klassischen Suchzaunerstellung.

Der Name *Multi-Armed Bandit* leitet sich von dem imaginären Szenario eines Spielers ab, der vor einer Reihe nicht-identischer Spielautomaten („einarmiger Banditen“) steht und in jeder Spielrunde entscheiden muss, welchen Automat er bedient. Jeder Automat schüttet dabei nach Betätigung eine Belohnung aus, die in der klassischen MAB-Theorie aus einer eigenen, vorher festgelegten Verteilungsfunktion gezogen wird. Dadurch ergibt sich für den Spieler ein Entscheidungsdilemma, welches im Englischen mit dem Begriff „Exploration vs. Exploitation“ (zu Deutsch: Erkundung vs. Ausnutzen) bezeichnet wird. Soll der Spieler bisher kaum oder selten bediente Hebel erkunden, um damit mehr Wissen über deren Belohnungsfunktion zu erlangen und potentiell hoch ausschüttende Automaten zu entdecken? Oder nutzt er sein bisherig gesammeltes Wissen aus und bedient Automaten, die sich in der Vergangenheit als lohnend erwiesen haben, um damit die Summe insgesamt erlangter Belohnung zu steigern? Der Spieler entscheidet in jeder Runde erneut, und zwar auf Basis einer implementierten Strategie (engl. „policy“). Verschiedene Strategien können anhand ihres sogenannten Regret-Wertes (zu Deutsch: Reue) verglichen werden. Im Allgemeinen ist der Regret ρ definiert als der Unterschied zwischen der maximal erreichbaren Belohnung (also der, die ein allwissender Spieler mit Kenntnis der Belohnungsausschüttung aller K Spielautomaten erlangen würde) und der tatsächlichen, unter Einhaltung der Spielstrategie erreichten Belohnung. Formell ist ρ daher pro Runde definiert als

$$\rho = \sum_{\kappa=1}^K r_{\kappa}^* - \sum_{\kappa=1}^K r_{\kappa}, \quad (2.251)$$

wobei r_k^* die optimale und r_{κ} die tatsächlich erhaltene Belohnung der Automaten $1 \leq \kappa \leq K$ bezeichnen.

In [147] werden erste Untersuchungsergebnisse vorgestellt und diskutiert. Hierbei wird eine monostatische Anordnung aus Tx und Rx in einer Java-Simulationsumgebung nachgebildet. Insgesamt 31 unabhängig ansteuerbare Sendekeulenpositionen stehen zur Auswahl, um mit festgelegter Messfrequenz Messungen der simulierten Objekte zu generieren. Die Bahndaten dieser Objekte sind öffentlich verfügbare TLEs von *celestrak* [138]. Zwei Arten von Belohnungen werden verglichen. Bei der ersten Alternative erhält der Spieler für jede gewählte Sendekeule die Anzahl an Detektionen als Belohnung und aktualisiert damit seine Bewertung jeder Sendekeule. Bei der zweiten Alternative wird der Spieler für die Entdeckung eines zuvor unentdeckten Objektes belohnt. Der Spieler im MAB-Problem basiert seine Entscheidung, welche Sendekeule angesteuert werden soll, in jeder Runde auf dem implementierten Algorithmus. In [147] werden als Algorithmen der *epsilon-greedy*- und der *epsilon-decay*-Algorithmus verglichen. Beide Algorithmen lassen den Spieler im Durchschnitt zu einem Anteil ϵ der Spielrunden in der Erkundungsphase („Exploration“) und für die restliche Zeit in der Ausnutzungsphase („Exploitation“) handeln.

Folgende Ergebnisse werden in [147] diskutiert: Wenn das Bewertungskriterium die reine Anzahl entdeckter unbekannter Objekte ist, erzielt der klassische Suchzaun in dem Suchvolumen, basierend auf dem er optimiert wurde, die besten Ergebnisse – gemäß seines Entwurfes benötigt er weniger Zeit für einen Durchlauf als die minimale Verweildauer der überfliegenden Objekte. Trotzdem gelingt es auch den MAB-Algorithmen, nach kurzer Zeit hoch belohnende (d.h. viele Detektionen generierende) Sendekeulenpositionen zu identifizieren. Da das Bewertungskriterium jedoch nicht die Neuentdeckung von Objekten belohnt, besteht je nach Objektpopulation die Gefahr, dass einige wenige Objekte zahlreich detektiert werden, andere jedoch gänzlich unentdeckt bleiben. In [147] wird daher auch untersucht, inwieweit die Belohnung zuvor unentdeckter Objekte die Leistungsfähigkeit der MAB-Algorithmen steigert. Insbesondere der *epsilon-greedy*-Algorithmus mit einer kurzen Erkundungsphase entdeckt in dem Fall Sendekeulenpositionen mit verschiedenen Objekten schneller.

Er erzeugt in diesem Fall mehr Detektionen pro entdecktem Objekt als der klassische Suchzaun. Ein Nachteil wird jedoch in einer Objektkonstellation deutlich, in der hoch belohnende Situationen (d.h. das Sichtfeld kreuzende, neue Objekte) erst nach einiger Zeit auftreten, wenn die Simulation bereits deutlich fortgeschritten ist. Hierbei besteht für einfache MAB-Algorithmen und insbesondere solche mit einer zeitlich abnehmenden Entdeckungsphase die Gefahr, in einem lokalen Bewertungsminimum festzustecken.

Die folgenden Erweiterungen wurden aufbauend auf den Erkenntnissen aus [147] in die Simulationsumgebung eingebaut:

- Vergessen des gesammelten Wissens: der Spieler vergisst sein gesammeltes Wissen im Verlauf des Spiels nach einem definierten Schema. Anders als bei dem klassischen MAB Problem sind die Belohnungen, die der Spieler bei der Suchkeulenwahl je nach detektierten Objekten erhält, nicht zeitlich konstant. Gesammeltes Wissen über vermeintlich belohnende Suchkeulen kann also, sobald sich die Objekte aus dieser Position heraus bewegt haben, in folgenden Zeitschritten nicht mehr wertvoll sein. Durch das Vergessen dieses Wissens kann der Gefahr des Feststeckens in einem lokalen Bewertungsminimum entgegengewirkt werden.
- Einbau eines auftretenden Ressourcenmangels: der klassische Suchzaun schafft es in diesem Falle nicht, alle Objekte mindestens einmal während ihrer Überflugzeit im Suchvolumen zu entdecken. Ein Ressourcenmangel tritt zum Beispiel auf, wenn nicht in jedem Messschritt Messungen im Suchmodus erzeugt werden können, da der Spieler seine Ressourcen beispielsweise vollständig auf eine Tracking-Aufgabe verwendet. Die Suche pausiert in diesem Moment, d.h. sowohl der klassische Suchzaun als auch der MAB-Spieler befinden sich für die Dauer des Ressourcenmangels in einem Schlafmodus. Der klassische Suchzeit fährt nach der Rückkehr in den Suchmodus wieder bei derjenigen Suchkeule fort, die dem implementierten links-nach-rechts-Muster entsprechend als nächste an der Reihe ist, also bei der unmittelbaren Nachbarkeule. Ein MAB-Spieler folgt nach einer Pause der Anweisung des implementierten Algorithmus.
- Einbindung von Vorwissen: Betreiber von Radarstationen zur Weltraumüberwachung haben meist vorhandenes Wissen über Objektpopulationen, zum Beispiel in Form von Katalogen. Hier bieten MAB-Algorithmen den Vorteil, dass dieses Wissen bei den Bewertungen jeder Sendekeule in Form einer individuellen Gewichtung berücksichtigt werden kann. Die Orbits im Voraus bekannter oder im Laufe der Simulation genügend oft detektierter Objekte können im Weiteren propagiert, d.h. die dazugehörigen Objekttrajektorien und die von ihnen gekreuzten Suchkeulen bestimmt werden. Dieses Wissen kann dann seitens des Spielers in die Bewertung der betreffenden Suchkeulen einfließen. Ausreichend detektierte Objekte können also, je nach Design, von einer Belohnung ausgeschlossen werden. Dasselbe gilt für solche Objekte, die im Voraus als nicht interessant gekennzeichnet wurden, weil sie zum Beispiel schon hinreichend genau in vorhandenen Katalogen beschrieben werden.
- Multispieler Fall: Hierbei überlappen sich die Sichtfelder zweier Spieler, sodass manche Suchkeulen nur von jeweils einem und andere von beiden Spielern beleuchtet werden können. Denkbar ist, dass die Spieler (beispielsweise im Fall einer bistatischen Radarkonfiguration mit zwei miteinander kommunizierenden Empfängern) ihr gesammeltes Wissen untereinander austauschen. Potentiell können sie somit von dem gesammelten Wissen des anderen Spielers über die geteilten Suchkeulen profitieren, ohne selber Ressourcen für deren Erkundung aufwenden zu müssen.

Um diese Erweiterungen schnell implementieren und testen zu können, wurden die Simulationen in einer vereinfachten Simulationsumgebung durchgeführt. Im Folgenden werden Details und Annahmen der Simulationsumgebung erläutert.

- Anordnung der Suchkeulen: es wird ein zweidimensionales Sichtfeld mit gleichgroßen kreisförmigen Suchkeulen erzeugt. Eine Anordnung mit 38 Suchkeulen ist in Abbildung 2.140 dargestellt. Die

Größe des Sichtfelds, d.h. seine Ausdehnung in u - und v -Koordinaten aus Antennensicht, sowie der Suchkeulenradius sind hierbei einstellbar. Die Suchkeulen werden auf Basis von Triangulation angeordnet. Das bedeutet, dass die Mittelpunkte dreier benachbarter Suchkeulen (zwei davon in u -Richtung und die darüberliegende in v -Richtung) ein gleichseitiges Dreieck bilden.

- Erzeugung der Objektpopulation: eine zu definierende Anzahl an simulierten Objekten kreuzt das Sichtfeld für die Dauer einer Simulation. Ihre Trajektorien berechnen sich über ihren Richtungsvektor, ihre Geschwindigkeit sowie den Zeitpunkt ihres Auftretens. Der Geschwindigkeitsvektor wird dabei so generiert, dass die minimal mögliche Verweildauer im Suchfeld höchstens so groß ist wie die Zeit, die der klassische Suchzaun für eine komplette Durchkämmung benötigt. Die Trajektorien der Objekte können entweder komplett zufällig über das Sichtfeld verteilt liegen oder eingeschränkt sein. Letzteres bedeutet, dass gewisse Korridore in (u, v) -Koordinaten definiert werden, innerhalb derer die Richtungsvektoren der Objekte dann zufällig erzeugt werden. Dadurch ergeben sich korrelierte Bahnen. Die Objekte können alternativ zum Start jeder Simulation neu erzeugt werden, oder eine bestehende Objektpopulation wird aus dem Speicher geladen.
- Belohnungen: Als Belohnungsgrundlage dienen entweder die bloße Anzahl an Detektionen oder die Anzahl neuer, das heißt bisher nicht entdeckter Objekte.
- Klassischer Suchzaun: Dieser startet in der Suchkeulenposition, die sich am unteren linken Ende des Sichtfeldes befindet, also im Falle einer Anordnung aus Abbildung 2.140 an Suchkeule Nummer 1. In jedem Messzeitschritt wird zur jeweiligen Nachbarposition, den aufsteigende Suchkeulennummern folgend, vorgerückt. Nach der vollständigen Durchkämmung aller Sendekeulenpositionen startet der Suchzaun erneut an der Anfangsposition.
- Der MAB-Spieler: Ein Designparameter ist hierbei die Art des implementierten Algorithmus. Implementiert sind Algorithmen des Typs *epsilon-greedy*- und *epsilon-decay*. Bei beiden wird zu Beginn jeder Spielrunde bestimmt, ob der Spieler sein gesammeltes Wissen ausnutzt oder andere Suchkeulen erkundet. Details zu den verwendeten *epsilon-greedy*- und *epsilon-decay*-Algorithmen können [147] entnommen werden. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, in der Ausnutzungsphase entweder die bestbewertete Option zu wählen oder aus der Verteilung aller Bewertungen eine Option zu ziehen. Ebenso können in der Erkundungsphase die Suchkeulen entweder aus einer Zufallsverteilung gezogen werden oder jeweils diejenige Position gewählt werden, welche am längsten nicht gewählt wurde.
- Szenarioparameter: Um einen Ressourcenmangel abzubilden, können Schlafphasen definiert werden, in denen sowohl beim MAB-Spieler als auch beim klassischen Suchzaun keine Messung stattfindet. Zudem können bereits zur Startzeit der Simulation Objekte als „nicht interessant“ eingestuft werden, um eventuell vorhandenes Katalogwissen zu simulieren. Im Verlauf der Simulation führen diese Objekte zu keinen Belohnungen. Auch besteht die Designoption, die Bahnen ausreichend detektierter Objekte (unter der Annahme, dass diese bekannt und nicht stochastisch sind) zu propagieren. Das bedeutet, dass zukünftig gekreuzte Sendekeulenpositionen entweder mit einem konstanten oder mit einem zeitlich abfallenden Faktor gewichtet werden.
- Simulationsdurchgänge: Sowohl die Anzahl an Zeitschritten eines Durchlaufs als auch die Anzahl an Monte-Carlo Durchgängen, über die die Ergebnisse gemittelt werden, sind variabel.

Durch diese Freiheitsgrade in der Simulation ergibt sich eine Vielzahl möglicher Szenarien, um das Verhalten von MAB-Algorithmen darzustellen. Unsere Simulationen haben gezeigt, dass ein Einsatz von MAB-Algorithmen zur Suchzaunerstellung insbesondere dann vorteilhaft gegenüber dem klassischen Suchzaun ist, wenn dadurch eine signifikant größere Anzahl an Messungen pro entdecktem Objekt erzeugt werden kann. Der Empfänger kann somit in einer Art „Track-While-Scan“ Modus betrieben werden. In diesem Modus kann die Genauigkeit der Tracks zuvor entdeckter Objekte durch mehr Detektionen verbessert werden, während der Empfänger gleichzeitig auch bisher unentdeckte

Designparameter	Szenario					
	A1	A2	A3	B1	B2	B3
Algorithmus	klassisch	ϵ -decay	ϵ -decay	klassisch	ϵ -decay	ϵ -decay
Vergessen	nein	nein	ja	nein	nein	ja
Objekte	komplett zufällig			korreliert		
Objektanzahl	200					
Schlafmodus	keine Schlafphasen					
Vorwissen	nicht vorhanden					
Spieler	Einspielerfall					
Sichtfeld	siehe Abbildung 2.140					
Belohnungen	neue Objekte					
Erkundungstyp	zufällig					
Ausnutzungstyp	best bestbewertete Option					
Simulationsdauer	1000 Zeitschritte					

Tabelle 2.18: Parameter der präsentierten Simulationsergebnisse.

Objekte registrieren kann.

Der folgende Abschnitt präsentiert daher eine Auswahl an Simulationsergebnissen, die den Einsatz von MAB-Algorithmen in „Track-While-Scan“ Szenarien motivieren. Tabelle 2.18 fasst die Parameter und Einstellungen der zugrundeliegenden Simulationen zusammen.

Die Option, gesammeltes Wissen zu vergessen, wurde in den hier vorgestellten Simulationen wie folgt implementiert: Der MAB-Spieler erhält nach jeder Suchkeulenwahl die Belohnung, im Falle der Szenarien aus Tabelle 2.18 in Form von der Anzahl bisher unentdeckter Objekte. Zu jeder Suchkeulenposition speichert der Spieler dann die entsprechende Belohnung ab und speichert diese für einen zu definierenden Zeitraum von T Zeitschritten. Danach wird, ebenfalls für die Dauer von T , jeweils $\frac{1}{7}$ derjenigen Belohnung, die vor T Zeitschritten gesammelt wurde, an maximal 6 Nachbarsendekeulen verteilt und $\frac{1}{7}$ verbleibt in der belohnten Suchkeule. Somit wird simuliert, dass das Wissen eine gewisse Zeit T unverändert im Gedächtnis bleibt und danach für T Zeitschritte zu gleichen Anteilen in die Sendekeule selber und in ihren Nachbarzellen, falls vorhanden, abwandert. Abbildung 2.141 veranschaulicht diesen Prozess des Vergessens von Wissen.

Die Objektkonstellationen in allen sechs Szenarien bestehen aus jeweils 200 Objekten. Deren Bahnen sind für die Szenarien A1, A2 und A3 rein zufällig über das Sichtfeld verteilt. Für die Szenarien B1, B2 und B3 liegen sie räumlich korreliert. Abbildung 2.141 veranschaulicht die Trajektorien der Objekte und ihre normierte Häufung.

Zunächst werden nun die Ergebnisse der Szenarien A1, A2 und A3 aus Tabelle 2.18 verglichen. Abbildung 2.143 zeigt, wie viele Detektionen jeweils in die Szenarienkfigurationen A1, A2 und A3 erzielt werden können. Detektionen sind reine Entdeckungen. Das heißt, dass ein und dasselbe Objekt durchaus mehrere Detektionen liefern kann, wenn es sich mehrfach in einer gewählten Suchkeule im Zeitpunkt ihrer Aktivierung befindet. Belohnt wird der MAB-Spieler jedoch nur für die erstmalige Entdeckung eines bis dahin unbekanntes Objekts. Die Objektpopulation ist in allen drei Szenarien zufällig über das gesamte Sichtfeld verteilt.

Aus Abbildung 2.143a wird zum einen deutlich, dass die MAB-Algorithmen, insbesondere wenn gesammeltes Wissen vergessen werden kann wie in Szenario A3, mehr Detektionen liefern und sich somit für den Track-While-Scan Betrieb geeignet sind. Zum anderen verdeutlicht Abbildung 2.143b die Abwägung, die bei der Verwendung von MAB-Algorithmen getroffen werden: insgesamt werden weniger bisher unentdeckte Objekte detektiert als beim klassischen Suchzaun. Dieser ist so ausgelegt, dass jedes Objekt für die Dauer eines Scanvorgangs mindestens ein Mal beleuchtet wird. Der

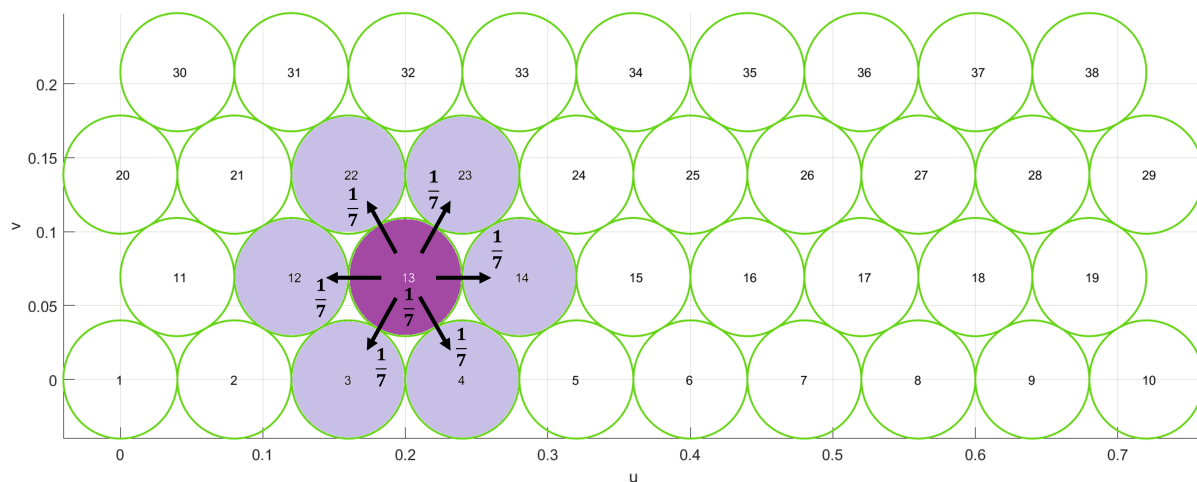


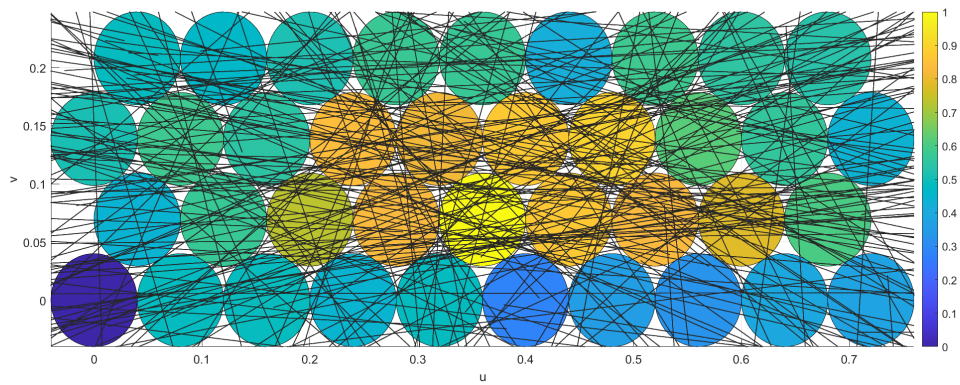
Abbildung 2.141: Illustration des Vergessensprozesses des erlangten Wissens des MAB-Spielers. Die Belohnungen bleiben für die Dauer von T Zeitschritten nach Erlangung der entsprechenden Sendekeule zugeordnet und verteilen sich danach, ebenfalls für die Dauer von T , auf die vorhandenen Nachbarpositionen.

MAB-Spieler im Szenario A2 (ohne Vergessen) entdeckt signifikant weniger neue Objekte, da er mit fortschreitendem Spielverlauf immer mehr seinem Wissen vertraut und somit Suchkeulen wählt, welche in der Vergangenheit belohnend waren. Der Spieler hält dann potenziell an einem lokalen Bewertungsmaximum fest, obwohl sich die Objekte schon aus der Suchkeule heraus in die Nachbarkeulen bewegt haben. Durch die Option, Wissen zu vergessen (Szenario A3), wagt der Spieler öfter das Erkunden bisher unbeleuchteter Sendekeulen und entdeckt somit mehr neue Objekte. Die Wahl von T beeinflusst hierbei die Performanz. Unsere Simulationen haben gezeigt, dass ein hohes T zu mehr Detektionen führen kann, jedoch auch die Anzahl neu entdeckter Objekte mindert. Bestenfalls kann T so eingestellt werden, dass es der mittleren Verweildauer aller Objekte in einer Sendekeule entspricht. Dies setzt jedoch Vorwissen über die zugrunde liegende Objektpopulation voraus.

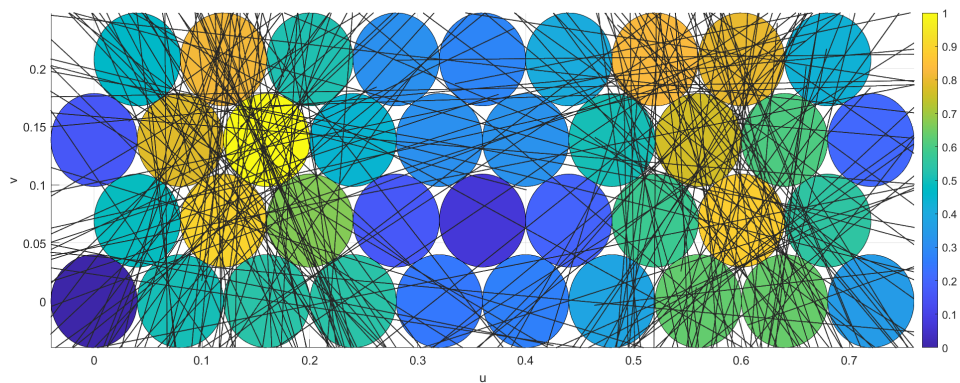
In der Praxis können Objektkonstellationen vorliegen, deren Trajektorien in ähnlichen Bereichen des Sichtfelds verlaufen. Deshalb wurden in den Szenarien B1, B2 und B3 aus Tabelle 2.18 die erzielten Detektionen und die Anzahl neu entdeckter Objekte auch für eine zugrundeliegende Objektpopulation mit korrelierten Bahnen untersucht. Die Ergebnisse zeigt Abbildung 2.144. Wie aus Abbildung 2.144a ersichtlich, liefert der klassische Suchzaun in diesem Fall deutlich weniger Detektionen, da er, ungeachtet der Objektpopulation, die gleiche Reihenfolge an Positionen abfährt. Auch ein MAB-Spieler ohne implementierte Vergessensfunktion (Szenario B2) kann allerdings deutlich mehr Detektionen liefern, da bei korrelierten Bahnen Wissen über belohnende Positionen aus der Vergangenheit auch ein Indikator für zukünftig belohnende Bahnen sein kann.

Neben dem Einfluss der Vergessensfunktion wurden im Rahmen der Untersuchungen auch weitere Szenarien und Designaspekte untersucht. Hierbei wurde ersichtlich, dass die Leistungsfähigkeit eines MAB-Spielers stark vom jeweiligen Szenario abhängt und, außer der oben festgestellten Eignung für einen Track-While-Scan Modus, keine weitere generelle Aussage über die Überlegenheit von MAB-Algorithmen gegeben werden kann. Der Vollständigkeit halber seien an dieser Stelle die beiden Aspekte *Einfluss von Ruhezeiten* und *Mehrspielerfall* beschrieben und die Limitationen aufgezeigt, die sich aus ihnen für den Einsatz von MAB-Algorithmen ergeben.

- *Einfluss von Ruhezeiten*: Unter einer Ruhezeit ist ein Versetzen des Spielers in einen Schlafmodus



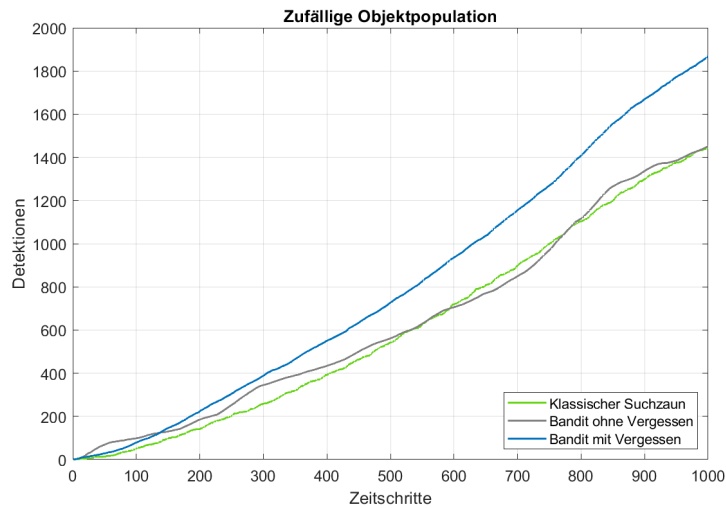
(a) Zufällig verteilte Objektpopulation.



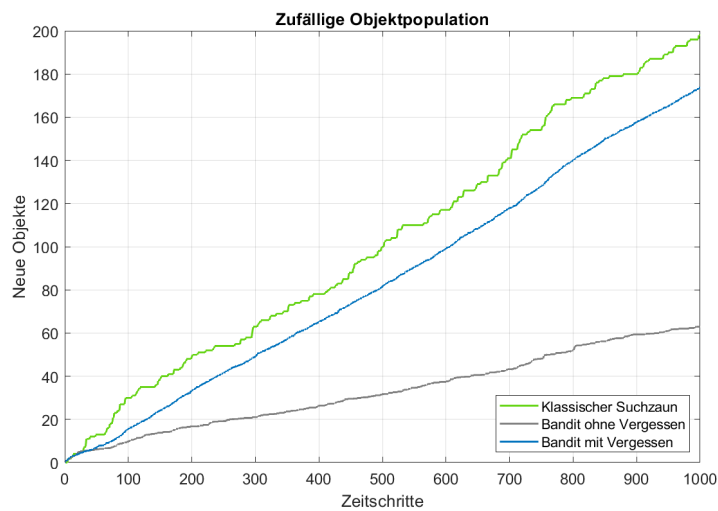
(b) Korrelierte Objektpopulation.

Abbildung 2.142: Die schwarzen Linien markieren die Trajektorien der jeweils 200 Objekte. Die Färbung der Suchkeulen markiert die normierte Häufigkeit ihres Auftretens pro Sendekeule über die gesamte Simulationsdauer.

zu verstehen, während dessen keine Aktion erfolgt, die Objekte sich jedoch ungeachtet der Ruhezeit auf ihren Trajektorien weiter bewegen. In einem Radarsystem mit implementiertem Ressourcenmanagement entspricht dies beispielsweise der Situation, dass der Sender nur einen begrenzten Anteil der Ressourcen zur Suche zur Verfügung hat, weil er den anderen Anteil der Ressourcen für einen Tracking-Modus verwendet. Der klassische Suchzaun fährt nach Ende der Schlafphase an der Nachbarposition der vor der Pause gewählten Suchkeule fort. Der MAB Algorithmus folgt dem implementierten Algorithmus, nutzt also in der Ausnutzungsphase entweder sein vor der Pause gesammeltes Wissen oder befindet sich in der Erkundungsphase. Eine oder mehrere Ruhezeit(en) haben zur Folge, dass auch der klassische Suchzaun nicht mehr optimal agiert. Das bedeutet: ist das Gütekriterium die Anzahl detektierter Objekte, ist unter dem Einfluss von Ruhezeiten auch der klassische Suchzaun nicht mehr in der Lage, alle Objekte in einem Suchdurchgang mindestens einmal zu detektieren. Ob sich dadurch jedoch ein Vorteil für einen konkurrierenden MAB-Spieler ergibt, hängt von dem jeweiligen Szenario ab. Unter günstigen Bedingungen kann ein MAB-Spieler den klassischen Suchzaun schlagen, also mehr Objekte bei identischen Pausenzeiten detektieren. Dies ist zum Beispiel dann möglich, wenn die Ruhezeit genau dann erfolgt, wenn der klassische Suchzaun ohne Pause Sendekeulen beleuchten würde, in denen sich Objekte befinden. Gleichzeitig muss der MAB-Spieler vor der Pause Wissen erlangt haben, welches ihm in der Ausnutzungsphase nach Beendigung der Pause nützlich ist. Nützlich heißt in diesem Fall, dass Sendekeulen, die vor der Pause zu vielen Detektionen geführt haben, auch nach der Pause noch von Objekten gekreuzt werden. In einer Simulation können diese günstigen Bedingungen natürlich künstlich erzeugt werden. In der Praxis hängen



(a) Erzielte Gesamtanzahl an Detektionen.

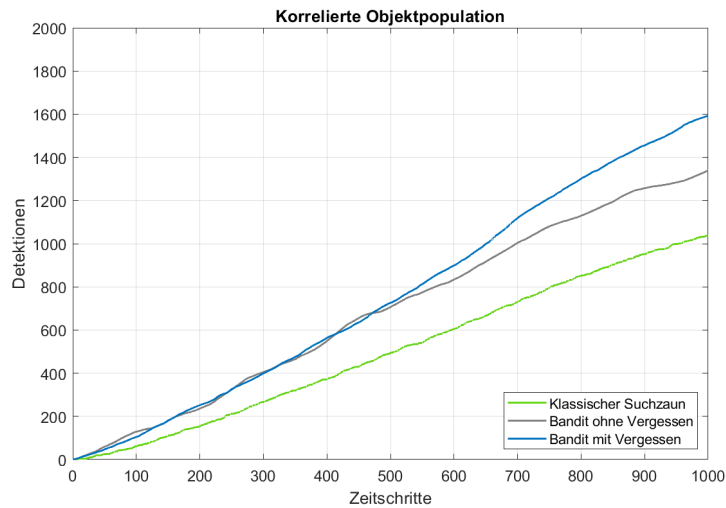


(b) Anzahl neu entdeckter Objekte.

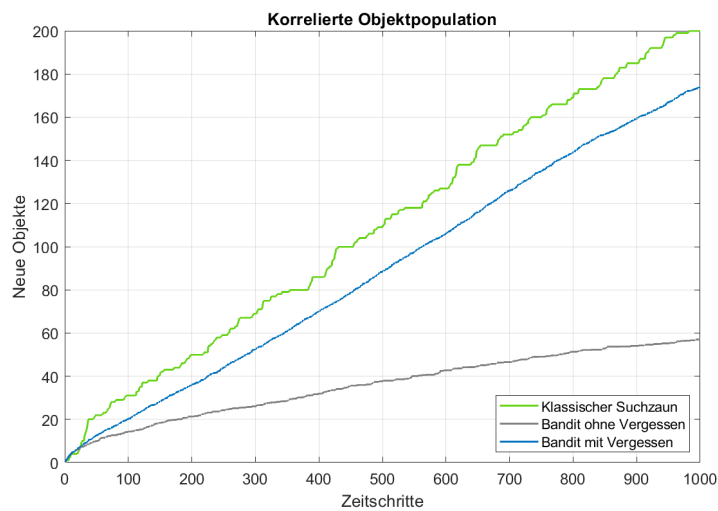
Abbildung 2.143: Vergleich klassischer Suchzaun (grün, Szenario A1), MAB-Spieler ohne Vergessen (grau, A2) und MAB-Spieler mit Vergessen (blau, A3) für rein zufällig verteilte Objekte. Die Ergebnisse wurden jeweils über 10 Monte Carlo Durchläufe gemittelt.

diese Szenarien stark vom Zufall ab, insbesondere hinsichtlich der Objektpopulation und dem Beobachtungszeitraum. Eine allgemeine Empfehlung, dass MAB-Algorithmen im Falle von Ruhezeiten durch Ressourcenmangel dem klassischen Suchzaun überlegen sind, kann daher aus Auswertung der Simulationen nicht gegeben werden.

- *Mehrspielerfall*: Ebenfalls untersucht wurde die Erweiterung auf den Mehrspielerfall („Multi-Player Multi-Armed Bandit“). Hierbei kann potenziell jeder Spieler mit mehr Wissen (nämlich dem des anderen Spielers) ausgestattet werden. Ein denkbare Szenario besteht aus zwei Sendestationen mit überlappenden Suchvolumina. Das bedeutet, die Spieler haben in ihrem Sichtfeld Sendekeulen, die jeweils nur von ihnen angesteuert werden können, aber auch Bereiche, die von beiden zugänglich sind. Abbildung 2.145 visualisiert ein solches Sichtfeld. Unsere Simulationen sind auf den zweidimensionalen Fall beschränkt. Die Suchkeulen, die von beiden Spielern zugänglich sind, überlappen sich in diesem Fall vollständig. Würde die Simulation auf ein dreidimensionales Suchfeld erweitert, so überlappten sich die Suchkeulenvolumina beider Spieler



(a) Erzielte Gesamtanzahl an Detektionen.



(b) Anzahl neu entdeckter Objekte.

Abbildung 2.144: Vergleich klassischer Suchzaun (grün, Szenario A1), MAB-Spieler ohne Vergessen (grau, A2) und MAB-Spieler mit Vergessen (blau, A3) für korrelierte Objekte. Die Ergebnisse wurden jeweils über 10 Monte Carlo Durchläufe gemittelt.

nur teilweise. Denkbar ist in diesem Fall, die Belohnungsfunktion jeder Suchkeule als Verteilung zu modellieren, deren Erwartungswert sich nach dem gesammelten Wissen des MAB-Spielers richtet. Dieser Erwartungswert wird dann im Falle einer Detektion eines Spielers entsprechend dem Grad der Überlappung der Sendekeulenvolumina angepasst.

In unseren Simulationen konnten die Spieler auf ihr gemeinsam akquiriertes und untereinander geteiltes Wissen zugreifen und dieses ausnutzen. Es zeigte sich auch hier, dass der Nutzen des Mehrspielerfalls stark von Szenario abhängig ist. Nur in den Fällen, in denen das gemeinsam akquirierte Wissen über die geteilten Bereiche für beide Spieler sinnvoll war, konnten die MAB-Spieler einen Vorteil gegenüber zwei klassischen Suchzäunen erlangen. Sinnvolles Wissen bedeutet zum Beispiel, dass viele Objekte sich über einen längeren Zeitraum in dem geteilten Bereich befanden. In diesem Fall motivieren die Entdeckungen des einen Spielers den anderen Spieler dazu, öfter den geteilten Bereich anzusteuern. Anders ist dies bei stark zeitabhängigen Objektpopulationen: hier besteht die Gefahr, dass ein Spieler das veraltete Wissen des anderen übernimmt und somit fälschlicherweise die gemeinsamen Bereiche öfter ansteuert, obwohl die

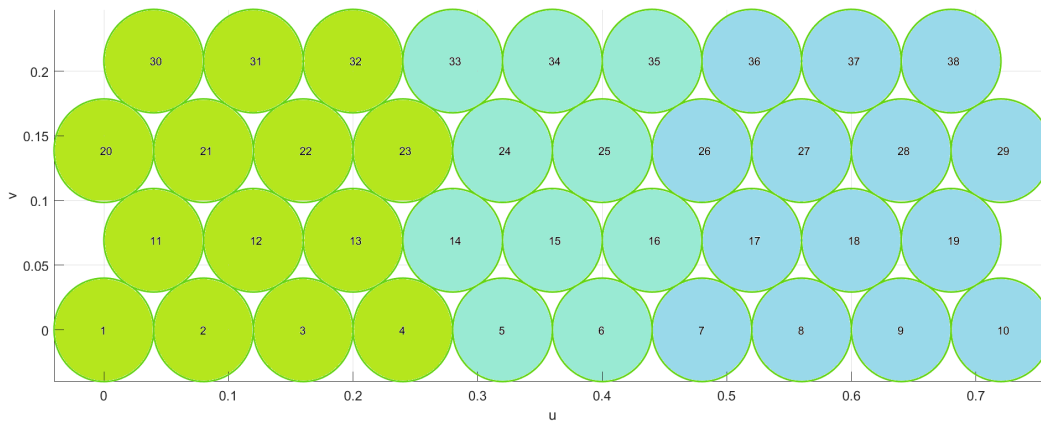


Abbildung 2.145: Illustration des Sichtfeldes im Mehrspielerfall. Die hellgrünen Sendekeulen können ausschließlich von Spieler 1, die blauen nur von Spieler 2 angesteuert werden. Die türkisen Sendekeulen stehen sowohl Spieler 1 als auch 2 zur Verfügung.

Objekte in Wirklichkeit schon wieder den gemeinsamen Bereich verlassen haben.

Auch die Kombination aus Ressourcenmangel und Mehrspielerfall wurde simuliert. Hierbei wurde der Nutzen von MAB-Algorithmen untersucht, wenn einer der zwei Spieler (etwas, weil er eine Trackingaufgabe bearbeitet) sich in einer Ruhephase befindet. Kann der andere Spieler dann für den Ausfall kompensieren, wenn er von der Ruhezeit des anderen Spielers weiß? Auch hier konnte keine klare Empfehlung für die Verwendung von MAB-Algorithmen statt klassischer Suchzäune gegeben werden. In den Simulationen hing es stark vom Szenario ab, ob der aktive Spieler in der Zeit des Ausfalls des anderen Spielers dasjenige Wissen akquiriert, welches für beide nach Beendigung der Ruhezeit von Vorteil war. Simuliert wurde auch, dass der aktive Spieler durch Aufwertung der gemeinsamen Sendekeulen einen Anreiz erhält, während des Ausfalls des anderen Spielers die gemeinsamen Positionen durchschnittlich öfter zu frequentieren, um so den Wissensausfall zu kompensieren. Es zeigte sich allerdings, dass einzig bei denjenigen Objektpopulationen, bei denen zahlreiche Objekte konstant während der Simulationszeit in dem gemeinsamen Bereich sind, dieser Ansatz die Detektionsrate erhöht. Demnach kann keine allgemeine Empfehlung für den Einsatz von MAB-Algorithmen ausgesprochen werden.

Auch andere Quellen thematisieren das Thema der zeitveränderlichen Belohnungen bei MAB-Problemen. Drei Publikationen und ihr jeweiliger Umgang mit nicht-stationären Szenarien werden daher im Folgenden kurz erörtert.

In [148] wird das nicht-stationäre Verhalten als ein gegnerisch agierender Bandit (ein sogenannter *adversarial bandit*) modelliert. Die Vorstellung ist hierbei, dass die Ausschüttung der Belohnungen nicht einer Verteilung folgt, sondern gleichzeitig, während der Spieler seine Entscheidung trifft, von einem imaginären Gegner festgelegt wird. Als Folge ergibt sich die Nicht-Stationarität, da sich die Belohnung jedes Arms mit jedem Spielzug ändern kann. Die Autoren in [148] entwerfen hierfür den sogenannten *EXP3.S* Algorithmus. Die Idee ist, dass bisher als nicht-optimal bewertete Arme öfter vom Spieler gewählt werden, um zu überprüfen, ob sie sich verbessert haben. Jeder Arm wird dazu in jedem Simulationsschritt mit einem Gewicht bewertet. Je höher dieses Gewicht ist, desto eher wird der dazugehörige Arm im folgenden Spielzug erkundet. *EXP3.S* benötigt das Wissen, wie oft der gegnerische Spieler insgesamt im Laufe des Spiels die Belohnung eines Arms ändern wird. Je höher diese Änderungsrate ist, desto höher wird auch das Gewicht angepasst. Nicht-optimale Arme werden dann öfter erkundet, da es bei hohen Änderungsraten wahrscheinlicher ist, dass sie ihre Belohnung zwischen zwei Spielzügen geändert haben.

Die Autoren in [149] greifen den Ansatz aus [148] auf, entwickeln ihren Algorithmus mit dem Namen

AdSwitch aber ohne Einpflegung des Wissen über die Anzahl der Änderungsrate. Auch bei *AdSwitch* werden nicht-optimale Arme (von den Autoren als „eliminiert“ bezeichnet) gelegentlich auf Änderungen hin überprüft. Anders als in [148] werden diese allerdings nicht mit einer gewichtsbasierten Wahrscheinlichkeit gewählt und dann als „geändert“ markiert, wenn der Mittelwert der so erlangten Belohnungen eine Verbesserung des Arms ergeben. Vielmehr wird in *AdSwitch* eine Verpflichtung zur Abtastung (die sogenannte *sampling obligation*) implementiert. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit wird ein Arm für eine bestimmte Dauer an Spielzügen in Reihe gewählt. Die Dauer dieser Abtastung wird so angepasst, dass sich möglichst innerhalb einer Abtastungsreihe keine Änderung der Belohnungsfunktion ergibt und somit eine unverzerrte Schätzung des Zustands des Arms erhalten wird. Falls die Auswertung einer Abtastungsreihe ergibt, dass ein Arm sich verbessert hat (also eine höhere Belohnung ausschüttet als bisher angenommen), so wird die Wahrscheinlichkeit entsprechend erhöht, ihn in folgenden Spielzügen zu wählen. Gleichzeitig wird die Anzahl an Abtastungswerten gesenkt, die zukünftig für diesen Arm verwendet werden.

In [150] unterscheiden die Autoren, ob sich die Umgebung erwartungsgemäß wenig (genannt *slowly varying*) oder rapide (genannt *abruptly changing*) verändert. Es werden zwei Algorithmen vorgestellt, die je nach Schnelle der erwarteten Umgebungsänderungen unterschiedlich parametrisiert werden. Im sogenannten *Limited-Memory DSEE* Algorithmus wechseln sich Erkundungs- und Ausnutzungsphase ab. Während der Erkundungsphase wird jeder Arm eine bestimmte Anzahl oft gezogen. Während der Ausnutzungsphase wird derjenige Arm, der in der dazugehörigen Erkundungsphase den höchsten durchschnittlichen Ertrag geliefert hat, ebenfalls eine parametrisierte Anzahl oft gezogen. Die Parametrisierungen hängen davon ab, ob die Belohnungen insgesamt *slowly varying* oder *abruptly changing* sind; ein a-priori-Wissen über die Spielumgebung ist somit erforderlich. Die Autoren in [150] adressieren auch das in unseren Simulationen aufgetretene Problem nicht-stationärer Belohnungen, dass eine zu lange Ausnutzungsphase die Gesamtelohnungen mindern kann, wenn auf veraltetes Wissen vertraut wird. In *Limited-Memory DSEE* basieren die Bewertungen daher nur auf den Belohnungen, die in der aktuellen Erkundungsphase gesammelt werden, nicht jedoch auf denen aus vorherigen Spielzügen. Zusätzlich zu *Limited-Memory DSEE* wird der *Sliding Window UCB#* entwickelt. Ähnlich wie *Limited-Memory DSEE* wird je nach erwarteter Dynamik der Umgebung jeder Arm mit dem Mittelwert seiner Belohnungen bewertet. In *Sliding Window UCB#* wird dieser Mittelwert über ein gleitendes Fenster (das *Sliding Window*) gebildet.

Aus unseren Simulationsergebnissen leitet sich das folgende Fazit ab. Die Anwendung von MAB-Algorithmen zur Suchzaunerstellung ist vor allem dann sinnvoll, wenn die Radarstation in einem Track-While-Scan Modus betrieben werden soll. Ein MAB-Algorithmus kann dann, insbesondere durch Anpassung nicht zeitveränderliche Belohnungen durch eine Vergessensfunktion, signifikant mehr Detektionen liefern als der klassische Suchzaun. Der hierfür zu zahlende Preis sind potenziell weniger neu entdeckte Objekte. Bei unseren Simulationen konnten beispielweise die Detektionen in Szenario A3 aus Tabelle 2.18 um über 30% gegenüber dem klassischen Suchzaun gesteigert werden bei einer rein zufällig angeordneten Objektpopulation, und dennoch über 87% der insgesamt detektierbaren Objekte mindestens einmal entdeckt werden. Diese Charakteristiken machen MAB-Algorithmen passend für den Einsatz in einem im Track-While-Scan Modus betriebenen Radarsystem, welches einen definierten Bereich durchsucht und auch entdeckte Objekte innerhalb desselben Bereiches verfolgt, um eine genauere Bahnbestimmung zu erreichen. Bei den anderen Anwendungsfällen (Einpflegen von Vorwissen, Berücksichtigung von Schlafphasen, Mehrspielerfall mit geteiltem Wissen und überlappenden Sichtfeldern) hing die Performanz des MAB-Spielers gegenüber dem klassischen Suchzaun stark von der zugrundeliegenden Objektpopulation und den Szenarioparametern ab. Eine generalisierte Empfehlung für einen MAB-Algorithmus über den Einsatz für Track-While-Scan Aufgaben hinaus kann daher auf Basis der durchgeführten Simulationen nicht gegeben werden.

p_{fa}	1×10^{-5}
p_d	0.9
λ	0.2306 m
σ	5 m^2
D	0.25
L_{sys}	3.39
T_{sys}	200 K
n_{el}	250
$P_{Tx,el}$	1 kW
h_{min}	370 km

Tabelle 2.19: Nominelle Radarparameter.

2.19.3 Quality of Service-Modell für den Suchzaun eines multistatischen Radars

Wenn ein Radar mehrere Funktionen gleichzeitig ausführen soll (z.B. Zielsuche und -Verfolgung), muss es sein Zeitbudget auf die verschiedenen Aufgaben aufteilen. Der folgende Abschnitt beschreibt ein Modell, welches für ein Radar bestehend aus einem Tx und mehreren Rx einen Suchzaun als Quality of Service (QoS)-Aufgabe definiert. Damit kann der Suchzaun parallel zu anderen Aufgaben betrieben werden. Mit dem Modell kann das Radar dann so angesteuert werden, dass nur ein möglichst kleiner Teil des Suchvolumens aufgegeben werden muss, wenn andere Aufgaben parallel zur Suche ausgeführt werden müssen. Dazu werden vom QoS-Modell die Pulslängen, mit denen die einzelnen Sendekeulen des Suchzauns ausgeleuchtet werden, entsprechend der Aufgabenlast reduziert und damit die Distanz verringert, bis zu der Objekte mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit detektiert werden können.

Ein QoS-Modell basiert darauf, dass einer Aufgabe in Abhängigkeit vom Ressourcenverbrauch eine Nützlichkeit zugeordnet wird. Also muss zuerst der Suchzaun mit dem größten Nutzen bei einem festen Ressourcenverbrauch definiert werden, der den geforderten Bereich möglichst gut ausleuchtet. Der Suchzaun wird aus dem Koordinatensystem des Tx über die Positionen der Suchkeulen b_i und eine minimale und maximale Orbithöhe (h_{min} und h_{max}) definiert. Dabei ist h_{min} gewählt, während h_{max} über die Vorgabe einer Detektionswahrscheinlichkeit p_d berechnet wird. Die für alle nachfolgenden Beispiele festgelegten Parameter sind in Tabelle 2.19 definiert.

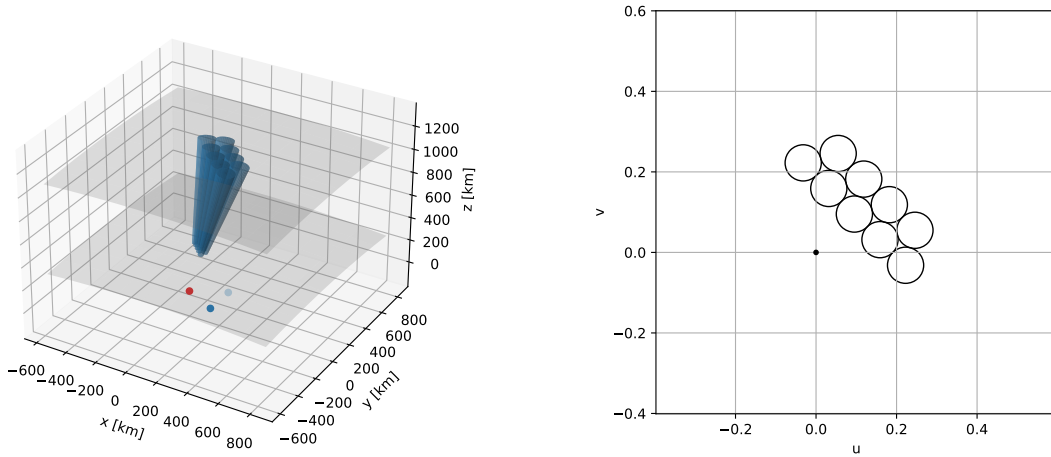
Um die einzelnen Suchkeulen b_i zu finden, wird ihre Ausrichtung in Azimut α und Elevation β , sowie die Anzahl der Suchkeulen für die Länge n_l und Tiefe n_d des Suchzauns festgelegt. Der Elevationswinkel wird hierbei von der positiven z -Achse aus gemessen. Eine Position in der xy -Ebene, die nicht im Ursprung liegt, hat also eine Elevation von 90° . Das Raster für die Suchkeulen wird für $\alpha = 0^\circ$ und $\beta = 0^\circ$ berechnet und anschließend den Winkeln entsprechend transformiert. In u -Richtung haben die Suchkeulen einen Abstand einer Suchkeulenbreite d_{bw} . In v -Richtung wird ein Abstand von

$$d_{bw,v} = d_{bw} \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.252)$$

eingehalten, sodass sich durch ein Versetzen der Reihen gegeneinander ein Gitter aus regelmäßigen Dreiecken ergibt. Das Zentrum des Rasters liegt bei halber Länge und Tiefe der Suchkeulenpositionen. In jeder zweiten Reihe des Rasters wird eine zusätzliche Suchkeule hinzugefügt ($n_l + 1$ Suchkeulen), so dass der Suchzaun mindestens eine Länge von $n_l d_{bw}$ in Richtungskosinuskoordinaten hat. Die Transformation der Mittelpunkte der Suchkeulen im Raster ist in Abhängigkeit von Azimut α und Elevation β durch die homogene Transformationsmatrix

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \sin(\beta) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \sin(\beta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.253)$$

gegeben. Damit sind die Positionen der Suchkeulen b_i gefunden. Abbildung 2.146b zeigt beispielhaft einen Suchzaun in Richtungskosinuskoordinaten des Senders für $n_l = 4$, $n_d = 2$, $\alpha = 45^\circ$ und $\beta = 10^\circ$.



(a) Sender (rot), Empfänger (blau), minimale und maximale Höhe (grau) und Sendekeulen des Suchzauns. (b) Ausrichtung des Suchzauns in Richtungskosinuskoordinaten des Senders.

Abbildung 2.146: Ausrichtung des Suchzauns.

Um die maximale Höhe zu finden, auf welcher der Suchzaun Orbits beobachten kann, muss das notwendige SNR für eine feste Detektionswahrscheinlichkeit und Falschalarmrate berechnet werden. [151, Chapter 15] gibt für mehrere nicht-kohärent integrierte Signale und ein *Swerling 1*-Modell für fluktuierende Radarechos die Formel

$$p_d = \left(\frac{1}{1 + N\overline{\text{SNR}}} \right)^{N-1} \exp \left(\frac{-T}{1 + N\overline{\text{SNR}}} \right) \quad (2.254)$$

zur Berechnung der Detektionswahrscheinlichkeit an. Da das durchschnittliche SNR, $\overline{\text{SNR}}$, immer mit der Anzahl an Signalen N multipliziert wird, können wir (2.254) auch als Funktion der Summe SNR_Σ der SNRs der einzelnen Signale schreiben:

$$p_d = \left(\frac{1}{1 + \text{SNR}_\Sigma} \right)^{N-1} \exp \left(\frac{-T}{1 + \text{SNR}_\Sigma} \right). \quad (2.255)$$

Der Schwellwert T ist über die Falschalarmrate p_{fa} definiert [151, Chapter 15]:

$$p_{fa} = 1 - I \left(\frac{T}{\sqrt{N}}, N - 1 \right). \quad (2.256)$$

Die unvollständige Gammafunktion $I()$ ist in [151] nicht in der üblichen Form definiert, welche in numerischen Bibliotheken verwendet wird. Benutzt man die Definitionen der regularisierten unteren unvollständigen Gammafunktion P von [152], so erhält man

$$p_{fa} = 1 - P(N, T). \quad (2.257)$$

Über die Inverse der unteren unvollständigen Gammafunktion lässt sich dann der Schwellwert T in Abhängigkeit von der Falschalarmrate finden mittels

$$T = P^{-1}(N, 1 - p_{fa}). \quad (2.258)$$

Numerisch lässt sich mit (2.255), einer Falschalarmrate p_{fa} und einer Detektionswahrscheinlichkeit p_d dann die Summe der SNRs der nicht-kohärent integrierten Signale SNR_Σ finden, die man für die geforderte p_d mindestens erreichen muss.

Für einen Tx und mehrere Rx lässt sich SNR_Σ ebenfalls über (2.1) als

$$\text{SNR}_\Sigma = \frac{P_{\text{Tx}} \cdot \tau_p \cdot n_p \cdot G_{\text{Tx}} \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \cdot k_B \cdot T_{\text{sys}} \cdot L_{\text{sys}} \cdot R_{\text{Tx}}^2} \sum_{i=1}^N \frac{G_{\text{Rx},i}}{R_{\text{Rx},i}^2} \quad (2.259)$$

berechnen. Legt man die Position \vec{r}_{Tx} und Ausrichtung Θ_{Tx} des Senders und der Empfänger $\vec{r}_{\text{Rx},i}$, $\Theta_{\text{Rx},i}$ in einem gemeinsamen Koordinatensystem fest, so ist

$$R_{\text{Rx},i}^2 = \left(\vec{r}_{\text{Tx}} - \vec{r}_{\text{Rx},i} + \vec{d}_i * R_{\text{Tx}} \right)^2 \quad (2.260)$$

eine Funktion von R_{Tx} und der Richtung der Suchkeule $\vec{d}_i = f(b_i)$. Die Antennengewinne von Tx und Rx sind ebenfalls Funktionen von R_{Tx} . Legt man ein maximales kohärentes Zeitintervall für die Integration der Signale der einzelnen Rx in Abhängigkeit vom Duty-Cycle D fest

$$\tau_{\text{CPI}} = \frac{\tau_p * n_p}{D}, \quad (2.261)$$

so kann man SNR_Σ als Funktion von R_{Tx} finden. P_{Tx} , λ , σ , T_{sys} und L_{sys} werden als bekannt vorausgesetzt. Umgekehrt muss R_{Tx} für ein festes SNR_Σ nicht eindeutig sein. Mit den Annahmen, dass Sender und Empfänger etwa in einer Ebene liegen, ihre Abstände zueinander kleiner als R_{Tx} sind, R_{Tx} aus der Ebene der Stationen heraus orientiert ist und die Funktion des Antennengewinns hinreichend monoton ist, muss auch SNR_Σ monoton fallend sein. Damit wird es möglich, R_{Tx} für ein gegebenes SNR_Σ über eine numerische Nullstellensuche zu finden. Also können wir numerisch die Distanz R_{Tx} zu einem Tx finden, bei der ein System aus mehreren Rx ein Objekt in einer bestimmten Richtung b_i erfasst, und zwar bei festen Werten p_{fa} und τ_{CPI} mit einer gegebenen Detektionswahrscheinlichkeit p_d . Skaliert man den Antennengewinn in (2.259) für den Tx und alle Rx mit dem Faktor $\frac{1}{2}$, so bekommt man mit der Nullstellensuche den Abstand, den man für eine Suchkeule in Richtung b_i im schlechtesten Fall erwarten würde.

Die Wiederholzeit jeder Suchkeule T_r ist über die Wahl einer minimalen Höhe h_{min} eines kreisförmigen Orbits definiert (2.213). Außerdem kann, wie in Kapitel 2.18.1 veranschaulicht, R_{Tx} berechnet werden, wenn b_i , die Suchkeulenbreite und h_{max} gegeben sind. Die Ressourcen einer Suchkeule sind mit

$$\rho = \frac{\tau_{\text{CPI}}}{T_r} \quad (2.262)$$

definiert. Mit bekannten SNR_Σ ist es durch Festlegung von p_d und p_{fa} also auch möglich, mit (2.259), (2.262) und einer Nullstellensuche für jede der M Suchkeulen die notwendigen Ressourcen ρ_i als Funktion von h_{max} zu berechnen. Durch lösen des Optimierungsproblems

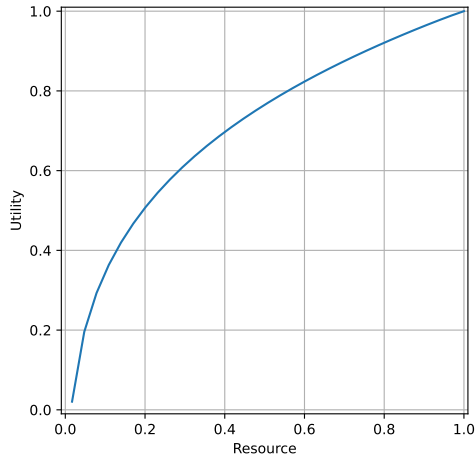
$$\max \quad h_{\text{max}} \quad (2.263a)$$

$$\text{so dass} \quad \sum_{i=1}^M \rho_i(h_{\text{max}}) \leq \rho_{\text{max}} \quad (2.263b)$$

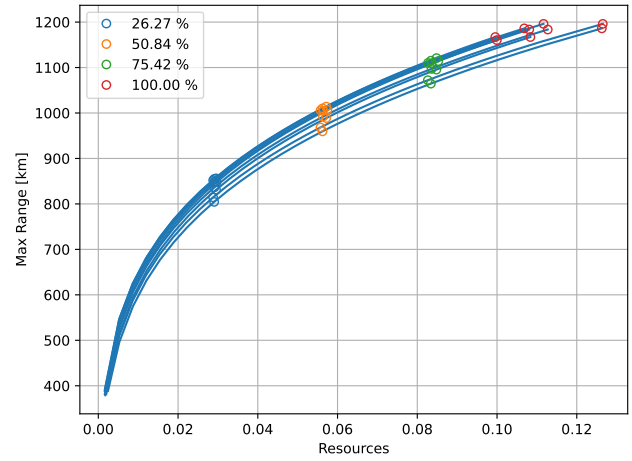
mit nichtlinearen Randbedingungen findet man also eine maximale Höhe kreisförmiger Orbits, welche durch einen Suchzaun mit ρ_{max} Ressourcen abgedeckt werden kann. Abbildung 2.146a zeigt als ein Beispiel einen Suchzaun bei 100% Ressourcennutzung und minimaler sowie maximaler Höhe der Umlaufbahnen, die den Suchzaun durchqueren (grau).

Um schließlich auf eine Nutzenfunktion für den gesamten Suchzaun zu kommen, soll dessen Volumen nur so wenig wie möglich verringert werden, wenn nicht die vollen Ressourcen ρ_{max} verfügbar sind. Da sich die Summe der R_{Tx} proportional zum Volumen des Suchzauns verhält, kann sie als Hilfsgröße zur Optimierung des Suchzaunvolumens genutzt werden. Die normierte Nutzenfunktion ist dann

$$u(\rho) = \frac{\sum_{i=1}^M R_{\text{Tx},i}(\rho)}{\sum_{i=1}^M R_{\text{Tx},i}^*(h_{\text{max}})}. \quad (2.264)$$



(a) Nutzenfunktion des Suchzauns.



(b) Qualitätsfunktion der Suchkeulen. Maximale Distanz, bei der das Ziel mit der geforderten Wahrscheinlichkeit detektiert wird über den benötigten Ressourcen. Die Kreise markieren die Auslastung bezogen auf den gesamten Suchzaun.

Abbildung 2.147: Nutzenfunktion des gesamten Suchzauns und Qualitätsfunktion der einzelnen Suchkeulen.

$R_{T_x,i}^*(h_{max})$ beschreibt hier die maximale Ausdehnung einer Sendekeule bis zur maximalen Orbithöhe h_{max} . Um einen Punkt der Nutzenfunktion zu berechnen, muss ein anderes Optimierungsproblem

$$\max \quad u(\rho) \quad (2.265a)$$

$$\text{so dass} \quad \sum_{i=1}^M \rho_i \leq \rho \quad (2.265b)$$

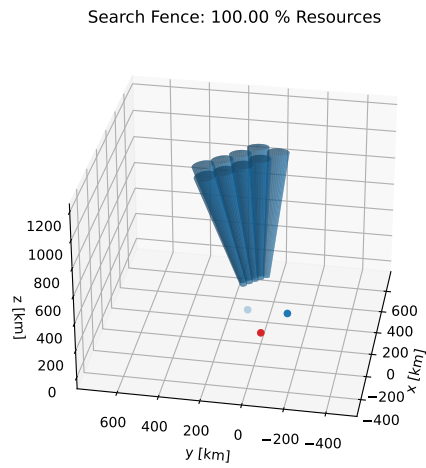
$$\rho_i \leq \rho_i(h_{max}) \quad \forall i \quad (2.265c)$$

gelöst werden. Die resultierende Nutzenfunktion für den Suchzaun ist in Abbildung 2.147a dargestellt.

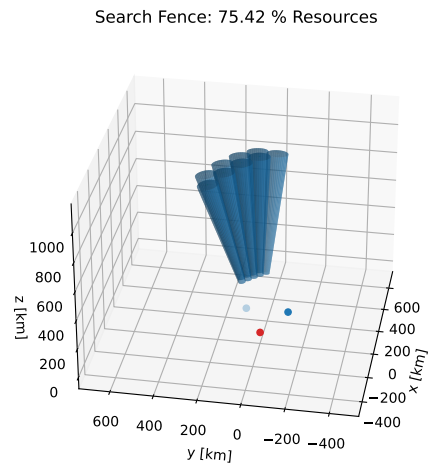
Abbildung 2.147b zeigt die Reichweiten der einzelnen Suchkeulen über den eingesetzten Ressourcen für die jeweilige Suchkeule. Die Marker zeigen die für den gesamten Suchzaun benötigten Ressourcen. Das gewünschte Verhalten wird erreicht. Bei vollem Ressourceneinsatz wird die Orbithöhe, welche den Suchzaun quert, maximiert. Dazu ist es notwendig, die Suchkeulen mit mehr Ressourcen auszustatten, die am weitesten von den Rx entfernt liegen (rot). Sind jedoch nicht ausreichend Ressourcen vorhanden, um den Suchzaun voll auszuleuchten, soll die Aufgabe möglichst gut ausgeführt werden. Das heißt hier, dass ein möglichst großes Volumen des Suchzauns erhalten werden soll. Daher werden die Ressourcen für Suchkeulen, die eine ungünstigere Geometrie haben, stärker reduziert (Abbildung 2.147b untere Linie(grün, orange)).

Dieses Verhalten des Suchzauns wird in Abbildung 2.148 noch einmal veranschaulicht. In 2.148a hat der Suchzaun bei 100 % Ressourcenauslastung eine eckige Form, um die geforderte Höhe in allen Suchkeulen zu erreichen. Die anderen Fälle zeigen einen Suchzaun mit reduzierten Ressourcen, in denen die ungünstig gelegenen Suchkeulen stärker reduziert werden, wodurch sich eine abgerundete Form des Suchzauns ergibt, bei der die Suchkeulen mit schlechteren geometrischen Voraussetzungen weniger Ressourcen zugeordnet bekommen.

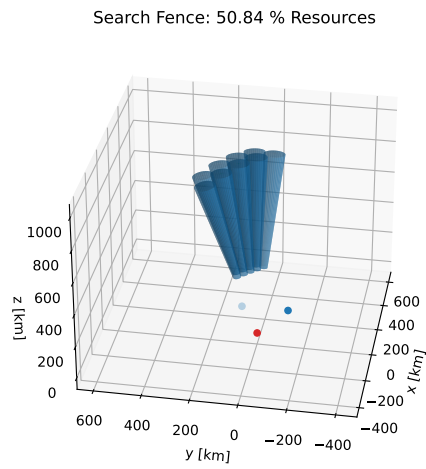
Die QoS-Kennlinie für den Suchzaun kann offline berechnet werden. Dadurch kann die gesamte Suche als eine einzelne Aufgabe für einen Tx gestellt werden. Dieses Modell geht davon aus, dass die Rx, welche die Suchaufgabe gemeinsam mit dem Tx ausführen, die Suchkeulen abdecken können und voll digitalisiert sind, d.h. die Rx sind nicht in der Anzahl der Suchkeulen beschränkt, mit denen sie den



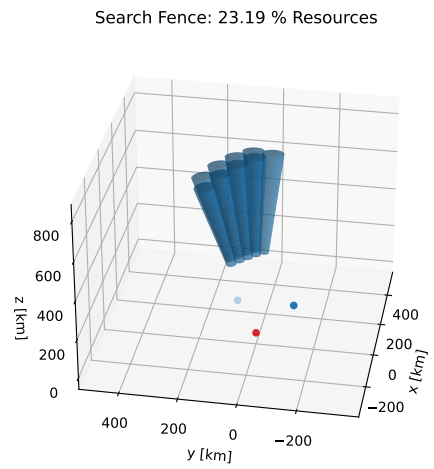
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung 2.148: Suchzaun in verschiedenen Konfigurationen.

Suchzaun abdecken.

Als Erweiterung dieses QoS Modells könnte man noch die längere Aufenthaltszeit eines Objekts bei größerer Entfernung berücksichtigen. Dadurch ließe sich die maximale Höhe des Suchzauns erweitern.

2.19.4 Quality of Service-Modell für einen multistatischen Suchzaun mit mehreren Ebenen

Ist ein Suchzaun in Richtung Zenit ausgerichtet, so erwartet man, dass Objekte in großer Entfernung den Suchzaun deutlich langsamer durchqueren als Objekte in kürzerer Entfernung, da die Geschwindigkeit eines Objektes in einer Erdumlaufbahn mit sinkender Höhe zunimmt. Um das auszunutzen und den gleichen Suchbereich mit weniger Ressourcen abzudecken, wird ein QoS Modell für einen Suchzaun entwickelt, das den Suchbereich in eine untere und eine obere Ebene unterteilt. In der unteren Ebene wird eine höhere Wiederholrate der Suchkeulenpositionen benötigt, um die schnelleren Objekte zu erfassen. Durch die geringeren Entfernungen wird gleichzeitig eine geringere Integrationszeit erwartet. Für die obere Ebene kann das Wiederholintervall verlängert werden, während durch die größeren Entfernungen eine längere Integrationszeit notwendig ist. Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, soll als Ergebnis des QoS-Modells der Nutzen der Suche über der Ressourcenauslastung definiert sein. Im Unterschied zu vorher resultieren aus der Suchaufgabe aber mehrere Jobs, jeweils für die untere und obere Ebene des Suchzauns, die mit unterschiedlichen Konfigurationen abgearbeitet werden müssen.

Um das QoS-Modell etwas zu vereinfachen, da hier nur der potentielle Vorteil mehrerer Ebenen vorgestellt werden soll, wird der Suchzaun nicht wie im vorherigen Kapitel auf eine minimale Höhe ausgelegt, sondern es wird die Bedingung festgelegt, dass alle Suchkeulen des Tx die gleiche Distanz ausleuchten. Daraus ergibt sich, dass der Suchzaun, je weiter man vom Zenit abweicht, eine umso geringere effektive Höhe über Grund erreicht.

Im ersten Schritt des Algorithmus wird überprüft, welche Rxs den von einem Tx aufgespannten Suchzaun überwachen können. Dazu wird ein Distanzintervall (r_{min}, r_{max}) definiert, in welchem der Suchzaun aufgespannt werden soll. Die Distanzen sind vom Tx aus definiert. Ziel ist es, r_{max} so groß wie möglich zu machen, ohne die maximale Länge eines Pulszuges zu überschreiten oder mehr als die verfügbaren Ressourcen aufzuwenden.

Für jede einzelne Keule des Suchzauns wird für jeden Rx geprüft, ob die Mittellinie der Keule im FoV des Rx liegt. Dazu werden die Schnittpunkte der Mittellinie der Keule mit dem Kegel des FoV gebildet [153]. Das Verfahren wird rekursiv mit nur den Rxs neu begonnen, welche das Intervall (r_{min}, r_{max}) des Suchzauns vollständig überwachen können.

Im zweiten Schritt wird die maximale Reichweite r_{max} der Suchkeulen vom Tx aus berechnet, sodass die Randbedingungen eingehalten werden. Dazu wird das benötigte SNR für ein Ziel mit festem RCS σ_0 berechnet, sodass die Detektionswahrscheinlichkeit p_d mindestens einen Wert p_{d0} erreicht. Allerdings ist die Funktion des SNR über der Distanz zum Sender nicht unbedingt konvex oder konkav. Dadurch, dass mehrere Rx gleichzeitig betrachtet werden, um den Effekt der inkohärenten Integration der Signale zu berücksichtigen, können mehrere lokale Minima des SNR existieren. Wie in Kapitel 2.19.3 beschrieben, lässt sich mit Gleichung (2.255) das SNR_0 finden, das für eine geforderte p_{d0} erreicht werden muss. Die Berechnung des SNR ist in Gleichung (2.259) definiert. Hierbei wird allerdings immer nur die Hälfte des Antennengewinns für Rx und Tx verwendet, um zu berücksichtigen, dass sich ein Ziel im schlechtesten Fall am Rand einer Keule befindet. Bei der Berechnung des SNR im Suchzaun wird also vom schlechtesten Fall ausgegangen.

Dann wird entlang der Reichweite r ausgehend von r_{min} mit einer Schrittlänge von r_{step} gesucht und jeweils die benötigte Länge der Pulszüge (2.261) in jeder Suchkeule und die benötigten Ressourcen (2.262) berechnet. Damit wird das Intervall $(r_{stop} - r_{step}, r_{stop})$ identifiziert, in welchem entweder die verfügbaren Ressourcen überschritten, oder die Pulszuglängen zu groß wird. Durch den Start r_{min} wird also das erste Intervall gefunden, in dem die Randbedingungen verletzt werden, unabhängig davon, ob später bei größeren Reichweiten das SNR noch einmal sinkt. Im dritten Schritt

Tx Position	(50.78°, 6.08°)
Rx Positionen	(50.73°, 7.09°), (51.05°, 13.74°), (51.96°, 7.62°)
r_{min}	350 km
r_{max}	3000 km
σ_0	1 m ²
p_{d0}	90 %
\mathbf{b}_{uv}	(0.048, -0.165), (0.048, -0.055), (0.048, 0.055), (0.048, 0.165), (-0.048, -0.22), (-0.048, -0.11), (-0.048, 0), (-0.048, 0.11), (-0.048, 0.22)

Tabelle 2.20: Beispielparameter des Suchzauns.

wird das Ergebnis innerhalb des Intervalls $(r_{stop} - r_{step}, r_{stop})$ mit einer Bisektion verfeinert. Je nachdem, ob eine oder beide Randbedingungen in diesem Intervall verletzt wurden, muss man eine oder zwei Bisektionen durchführen und dann das Minimum der Ergebnisse verwenden. Als Letztes wird geprüft, ob alle Rxs mit einem SNR von mehr als 5 beitragen. Der Rx, der mit dem geringsten SNR unter 5 beiträgt, wird aus der Menge der beteiligten Rxs entfernt und das Verfahren wird rekursiv erneut durchlaufen. Damit kann man den einfachen Suchzaun für ein gegebenes Ressourcenbudget berechnen.

Um einen Suchzaun mit zwei Ebenen zu berechnen, wird der oben beschriebene Algorithmus zweimal angewendet. Zunächst wird eine Distanz r_d festgelegt, an der der Suchzaun geteilt wird. Dann wird mit dem oben beschriebenen Algorithmus der untere Suchzaun für das Intervall (r_{min}, r_d) berechnet. Die verbleibenden Ressourcen, die nicht für den unteren Suchzaun aufgewendet werden müssen, werden für die obere Ebene (r_d, r_{max}) eingesetzt. r_d wird mit Richard Brents Algorithmus [154] variiert und so das Maximum gefunden, das mit beiden Ebenen gleichzeitig in der Distanz erreicht werden kann.

Abbildung 2.149 zeigt die maximale Höhe eines Ziels für einen einfachen Suchzaun (rot) und einen Suchzaun mit zwei Ebenen (blau). Tabelle 2.20 beschreibt die Parameter der Suchzäune. \mathbf{b}_{uv} gibt die Positionen der Suchkeulen in Tx-Antennenkoordinaten an. Bei voller Ressourcennutzung erreicht das Modell für zwei Suchebenen eine maximale Höhe von 902 km. Der untere Suchzaun deckt hier alle Ziele bis zu einer Höhe von 534 km ab. Im Vergleich dazu beträgt die maximale Höhe des einfachen Suchzauns 793 km. Durch die Aufteilung des Suchzauns in Ebenen gewinnt man hier also etwa 100 km an Reichweite für ein nominelles Ziel mit dem eingestellten RCS. Dieser Vorteil sinkt mit abnehmender Verfügbarkeit der Ressourcen. Ab 20 % Ressourcenverfügbarkeit ist praktisch kein Vorteil mehr erkennbar.

Die Berechnungen des Modells zeigen, dass für den angenommenen RCS ein größerer Suchbereich bei vollem Ressourceneinsatz erwartet werden kann. Je weniger Ressourcen verfügbar sind, desto geringer ist die zusätzliche Höhe des Suchbereichs. Ob sich der erwartete Vorteil praktisch realisieren lässt, wird von der Verteilung des RCS der Ziele abhängen. Dadurch, dass das untere und das obere Level des Suchzauns auf einen festen RCS ausgelegt sind, wird der untere Suchzaun bei seiner Maximalentfernung keine Objekte mit geringerem RCS entdecken. Im Gegensatz dazu würde ein Suchzaun, der nicht aufgeteilt ist, in seinem unteren Bereich deutlich sensitiver sein und auch Objekte finden, die einen viel kleineren RCS als den Auslegungs-RCS haben. Das hier vorgestellte Modell für einen Suchzaun mit zwei Ebenen hat immer noch Optimierungspotential. Dadurch, dass zwar die Ressourcen optimiert werden, die beiden Suchzäune aber nicht zeitlich synchronisiert sind, kann es sein, dass der obere Suchzaun das untere Level mit abdeckt, ohne dass dies dort berücksichtigt wird. Die beiden Ebenen werden also unabhängig voneinander betrachtet, obwohl sie es streng genommen nicht sind.

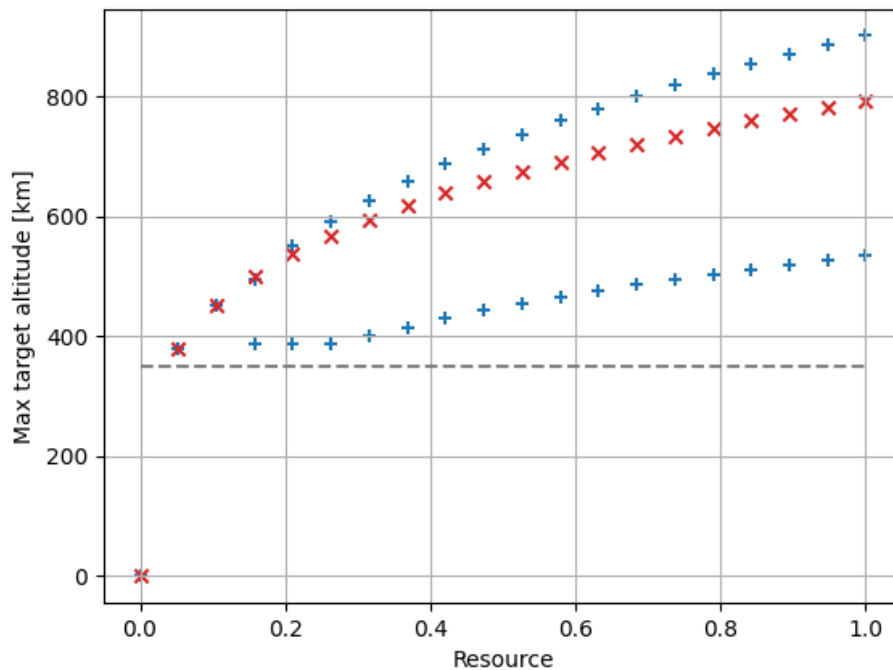


Abbildung 2.149: Maximalentfernungen (Qualität) eines einfachen Suchzauns (rot) und den zwei Ebenen eines Suchzauns mit mehreren Ebenen (blau). Die minimale Höhe beträgt 350 km.

2.19.5 Beam Paving

Die Ausrichtung der Sende- und Empfangskeulen ist für ein bistatisches Radar komplizierter als für ein monostatisches System. Bei der Zielverfolgung ist die Distanz des Ziels zum Sender oder Empfänger bekannt und die Antennen von Tx und Rx können darauf eingestellt werden. Wird ein bistatisches Radar zur Suche von Zielen benutzt, so ist die Distanz zu einem Ziel unbekannt. In diesem Fall muss der von einer Sendekeule ausgeleuchtete Bereich vom Empfänger für alle Distanzen abgedeckt werden, in denen eine ausreichend hohe Wahrscheinlichkeit für eine Detektion erwartet wird. Das heißt in der Regel, dass in einem größeren Winkelbereich empfangen werden muss, der nicht von einer einzelnen (Standard-)Keule des Empfängers abgedeckt ist.

Zur Lösung dieses Problems gibt es in der Literatur verschiedene Ansätze. Eigenbeamforming [155] ist eine Methode die Abdeckung der Sendekeule in der digitalen Signalverarbeitung unter Verwendung einer limitierter Verfügbarkeit von Empfangskanälen zu erreichen. Die Transformation der Signale in den *beam space* zur Reduktion der Dimensionen wird hierbei parametrisiert und so durchgeführt, dass ein Ausgleich zwischen erreichbarer Güte der Winkelschätzung und Empfindlichkeit zur Detektion von Zielen geschaffen wird. Je nachdem, wie stark die Dimensionen des Signalraums reduziert werden, kann diese Methode optimal sein.

Bei einem vollständig digitalisierten Empfänger ergeben sich weitere Möglichkeiten: *Beam Paving* oder *Pulse Chasing*. Die Idee hinter *Beam Paving* ist den Puls oder die Keule des Tx in die Antennenebene des Rx zu projizieren und den ausgeleuchteten Bereich dort mit Keulen des Empfängers zu pflastern, sodass eine ausreichende Sensitivität im gesamten relevanten Bereich gegeben ist. Dann können klassische Signalverarbeitungsalgorithmen zur Winkelschätzung oder Detektion auf jeweils einer Untermenge aller Empfangskeulen angewendet werden. Das erfordert je nach Geometrie, dass die Hardware des Empfängers eine große Anzahl an Keulen gleichzeitig berechnen kann. *Beam Chasing* beschreibt Verfahren, welche die Keulen analog oder digital nachsteuern, um den Sendepuls zu verfolgen, oder digital mehrere Keulen formen, um einen Teil der Sendekeule abzudecken [156, 157]. In

[157] wird ein Ansatz verfolgt, der basierend auf einem festen Gitter mehrere Empfangskeulen aktiviert um einen Sendepuls zu verfolgen.

Der folgende Abschnitt beschreibt Verfahren um die Projektion der Sendekeule in den Antennenkoordinaten des Empfängers durch ein Polygon anzunähern und ein dynamisches Gitter zu berechnen, welches zur Positionierung die Mittelpunkte der Empfangskeulen berechnet. Dabei werden zunächst keine Spezialfälle betrachtet. Sender und Empfänger sind also so ausgerichtet, dass der Empfänger immer außerhalb der Sendekeule liegt. Zudem ist die Distanz zwischen Sender und Empfänger größer null und es liegt keine quasi-monostatische Anordnung vor, bei der der Empfänger hinter dem Sender positioniert ist und beide Antennen auf einer Linie ausgerichtet sind.

2.19.5.1 Projektion der Sendekeule

In Antennenkoordinaten wird die Sendekeule durch einen Kreis beschrieben. Daraus ergibt sich in kartesischen Koordinaten als Form, die von dem Sender ausgeleuchtet wird, die Differenz zweier Kugelausschnitte. Der erste Kugelausschnitt reicht bis zu maximalen Distanz r_{max} . Davon muss ein zweiter Kugelausschnitt mit Höhe r_{min} abgezogen werden. Wird nun die Senderichtung verändert und liegt nicht mehr im Ursprung der Antennenkoordinaten, so wird die Form zusätzlich verzerrt. Der daraus entstehende unregelmäßige Körper muss dann in das Antennenkoordinatensystem des Empfängers projiziert werden. Da nicht klar ist, wie die Differenz zweier verzerrter Kugelausschnitte nach den Transformationen mathematisch beschrieben werden kann, wird ein numerisches Verfahren benutzt, um den ausgeleuchteten Bereich mit einem Polygon anzunähern. Dabei werden insbesondere die Kappen der Kugelausschnitte vernachlässigt.

Zur Berechnung der Projektion sind zwei Transformationen erforderlich: Die Umrechnung von Antennenkoordinaten in kartesische Koordinaten und der Wechsel zwischen den kartesischen Koordinatensystemen von Sender und Empfänger.

Die Umrechnung von Antennenkoordinaten (u, v, r) in kartesische Koordinaten (x, y, z) ist mit

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = T_{uvr}(\mathbf{u}) = T_{uvr}((u, v, r)^T) = \begin{pmatrix} ru \\ rv \\ r\sqrt{1-u^2-v^2} \end{pmatrix} \quad (2.266)$$

definiert.

Die Koordinatentransformation zwischen den kartesischen Koordinatensystemen vom Tx zum Rx ist durch eine homogene Transformationsmatrix $T_h(\mathbf{d}, \mathbf{R})$ gegeben. Dabei beschreibt \mathbf{d} die Translation zwischen den Ursprüngen der Koordinatensysteme und \mathbf{R} die Rotation von Tx in die Koordinaten von Rx. Zur Berechnung der Projektion wird zuerst der vom Rx aus sichtbare Teil der Mittellinie identifiziert. Anschließend wird diese Mittellinie segmentweise in die Antennenkoordinaten des Rx transformiert. Die Start- und Endpunkte der Segmente können jeweils einer Distanz zum Sender r_{Tx} zugeordnet werden. Danach wird in den Antennenkoordinaten des Tx ein Punkt auf dem Kreis, der die Sendekeule definiert, gewählt. Dieser Punkt beschreibt in kartesischen Koordinaten einen Strahl und in den Antennenkoordinaten des Empfängers einen Ellipsensektor. Der monostatische Fall, bei dem der Punkt wieder zu einem Punkt transformiert würde, wurde oben ausgeschlossen. Es existieren Fälle, bei denen der Ellipsensektor einer geraden Linie entspricht. Der Ellipsensektor wird an den vorher identifizierten Distanzen zur Segmentierung r_{Tx} ebenfalls in eine Kette von Segmenten zerlegt, der Randlinie. Um den Rand zum ausgeleuchteten Bereich aus Sicht des Empfängers zu berechnen kann nun die Fläche, welche von den Segmenten der Mittellinie und den Segmenten der Randlinie eingeschlossen wird, maximiert werden. Die Randlinie wird dabei verändert, indem der vorher ausgewählte Punkt entlang des Kreises, welcher die Sendekeule in Tx-Koordinaten beschreibt, verschoben wird.

Die Gerade, welche die Mittellinie der Sendekeule in kartesischen Empfängerkoordinaten beschreibt, ist mit

$$\mathbf{y} = \mathbf{d} + r(\mathbf{R}\mathbf{x}_0) \quad (2.267)$$

definiert. \mathbf{x}_0 entspricht dem Richtungsvektor der Sendekeule $T_{uvr}(\mathbf{u}_0)$ mit $r_0 = 1$. Die Berechnung der Schnittpunkte von dieser Geraden mit dem Kegel, der das FoV des Empfängers beschreibt [153], ergibt zwei Distanzen $r_{\text{FoV},min}$ und $r_{\text{FoV},max}$, welche den sichtbaren Teil der Sendekeule entlang der Mittellinie begrenzen. $r_{\text{FoV},min}$ und $r_{\text{FoV},max}$ können weiter durch die maximale oder minimale Entfernung, bei denen Objekte detektiert werden können, beschränkt sein. Diese beiden Distanzen geben ein initiales Segment vor, aus dem rekursiv eine Kette von Segmenten berechnet wird, die den Ellipsensektor in den Antennenkoordinaten des Empfängers nähert.

Dazu wird Distanz r_1 gesucht, die zusammen mit $r_{\text{FoV},min}$ in den Antennenkoordinaten des Empfängers ein Segment der Länge d_u definiert. Also wird in dem Intervall $(r_{\text{FoV},min}, r_{\text{FoV},max})$ mit Bisektion die Nullstelle von

$$d_s = |T_{uv}^{-1}(\mathbf{d} + r_{\text{FoV},min}(\mathbf{R}\mathbf{x}_0)) - T_{uv}^{-1}(\mathbf{d} + r_1(\mathbf{R}\mathbf{x}_0))| - d_u \quad (2.268)$$

berechnet. $T_{uv}^{-1}()$ ist die Inverse der Transformation (2.266), mit Vernachlässigung der letzten Komponente, r , sodass lediglich der Richtungskosinus bleibt. d_u sollte in Abhängigkeit von der Weite der Empfangskeulen definiert sein, sodass die Näherung ausreichend granular und die Abdeckung mit Empfangskeulen ausreichend dicht ist. Hier wird $d_u = \frac{\theta_u^{3\text{dB}}}{\sqrt{2}}$ benutzt, wobei $\theta_u^{3\text{dB}}$ die 3 dB Weite der Empfangskeule in Empfängerkoordinaten ist.

Als Ergebnis erhält man zwei Segmente, von denen eines die Länge d_u hat. Das zweite Segment kann rekursiv mit dem gleichen Verfahren unterteilt werden, bis die Länge des letzten Segments weniger als d_u beträgt. Damit erhält man einen Vektor $\mathbf{r}_{d_u} = (r_{\text{FoV},min}, r_1, r_2, \dots, r_{\text{FoV},max})^T$, der zusammen mit (2.267) die Segmentkette der Mittellinie definiert. Mit Hilfe der Segmentkette der Mittellinie können nun die Segmentketten der Randlinien gefunden werden.

Für die Randlinien werden zur Segmentierung näherungsweise die gleichen Abstände \mathbf{r}_{d_u} wie für die Mittellinie verwendet. Wie oben beschrieben, entspricht die Randlinie einem Punkt \mathbf{p}_{uv} auf dem Kreis in den Antennenkoordinaten des Senders, der die Sendekeule definiert. Dieser Punkt ist durch einen Winkel α und dem Richtungskosinus der Ausrichtung der Sendekeule $\mathbf{u}_{0,uv}$ gegeben durch

$$\mathbf{p}_{uv} = \mathbf{u}_{0,uv} + \frac{\theta_{u,\text{Tx}}^{3\text{dB}}}{2} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}. \quad (2.269)$$

Zusammen mit \mathbf{r}_{d_u} definiert \mathbf{p}_{uv} wie in (2.267) eine Kette von Segmenten, welche in die Antennenkoordinaten des Empfängers transformiert werden kann. Die Segmentketten von Mittellinie und Randlinie bilden zusammen ein Polygon mit Flächeninhalt A . Die Berechnung des Flächeninhalts ist ein Standardproblem, das über die Shoelace-Formel [158] oder Trapezoide gelöst werden kann. Zunächst wird

$$\alpha^* = \arg \max_{\alpha} A(\mathbf{S}_M, \mathbf{S}_R(\alpha)) \quad (2.270)$$

als der Winkel für das Polygon mit maximalem Flächeninhalt identifiziert. Die Suche wird dabei auf das Intervall $(0, 2\pi)$ beschränkt. \mathbf{S} beschreibt die Punkte der Segmentketten von Mittel- oder Randlinie als Richtungskosinus in Empfängerantennenkoordinaten. Ist α^* gefunden, so kann auf dem Intervall $(\alpha^* + \frac{\pi}{2}, \alpha^* + \frac{3\pi}{2})$ der Winkel der zweiten Randlinie β^* wieder durch eine Maximierung der Fläche berechnet werden. Das Optimierungsproblem ist einfach und es können Standardalgorithmen zur numerischen Lösung verwendet werden.

Als Ergebnis des oben beschriebenen Verfahrens erhält man zwei Punktfolgen $\mathbf{S}_R(\alpha^*)$ und $\mathbf{S}_R(\beta^*)$ in den Antennenkoordinaten des Empfängers, welche zusammen ein Polygon definieren, das den ausgeleuchteten Bereich des Senders in guter Näherung beschreibt.

2.19.5.2 Berechnung der Gitterpositionen

Um die Gitterpositionen der Mittelpositionen für die Empfangskeulen zu berechnen werden die Punkte der Randlinien $\mathbf{S}_R(\alpha^*)$ und $\mathbf{S}_R(\beta^*)$ benutzt. Aus jeweils einem Pärchen mit gleicher Distanz r aus \mathbf{r}_{d_u} ,

$(\mathbf{S}_R(\alpha^*, r), \mathbf{S}_R(\beta^*, r))$ wird eine Linie in Antennenkoordinaten konstruiert, entlang der die Punkte für das Gitter platziert werden gemäß

$$y = \mathbf{S}_R(\alpha^*, r) + x (\mathbf{S}_R(\beta^*, r) - \mathbf{S}_R(\alpha^*, r)) = \mathbf{s} + x \mathbf{q} . \quad (2.271)$$

Bedingt durch den vorherigen Algorithmus kann die Länge des letzten Segments d_{last} deutlich kürzer als d_u ausfallen. Falls $d_{last} < \frac{d_u}{2}$ so werden $\mathbf{S}_R(\alpha^*, r_{FoV,min})$ und $\mathbf{S}_R(\beta^*, r_{FoV,min})$ extrapoliert, sodass wieder eine Segmentlänge von d_u erreicht wird.

Auf jeder so gefundenen Verbindungslinie werden wieder mit einem Abstand von d_u Punkte platziert. Die Anzahl der Punkte wird mit

$$n = \left\lfloor \frac{|\mathbf{q}|}{d_u} \right\rfloor + 1 \quad (2.272)$$

gewählt. Die m -te Position wird dann durch

$$\mathbf{b}_{uv}(r, m) = \mathbf{s} + \mathbf{q} \left(\frac{1}{2} - \frac{d_u}{|\mathbf{q}|} \left(\frac{n}{2} + m + \frac{1}{2} \right) \right) \quad (2.273)$$

berechnet.

2.19.5.3 Beispiel

Abbildung 2.21 zeigt ein Beispiel für *Beam Paving*. Die Sendekeule (rot) wird mit zwölf Empfangskeulen abgedeckt. Tabelle 2.21 beschreibt die Parameter der Berechnungen. Die Keulenweite θ_u^{3dB} gilt für Sender und Empfänger und \mathbf{R} ist in diesem Beispiel die Einheitsmatrix. Der Sender ist entlang der x -Achse der Koordinaten des Empfängers verschoben.

Eine genauere Darstellung der Positionen der Empfangskeulen und der Randlinien des ausgeleuchteten Bereichs (rot) ist in Abbildung 2.151a dargestellt. Die Positionen der letzten Empfangskeulen (links) wurden extrapoliert. Abbildung 2.151b zeigt eine Abschätzung der zeitlichen Verzögerung des Signals für die Empfangskeulen. Ob alle zwölf Empfangskeulen gleichzeitig aktiv sein müssen hängt von der Integrationszeit des Empfängers ab. Dargestellt ist die Verzögerung, die man für einen Zeitpunkt beobachten würde. Bei einer Integration des Signals von mehr als 5 ms müssen in diesem Beispiel alle zwölf Kanäle gleichzeitig aktiv sein. Ist die Integrationszeit kürzer, z.B. nur 3 ms, so verringert sich die maximale Anzahl gleichzeitig aktiver Empfangskeulen um zwei auf zehn. In einem realen Szenario wird sich die Anzahl der aktiven Empfangskeulen für z.B. das Monopulsverfahren noch zusätzlich erhöhen. Hier dargestellt sind dann nur die Kanäle zur Summenbildung der Signale.

u_{Tx}	0.171
v_{Tx}	0.271
r_{min}	300 km
r_{max}	1000 km
$ \mathbf{d} $	200 km
θ_u^{3dB}	0.09

Tabelle 2.21: Beispielparameter.

Die Laufzeit für die Berechnung, gemessen auf einem Laptop mit i5-Prozessor, beträgt auch für kompliziertere Fälle mit mehr Punkten als im Beispiel gezeigt unter 100 ms. In dieser Zeit werden drei iterative Optimierungen durchgeführt: ein Mal die Berechnung der Abstände auf der Mittellinie zur Segmentierung und zwei Mal eine Maximierung bei der Suche der Randlinien. Die Berechnungen müssen nicht unbedingt online durchgeführt werden. Da die Positionierung des Suchbereiches in der Regel vorher bekannt ist, könnten die Positionen für den Empfänger auch schon vorberechnet werden.

Als Erweiterung zu dem Verfahren wäre es interessant zu untersuchen, wie der Algorithmus dazu genutzt werden kann Summen- und Differenzkeulen für ein Monopulsverfahren zu platzieren.

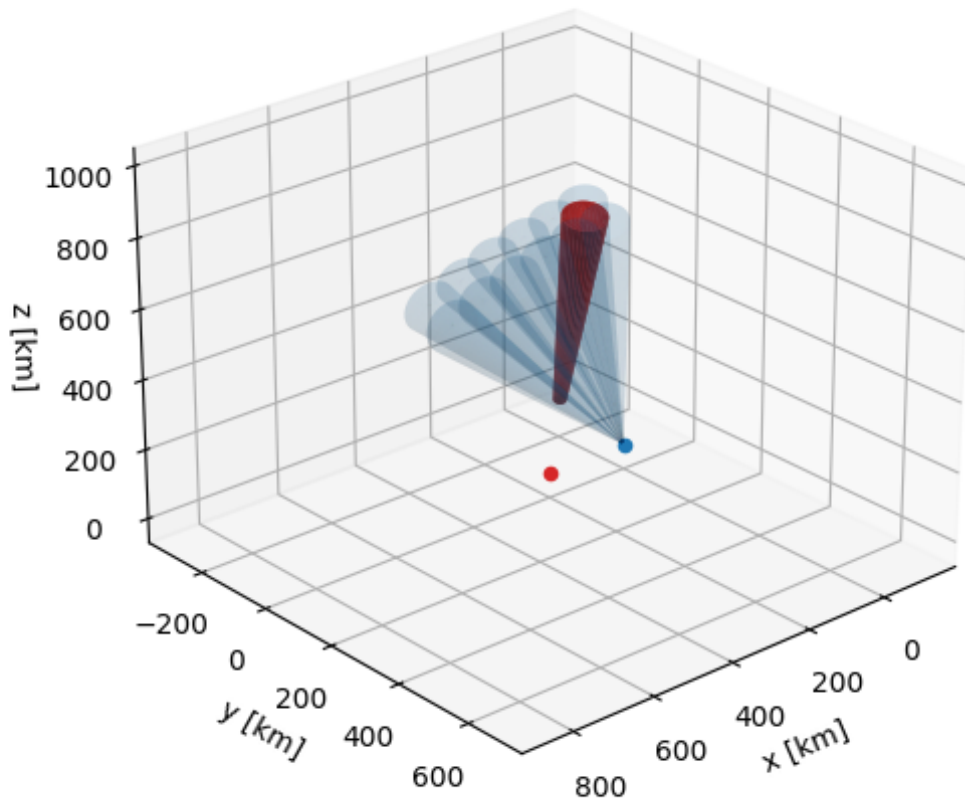
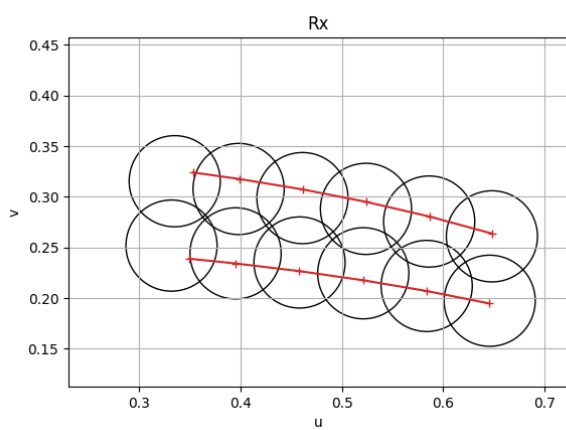
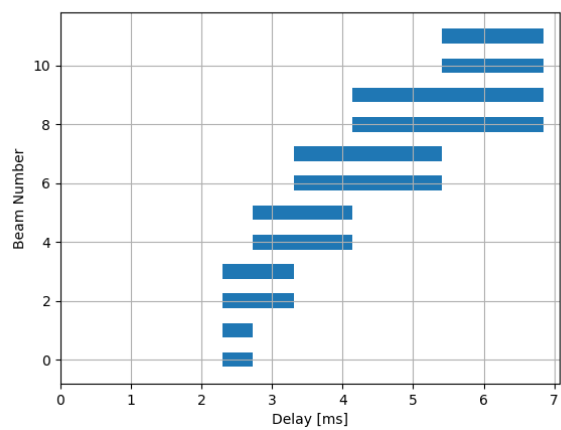


Abbildung 2.150: Sendekeule (rot) und Empfangskeulen.



(a) Näherung des sichtbaren ausgeleuchteten Bereiches (rot) und Empfangskeulen zur Abdeckung der Sendekeule.



(b) Verzögerung des Signals für die Empfangskeulen.

Abbildung 2.151: Beispiel *Beam Paving*.

2.20 Adaptives Tracking (AP6400)

Die adaptive Verteilung von Ressourcen an verschiedene Aufgaben des Multifunktions-Radarsystems impliziert, dass jede einzelne Aufgabe auch mit eingeschränkten Informationen gute Ergebnisse liefern muss. Für die Zielverfolgung ist es daher besonders wichtig, eine möglichst gute initiale Schätzung des detektierten Ziels zu erreichen, damit der Bedarf an Tracking-Ressourcen für neu entdeckte Ziele und deren Propagierung minimiert werden kann. Im Folgenden wird ein Verfahren vorgestellt, welches basierend auf einer Taylor-Approximation höherer Ordnung verbesserte initiale Schätzungen des Zielzustands liefert.

2.20.1 Bahnbestimmung mit verrauschten Messungen

Die Bahnbestimmung von Erdsatelliten baut auf dem Zweikörperproblem auf, wobei die Masse der Satelliten im Vergleich zur Erdmasse als infinitesimal angenommen wird. Eine gängige Formulierung ist das Lambert-Problem, welches besagt, dass aus zwei Satellitenpositionen zu unterschiedlichen Zeitpunkten die Keplerbahn eindeutig bestimmt werden kann [159, 160]. Hierzu wurden bereits einige Lösungen formuliert, allerdings gehen diese davon aus, dass die wahren Objektpositionen bekannt sind. In realen Szenarien jedoch werden Objekte im Orbit von Sensorsystemen gemessen, die unvermeidbaren Messungenauigkeiten unterworfen sind; je nach Messrauschen entstehen hierdurch große Schätzfehler bei der Berechnung ihrer Umlaufbahnen.

Die in diesem Forschungsvorhaben beschriebenen Radarsysteme generieren Messungen für gewöhnlich in ruv -Koordinaten $(r, u, v)^T$, aus denen die kartesischen Koordinaten mittels

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = f(r, u, v) = \begin{pmatrix} ru \\ rv \\ r\sqrt{1-u^2-v^2} \end{pmatrix} \quad (2.274)$$

zurückgewonnen werden können. Wie in Abbildung 2.152 exemplarisch im zweidimensionalen kartesischen Raum gezeigt und auch an Gleichung (2.274) ersichtlich, erwirken Winkelfehler nicht-lineare Verformungen der Fehlerkovarianzen, was in der Literatur auch als Kontaktlinsenproblem bezeichnet wird [161]. Man sieht in der Abbildung, dass abhängig von der Deformierung der Kovarianz der Mittelwert von der wahren Zielposition abweicht. Große Distanzen zum Sensor verstärken hier den Effekt des Winkelfehlers, und führen so zu erheblichen Schätzfehlern der Zielposition. Daher liegt es nahe, Informationen über die Messungenauigkeit in die Schätzung des Zielzustands mit einzubeziehen.

2.20.2 Linearisierung mittels Taylorentwicklung

Viele Zielverfolgungsverfahren bauen auf die Theorie des Kalman-Filters auf, welches für linear-Gauß'sche Modelle die optimale Lösung der Bayes-Rekursion darstellt [86]. In diesem Verfahren wird der Zielzustand durch eine Gaußverteilung $\mathcal{N}(\hat{y}; \hat{x}, P)$ mit Mittelwert \hat{x} und Kovarianz P beschrieben. Da Linearkombinationen von Gaußdichten die Gaußeigenschaft bewahren, ist das ursprüngliche Kalmanfilter [86] mit linearen Übergangs- und Messmodellen definiert. Um auch (milde) Nichtlinearitäten zu verarbeiten, wurden das EKF und das Unscented Kalman Filter (UKF) formuliert, welche eine nicht-lineare Dynamik- oder Messfunktion entweder durch eine Taylor-Annäherung oder geschicktes Sampling approximieren [162, 163]. Aufgrund des oben beschriebenen Kontaktlinsenproblems soll daher für die vorliegenden Arbeiten das EKF verwendet werden, welches die nicht-lineare Messfunktion $h_k(\hat{x}) = f(r, u, v)$ durch eine Taylorentwicklung approximiert. In der ursprünglichen Formulierung ist die prädierte multivariate Gaußverteilung mit Mittelwert $\hat{x}_{k|k-1}$ und Kovarianz $P_{k|k-1}$ durch

$$\hat{x}_{k|k-1} = f_{k|k-1}(\hat{x}_{k-1|k-1}), \quad (2.275a)$$

$$P_{k+1|k} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \quad (2.275b)$$

gegeben, wobei $\hat{x}_{k-1|k-1}$ den Mittelwert und $P_{k-1|k-1}$ die Kovarianz des vorherigen Zielzustands zur Zeit $k-1$ beschreiben. Die Matrix Q_k steht für die Kovarianz additiven weißen Messrauschens und die

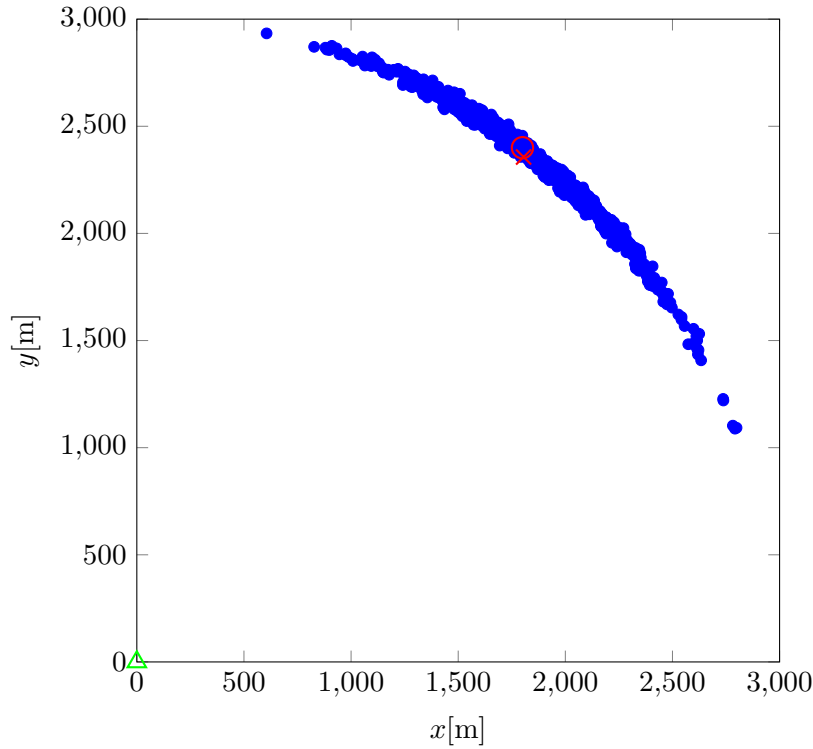


Abbildung 2.152: Zweidimensionale Betrachtung des Kontaktlinienproblems im kartesischen Raum: Der Sensor (\triangle) befindet sich im Ursprung, gesampled wird um die wahre Zielposition [1800m, 2400m] mit Standardabweichung 17 m in Range und 110 msin in u . Die Zielposition ist mit \circ und der Mittelwert der Stichproben mit \times markiert.

Übergangsmatrix F_k ist als Jacobimatrix $F_k = \left. \frac{\partial f_{k|k-1}}{\partial \hat{x}} \right|_{\hat{x}_{k-1|k-1}}$ definiert. Die korrigierte Gaußverteilung mit Mittelwert $\hat{x}_{k|k}$ und Kovarianz $P_{k|k}$ hingegen berechnet sich mittels der Innovation mit Mittelwert \hat{y}_k und Kovarianz S_k sowie des Kalman-Gains K_k als

$$\hat{y}_k = \hat{z}_k - h_k(\hat{x}_{k|k-1}), \quad (2.276a)$$

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k, \quad (2.276b)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1}, \quad (2.276c)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k \hat{y}_k, \quad (2.276d)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}. \quad (2.276e)$$

Ähnlich zum Dynamikmodell ist hier die Messfunktion h_k durch die Jacobimatrix $H_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial x} \right|_{x_{k-1|k-1}}$ angenähert. Ferner wird hier ebenfalls weißes Messrauschen mit Kovarianz R_k hinzuaddiert, und I bezeichnet die Identitätsmatrix.

In [161] wird erklärt, dass im Falle des Kontaktlinienproblems eine wie oben beschriebene Taylor-Annäherung erster Ordnung oft nicht ausreichend ist. Um diesem Effekt entgegenzuwirken, wird deshalb für die hier verwendete Orbit-Initialisierung die Taylor-Approximation dritter Ordnung verwendet, d.h. die initiale Kovarianz um den gemessenen Entwicklungspunkt (r_0, u_0, v_0) ergibt sich als

$$\begin{aligned} P_{0|0} &= T_3[r_0, u_0, v_0] \\ &= f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v}) + \sum_{x \in \{r, u, v\}} \frac{\partial f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v})}{\partial x} \sigma_x + \sum_{(x, y) \in \{r, u, v\}^2} \frac{\partial^2 f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v})}{\partial x \partial y} \frac{\sigma_x \sigma_y}{2} + \sum_{(x, y, z) \in \{r, u, v\}^3} \frac{\partial^3 f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v})}{\partial x \partial y \partial z} \frac{\sigma_x \sigma_y \sigma_z}{6}. \end{aligned} \quad (2.277)$$

Hierbei bezeichnen σ_r , σ_u und σ_v die Standardabweichungen der Messung in r , u und v , und f ist durch (2.274) gegeben. Man erhält die Einträge der Kovarianzmatrix durch die Berechnung der Werte $\text{cov}(x, y) = E[(x_0 - x)(y_0 - y)]$ für alle Paare $(x, y) \in \{r, u, v\}^2$. Die sehr technischen, exakten Formeln und deren Herleitung werden in [161] ausführlich beschrieben.

2.20.3 Ein vergleichendes Experiment auf verschiedenen Orbits

2.20.3.1 Experimentelles Setup

Um den Vorteil der Initialisierung durch eine Taylorentwicklung dritter Ordnung gegenüber der im EKF üblichen Entwicklung erster Ordnung zu demonstrieren, vergleichen wir beide Methoden in der folgenden Simulation. Gegeben sei ein monostatisches Radar am Standort 50.0 N, 7.0 W auf 324 m Höhe. Messungen werden im Empfänger-Koordinatensystem in ruv -Koordinaten aufgezeichnet, die jeweiligen Standardabweichungen betragen $\sigma_r = 17$ m, $\sigma_u = \sigma_v = 110$ m sin. Die Antenne ist zum Zenit gerichtet und misst ein Objekt an der Position $\hat{p} = (r, u, v) = (3000 \text{ km}, 0, 0)$, welches leicht in Earth-Centred Inertial (ECI)-Koordinaten überführt werden kann. Wir simulieren elliptische Orbits durch \hat{p} mit variierender Exzentrizität $e \in \{0.01, 0.02, \dots, 0.09\}$, und der Längengrad des aufsteigenden Knotens Ω sowie das Argument der Periapsis ω werden aus der Menge $\{0, 10, 20, \dots, 350\}$ gewählt. Aus diesen Informationen lässt sich der Geschwindigkeitsvektor bestimmen, wie in Kapitel 2.20.3.2 beschrieben, und somit die zugehörige Bahn aufstellen.

2.20.3.2 Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors \hat{v}

Zu Beginn sei auf das Schaubild 2.153 verwiesen, in dem alle beschriebenen Größen zur Illustration dargestellt sind; die gegebenen Werte \hat{p} , e , Ω und ω sind in blau markiert, die Bahnebene mit ihrer Normalen \hat{n}_o in grün und der gesuchte Geschwindigkeitsvektor \hat{v} in rot. Das Referenzsystem ist das ECI-Koordinatensystem (schwarz), welches auf den Frühlingspunkt Υ ausgerichtet ist. Die Referenzebene verläuft durch die x - y -Ebene des ECI-Systems und die Normale \hat{n}_r entspricht der Erdachse. Der Vektor Ω bezeichnet den aufsteigenden Knoten, an dem der Orbit die Referenzebene von Süden nach Norden durchquert.

Zur Berechnung von \hat{v} wird zunächst Ω auf $2\pi - \Omega$ gesetzt, falls $\Omega > \pi$ (s. [160, (2-84)]). Durch geschickte Rotation und Skalierung des Referenzvektors $\Upsilon = (1, 0, 0)$ kann nun der Exzentrizitätsvektor \hat{e} , d.h. der Vektor vom Erdmittelpunkt zur Periapsis, aufgestellt werden. Dazu berechnet man zunächst den normierten aufsteigenden Knoten $\Omega/|\Omega|$, indem der Vektor Υ bzgl. Ω um die Erdachse \hat{n}_r gedreht wird. Der Positionsvektor \hat{p} und der Vektor $\Omega/|\Omega|$ spannen nun die Bahnebene auf, deren Normale die Drehachse des Arguments der Periapsis ω und der wahren Anomalie ν bildet. Indem man nun $\Omega/|\Omega|$ um ω an der Orbitnormalen \hat{n}_o dreht, erhält man den normierten Exzentrizitätsvektor \hat{e}/e , und durch Multiplikation mit e findet man \hat{e} .

Mithilfe des Exzentrizitätsvektors lässt sich die wahre Anomalie ν ganz leicht als Winkel zwischen \hat{p} und \hat{e} berechnen, wobei ν zu $2\pi - \nu$ geändert werden muss, falls das Objekt sich auf dem Orbit auf die Periapsis zubewegt (d.h. falls $(\Omega \times \hat{e}) \cdot (\hat{e} \times \hat{p}) < 0$). Ferner findet man die Inklination i als Winkel zwischen den beiden Normalen \hat{n}_r und \hat{n}_o .

Um nun den Geschwindigkeitsvektor \hat{v} im ECI-System zu ermitteln, wird zunächst dessen Darstellung \hat{v}_o in Orbitkoordinaten aufgestellt wie in [160, (2-106)] definiert:

$$\hat{v}_o = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{\mu}{p}} \sin \nu \\ \sqrt{\frac{\mu}{p}} (e + \cos \nu) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.278)$$

wobei $p = |\hat{p}|(1 + e \cos \nu)$ und μ den Gravitationsparameter bezeichnet. Die Umrechnung der Bahnkoordinaten \hat{v}_o in die ECI-Koordinaten \hat{v} erfolgt schließlich mit der Verkettung der Rotationen

$$\hat{v} = \text{rot}_3(\Omega) \text{rot}_1(i) \text{rot}_3(\omega) \hat{v}_o. \quad (2.279)$$

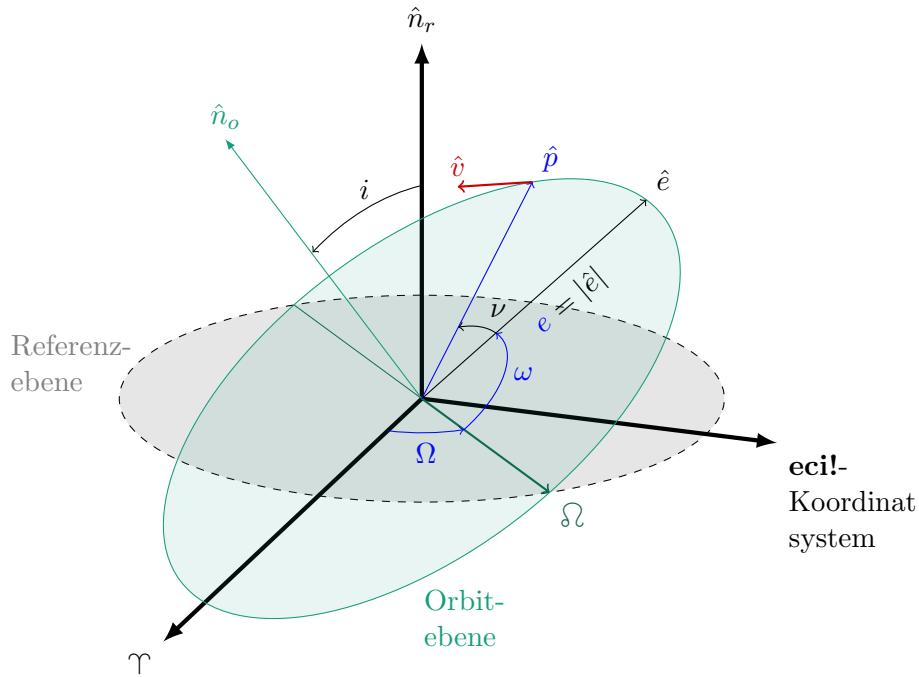


Abbildung 2.153: Schaubild für die Berechnung des Geschwindigkeitsvektors \hat{v} anhand von \hat{p} , Ω , ω und e .

Hier bezeichnen die Funktionen $\text{rot}_i(\alpha)$ die Rotation in ECI gegen den Uhrzeigersinn um den Winkel α mit dem i -ten Einheitsvektor als Drehachse.⁵

2.20.3.3 Simulationsergebnisse

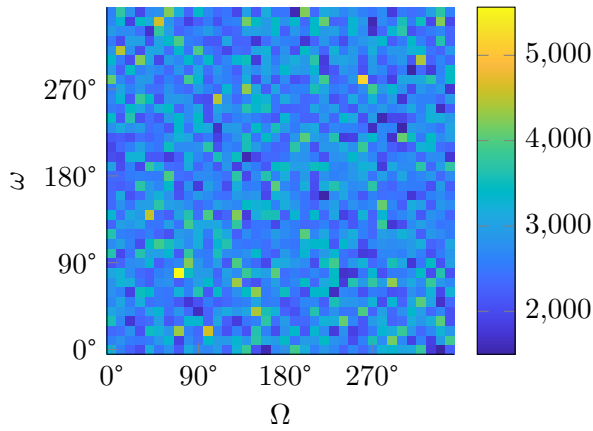
Mithilfe des in Kapitel 2.20.3.2 beschriebenen Verfahrens können nun verschiedene Orbits durch den Punkt \hat{p} gelegt werden, die unterschiedliche Werte e , Ω und ω aufweisen. Wie eingangs erwähnt, iterieren wir e in Schritten von 0.01 zwischen 0.01 und 0.09, und variieren die Winkel Ω und ω in 10° -Schritten zwischen 0° und 350° . Aus den so entstehenden Orbits werden im nächsten Schritt mit dem in Kapitel 2.20.3.1 beschriebenen simulierten Radarsystem je zwei verrauschte Messungen z_0 und z_1 erzeugt, eine zum Zeitpunkt t_0 , zu dem das Objekt den Zustand $\hat{p}_0 = \hat{p}$ hat, und eine zweite zum Zeitpunkt $t_1 = t_0 + \delta_t$, mit $\delta_t = 0.1$ s. Der geschätzte Zustand \hat{x}_1 des Objektes auf seiner Bahn zur Zeit t_1 wird mit dem Lambert'schen Zweipunkt-Verfahren initialisiert (s. [160, Kap. 7.6]), wohingegen die Kovarianz P_1 gemäß [161] durch eine Taylor-Approximation erster bzw. dritter Ordnung am Entwicklungspunkt z_1 bestimmt wird. Als Gütemaß für die errechneten Kovarianzen wird der Normalised Estimated Error Squared (NEES) (zu Deutsch: der normalisierte, quadratische Schätzfehler) verwendet [164]:

$$e_{\text{NEES}}(\hat{x}) = (\hat{x}_1 - \hat{x}_1^{\text{true}})^T P_1^{-1} (\hat{x}_1 - \hat{x}_1^{\text{true}}), \quad (2.280)$$

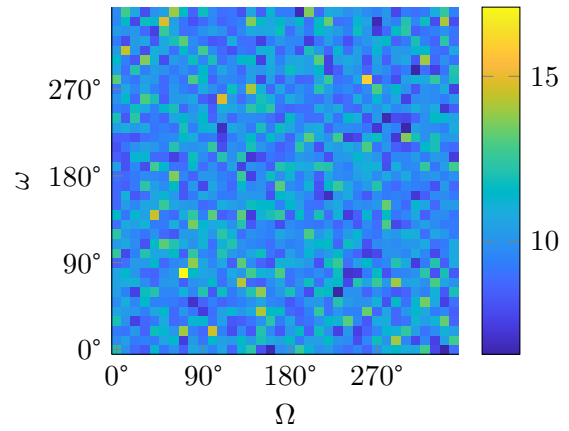
wobei $\hat{x}_1^{\text{true}} = \text{cat}(\hat{p}_1, \hat{v}_1)$ die Verkettung des wahren Positions- und Geschwindigkeitsvektors zur Zeit t_1 bezeichnet. Für jedes betrachtete Tripel (e, Ω, ω) werden die Ergebnisse ferner über 100 Monte Carlo (MC)-Läufe gemittelt. Die Schätzfehler sind in Abbildung 2.154 exemplarisch für $e = 0.09$ dargestellt, die anderen Exzentrizitätswerte führen zu ähnlichen Ergebnissen. Man kann erkennen, dass der Messfehler nicht von den Orbit-Parametern abzuhängen scheint, allerdings führt eine Taylor-Approximation erster Ordnung zu erheblich höheren Fehlern von 1500 – 5500, während die durch eine Taylorannäherung dritter Ordnung erzielten Fehlerraten zwischen 6.5 und 17 liegen. Unter-

⁵ Es sei angemerkt, dass in [160, (3-15)] die Rotationen um die x - und z -Achse entgegen der Konvention mit dem Uhrzeigersinn definiert sind. Deshalb tauchen in den Formeln in [160, S. 119] negative Winkel auf, die unter der üblichen Konvention in Gleichung (2.279) positiv gesetzt werden müssen.

zieht man die Ergebnisse dem χ^2 -Test, so erhält man unter Verwendung von 100 MC-Läufen als 95 %-Konfidenzintervall $[\chi_{600}^2(0.025), \chi_{600}^2(0.975)] = [5.34019, 6.69769]$ für den vollen 6-dimensionalen Zustand. Im vorliegenden Beispiel fallen die durch die Annäherung erster Ordnung erzielten Werte (Abbildung 2.154a) allesamt weit außerhalb des Wertebereichs für einen konsistenten Schätzfehler, während die Annäherung dritter Ordnung nur knapp oberhalb des Konfidenzintervalls liegt.



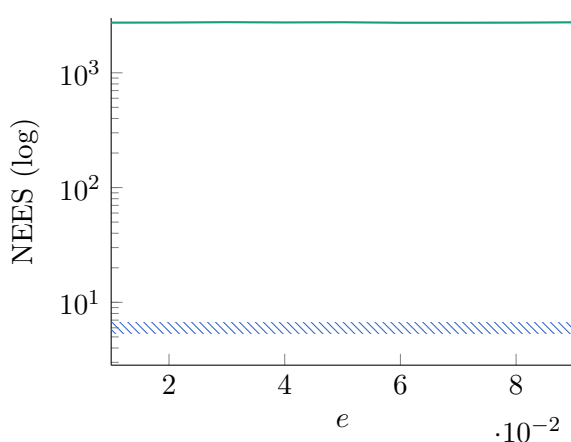
(a) Taylor-Näherung erster Ordnung.



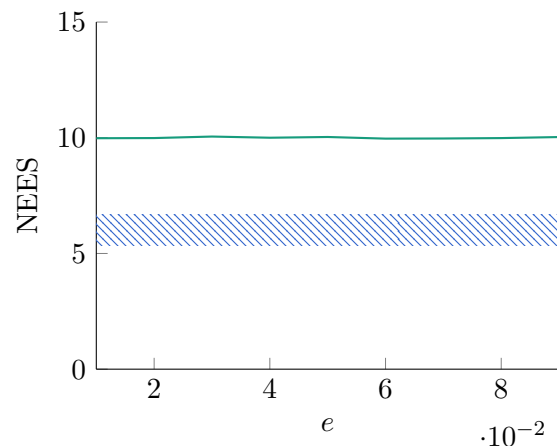
(b) Taylor-Näherung dritter Ordnung.

Abbildung 2.154: NEES-Werte für $e = 0.09$ über alle Werte von Ω und ω , gemittelt über 100 MC-Läufe.

Diese Ergebnisse zeigen sich auch für die anderen hier untersuchten Exzentrizitätswerte, wie in Abbildung 2.155 zu sehen; die Schätzfehler scheinen auch unabhängig von der Exzentrizität zu sein, wobei der mittlere NEES für die Approximation dritter Ordnung nur etwas oberhalb des χ^2 -Konfidenzintervalls bleibt, während die Approximation erster Ordnung bei über 2700 liegt.



(a) Taylor-Näherung erster Ordnung (logarithmische Skala).



(b) Taylor-Näherung dritter Ordnung.

Abbildung 2.155: NEES-Werte für verschiedene Exzentrizitäten (grün), gemittelt über alle Werte von Ω und ω und über 100 MC-Läufe. Das χ^2 -Intervall ist blau schraffiert gekennzeichnet.

Allerdings sind die Schätzfehler nur gemittelt über mehrere MC-Läufe stabil; dieser Effekt lässt sich in Abbildung 2.156 sehen. Hier wurden $e = 0.09$ sowie $\Omega = 0$ konstant gehalten und die Verteilung als Violinen-Plot über alle MC-Läufe für jeden Wert von ω aufgetragen. Man erkennt deutlich, dass der Median (rot) sehr stabil unter der oberen χ^2 -Schranke liegt, wohingegen der Mittelwert (schwarz) von mehreren Ausreißern nach oben verschoben wird. Für ein funktionierendes Radar-Ressourcen-Management ist es wichtig, die Ausreißer näher zu untersuchen um die Stabilität und Konsistenz der initialen Schätzung weiter zu erhöhen.

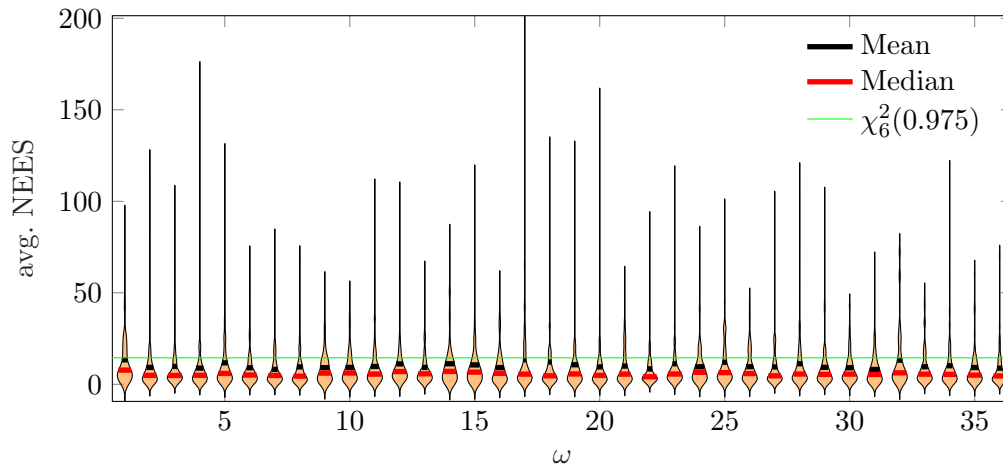


Abbildung 2.156: Violinen-Plot der NEES-Werte der Taylor-Näherung dritter Ordnung mit $e = 0.09$ und $\Omega = 0$ für alle Werte von ω , gemittelt über 100 MC-Läufe.

2.20.4 Verbesserung der Initialisierung

Im vorhergehenden Abschnitt wurde gezeigt, dass die Taylorannäherung dritter Ordnung zwar einen deutlichen Performanzgewinn mit sich bringt, das erzielte Konsistenzma jedoch weiterhin außerhalb des χ^2 -Konfidenzintervalls liegt. Daher soll im Folgenden die Ursache identifiziert und eine Verbesserung geschaffen werden.

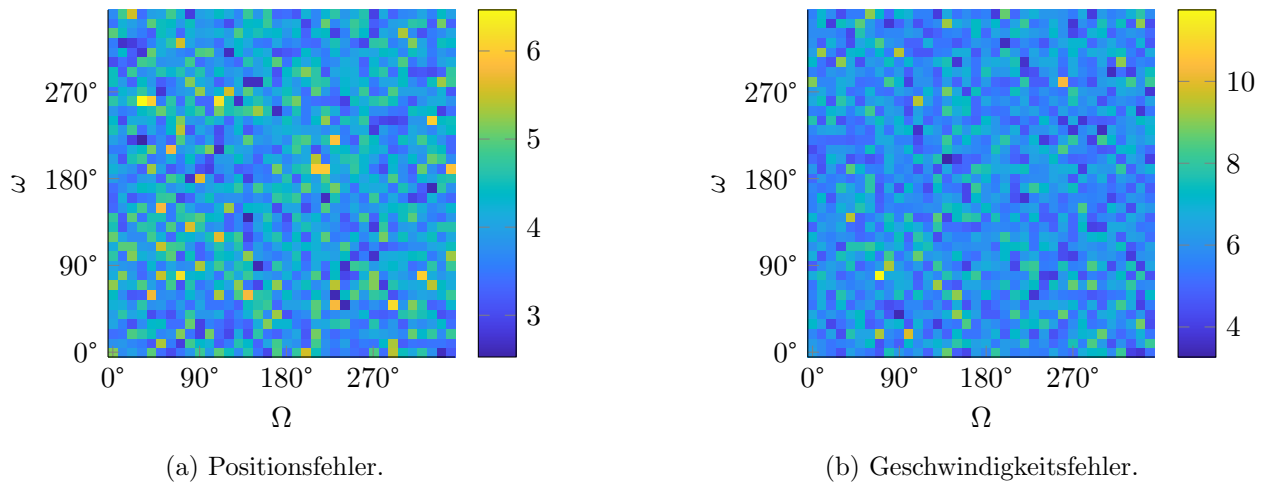


Abbildung 2.157: NEES-Werte der Taylor-Näherung dritter Ordnung für $e = 0.09$ über alle Werte von Ω und ω , gemittelt über 100 MC-Läufe, evaluiert auf der Position (den ersten drei Dimensionen) bzw. der Geschwindigkeit (den letzten drei Dimensionen des Zustandsvektors).

In Abb. 2.157 wird der Einfluss der Positions- bzw. Geschwindigkeitskomponenten des Zielzustands auf den NEES dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass sich der NEES in der Geschwindigkeitskomponente im Vergleich zur Position fast verdoppelt; dies ist mit großer Sicherheit darauf zurückzuführen, dass die Methode in [161] lediglich die Annäherung in der Position bestimmt, während die Geschwindigkeit mittels der Blockmatrix [164, Gl. (5.5.3-5)]

$$C_{\text{total}} = \begin{bmatrix} C_{\text{pos}} & C_{\text{pos}}/\delta_t \\ C_{\text{pos}}/\delta_t & 2C_{\text{pos}}/\delta_t^2 \end{bmatrix} \quad (2.281)$$

angenähert wird, d.h. die Unsicherheit in der Geschwindigkeitsschätzung wird als ein Vielfaches der

Positionsungenauigkeit angenommen. Abb. 2.157 suggeriert, dass durch eine verbesserte Annäherung in der Geschwindigkeit eine noch bessere Initialisierung der Kovarianz erzielt werden kann.

Ausgehend von [161] bietet es sich an, die Taylorannäherung dritter Ordnung auch auf die Geschwindigkeitskomponente anzuwenden. Hierzu definieren wir zunächst die Transformationsfunktion

$$f(r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ru \\ rv \\ rw \\ \dot{r}u + r\dot{u} \\ \dot{r}v + r\dot{v} \\ \dot{r}w - \frac{r}{w}(u\dot{u} + v\dot{v}) \end{pmatrix}, \quad (2.282)$$

wobei $w = \sqrt{1 - u^2 - v^2}$. Die Geschwindigkeitskomponenten ergeben sich hierbei aus den Ableitungen der Positionskomponenten nach der Zeit.

2.20.4.1 Herleitung

Um die Taylorentwicklung dritter Ordnung auch für die Geschwindigkeit in r , u und v herzuleiten, müssen zunächst die partiellen Ableitungen der Geschwindigkeitskomponenten nach r , u , v , \dot{r} , \dot{u} und \dot{v} berechnet werden. Die Ableitungen von x , y und z nach r , u und v wurden bereits in [161] ermittelt und ihre Ableitungen nach \dot{r} , \dot{u} und \dot{v} werden 0. Die ersten partiellen Ableitungen der Komponenten \dot{x} , \dot{y} und \dot{z} ergeben sich als

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} &= \dot{u} & \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} &= \dot{v} & \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} &= -\frac{u\dot{u} + v\dot{v}}{w} \\ \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} &= \dot{r} & & & \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} &= -\frac{\dot{r}u + r\dot{u}}{w} - \frac{ru(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^3} \\ & & \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} &= \dot{r} & \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} &= -\frac{\dot{r}v + r\dot{v}}{w} - \frac{rv(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^3} \\ \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} &= u & \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} &= v & \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r}} &= w \\ \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} &= r & & & \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u}} &= -\frac{ru}{w} \\ & & \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} &= r & \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v}} &= -\frac{rv}{w} \end{aligned} \quad (2.283)$$

Die meisten der partiellen zweiten Ableitungen von \dot{x} und \dot{y} werden zu 0; übrig bleiben die folgenden Ausdrücke:

$$\frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} = \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} = \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} = \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} = 1. \quad (2.284)$$

Ferner ergeben sich die folgenden partiellen zweiten Ableitungen der \dot{z} -Komponente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u} &= -\frac{\dot{u}}{w} - \frac{u(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^3} & \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u} &= \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{u}} = -\frac{u}{w} \\ \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v} &= -\frac{\dot{v}}{w} - \frac{v(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^3} & \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v} &= \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{v}} = -\frac{v}{w} \\ \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u^2} &= -\frac{\dot{r}}{w} - \frac{\dot{r}u^2 + 3ru\dot{u} + rv\dot{v}}{w^3} - \frac{3ru^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} & \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial \dot{u}} &= -\frac{r}{w} - \frac{ru^2}{w^3} \\ \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial v^2} &= -\frac{\dot{r}}{w} - \frac{\dot{r}v^2 + ru\dot{u} + 3rv\dot{v}}{w^3} - \frac{3rv^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} & \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial v \partial \dot{v}} &= -\frac{r}{w} - \frac{rv^2}{w^3} \\ \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v} &= -\frac{\dot{r}uv + r\dot{u}v + ru\dot{v}}{w^3} - \frac{3ruv(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} & \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial \dot{v}} &= \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial v} = -\frac{ruv}{w^3} \end{aligned} \quad (2.285)$$

Während die ersten beiden Komponenten in der dritten Ableitung vollständig verschwinden, ergeben sich schließlich die folgenden partiellen dritten Ableitungen der \dot{z} -Komponente:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} &= -\frac{3u\dot{u} + v\dot{v}}{w^3} - \frac{3u^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} & \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} &= -\frac{u\dot{u} + 3v\dot{v}}{w^3} - \frac{3v^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u^2} &= \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u \partial \dot{u}} = -\frac{1}{w} - \frac{u^2}{w^3} & \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v^2} &= \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v \partial \dot{v}} = -\frac{1}{w} - \frac{v^2}{w^3} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u \partial \dot{v}} &= \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{u} \partial v} = \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u \partial v} = -\frac{uv}{w^3} & \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u \partial v} &= -\frac{i\dot{v} + u\dot{v}}{w^3} - \frac{3uv(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} &= -\frac{3\dot{r}u + 3r\dot{u}}{w^3} - \frac{3\dot{r}u^3 + 18ru^2\dot{u} + 9ruv\dot{v}}{w^5} - \frac{15ru^3(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} &= -\frac{3\dot{r}v + 3r\dot{v}}{w^3} - \frac{3\dot{r}v^3 + 9rv\dot{u} + 18rv^2\dot{v}}{w^5} - \frac{15rv^3(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} &= -\frac{\dot{r}v + r\dot{v}}{w^3} - \frac{3\dot{r}u^2v + 9ru\dot{u}v + 3r(u^2 + v^2)\dot{v}}{w^5} - \frac{15ru^2v(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} &= -\frac{\dot{r}u + r\dot{u}}{w^3} - \frac{3\dot{r}uv^2 + 3r(u^2 + v^2)\dot{u} + 9ruv\dot{v}}{w^5} - \frac{15ruv^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial \dot{v}} &= -\frac{rv}{w^3} - \frac{3ru^2v}{w^5} & \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial v^2} &= -\frac{ru}{w^3} - \frac{3ruv^2}{w^5} \\
\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial \dot{u}} &= -\frac{3ru}{w^3} - \frac{3ru^3}{w^5} & \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^2 \partial \dot{v}} &= -\frac{3rv}{w^3} - \frac{3rv^3}{w^5}.
\end{aligned} \tag{2.286}$$

In Analogie zur Taylorapproximation des dreidimensionalen Problems (s. (2.277)) schreiben wir

$$\begin{aligned}
C_{\text{total}} &= T_3[r_0, u_0, v_0, \dot{r}_0, \dot{u}_0, \dot{v}_0] \\
&= f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{\dot{r}}, \bar{\dot{u}}, \bar{\dot{v}}) + \sum_{a \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}} \frac{\partial f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{\dot{r}}, \bar{\dot{u}}, \bar{\dot{v}})}{\partial a} \sigma_a \\
&+ \sum_{(a,b) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2} \frac{\partial^2 f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{\dot{r}}, \bar{\dot{u}}, \bar{\dot{v}})}{\partial a \partial b} \frac{\sigma_a \sigma_b}{2} + \sum_{(a,b,c) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3} \frac{\partial^3 f(\bar{r}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{\dot{r}}, \bar{\dot{u}}, \bar{\dot{v}})}{\partial a \partial b \partial c} \frac{\sigma_a \sigma_b \sigma_c}{6}.
\end{aligned} \tag{2.287}$$

Wie in [161] beschrieben, hat die z -Komponente einen Bias, d.h. der Erwartungswert von z entspricht nicht seinem Funktionswert $f(z) = rw$; dies gilt genauso für die Geschwindigkeitskomponente \dot{z} . Daher bestimmen wir den Bias durch Betrachtung des Erwartungswerts $\mathbb{E}(\dot{z})$:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}(\dot{z}) &= \mathbb{E} \left(\dot{r}w + \frac{r}{w}(u\dot{u} + v\dot{v}) + \sum_{a \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{(a,b) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{6} \sum_{(a,b,c) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right) \\
&= \dot{r}w + \frac{r}{w}(u\dot{u} + v\dot{v}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u^2} \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial v^2} \sigma_v^2 \\
&= \dot{r}w + \frac{r}{w}(u\dot{u} + v\dot{v}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}}{w} + \frac{\dot{r}u^2 + 3ru\dot{u} + rv\dot{v}}{w^3} + \frac{3ru^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \sigma_u^2 \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}}{w} + \frac{\dot{r}v^2 + ru\dot{u} + 3rv\dot{v}}{w^3} + \frac{3rv^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \sigma_v^2,
\end{aligned} \tag{2.288}$$

so dass der Bias-Korrekturterm $c_{\dot{z}}$ wie folgt definiert wird:

$$\begin{aligned}
c_{\dot{z}} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u^2} \omega_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial v^2} \omega_v^2 \\
&= -\frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}}{w} + \frac{\dot{r}u^2 + 3ru\dot{u} + rv\dot{v}}{w^3} + \frac{3rv^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \omega_u^2 \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}}{w} + \frac{\dot{r}v^2 + ru\dot{u} + 3rv\dot{v}}{w^3} + \frac{3rv^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \omega_v^2.
\end{aligned} \tag{2.289}$$

Dieser fließt analog zu [161] in die Berechnung der Kovarianzterme mit ein, welche \dot{z} beinhalten. Zunächst betrachten wir die reinen Kovarianzen in der Geschwindigkeit, danach leiten wir die Kreuzterme zwischen Position und Geschwindigkeit her. Hierbei bezeichne ω_a das weiße Messrauschen in der jeweiligen Variable $a \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}$, d.h. $\mathbb{E}(\omega_a) = 0$ und $\mathbb{E}(\omega_a^2) = \sigma_a^2$. Ferner gilt $\mathbb{E}(\omega_a^4) = 3\sigma_a^4$ und $\mathbb{E}(\omega_a^6) = 15\sigma_a^6$ [161].

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\dot{x}, \dot{x}) &= \text{var}(\dot{x}) \\
&= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \omega_r \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \omega_{\dot{r}} \omega_u \right)^2 \right] \\
&= \left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \right)^2 \sigma_u^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \right)^2 \sigma_{\dot{r}}^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \right)^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \right)^2 \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 \\
&= \dot{u}^2 \sigma_r^2 + \dot{r}^2 \sigma_u^2 + u^2 \sigma_{\dot{r}}^2 + r^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \sigma_r^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2.
\end{aligned} \tag{2.290}$$

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\dot{y}, \dot{y}) &= \text{var}(\dot{y}) \\
&= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \omega_r \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \omega_{\dot{r}} \omega_v \right)^2 \right] \\
&= \left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \right)^2 \sigma_v^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \right)^2 \sigma_{\dot{r}}^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \right)^2 \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2 \\
&= \dot{v}^2 \sigma_r^2 + \dot{r}^2 \sigma_v^2 + v^2 \sigma_{\dot{r}}^2 + r^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \sigma_r^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2.
\end{aligned} \tag{2.291}$$

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\dot{x}, \dot{y}) &= \text{cov}(\dot{y}, \dot{x}) \\
&= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \omega_r \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \omega_{\dot{r}} \omega_u \right) \right. \\
&\quad \left. \left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \omega_r \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \omega_{\dot{r}} \omega_v \right) \right] \\
&= \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \sigma_{\dot{r}}^2 \\
&= \dot{u} \dot{v} \sigma_r^2 + uv \sigma_{\dot{r}}^2.
\end{aligned} \tag{2.292}$$

$$\text{cov}(\dot{x}, \dot{z}) = \text{cov}(\dot{z}, \dot{x}) \quad (2.293)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \omega_r \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \omega_{\dot{r}} \omega_u \right) \right. \\ \left. \left(-c_z + \sum_{a \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{(a,b) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{(a,b,c) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right) \right] \quad (2.294)$$

$$= \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} \sigma_u^2 + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r}} \sigma_{\dot{r}}^2 + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u}} \sigma_{\dot{u}}^2 \\ + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{u}} \sigma_r^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u} \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} \sigma_r^2 \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} \sigma_u^2 \sigma_v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} \sigma_u^4 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u^2} \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v^2} \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2 \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u}^2 \partial \dot{u}} \sigma_{\dot{u}}^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial v^2} \sigma_{\dot{u}}^2 \sigma_v^2 \quad (2.295)$$

$$= -\frac{u\dot{u}^2 + v\dot{v}}{w} \sigma_r^2 - \left(\frac{\dot{r}^2 u + r\dot{r}\dot{u}}{w} + \frac{r\dot{r}u(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^3} \right) \sigma_u^2 + u w \sigma_{\dot{r}}^2 - \frac{r^2 u}{w} \sigma_{\dot{u}}^2 - \frac{u}{w} (\sigma_r^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2) \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{3u\dot{u}^2 + v\dot{v}}{w^3} + \frac{3u^2\dot{u}(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \sigma_r^2 \sigma_u^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u\dot{u}^2 + 3v\dot{v}}{w^3} + \frac{3\dot{v}v^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}^2 u + r\dot{r}\dot{u}}{w^3} + \frac{3\dot{r}^2 u w^2 + 3r\dot{r}(u^2 + v^2)\dot{u} + 9r\dot{r}u v \dot{v}}{w^5} + \frac{15r\dot{r}u v^2(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \right) \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{3\dot{r}^2 u + 3r\dot{r}\dot{u}}{w^3} + \frac{3\dot{r}^2 u^3 + 18r\dot{r}u^2\dot{u} + 9r\dot{r}u v \dot{v}}{w^5} + \frac{15r\dot{r}u^3(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \right) \sigma_u^4 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{u}{w} + \frac{u^3}{w^3} \right) \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u}{w} + \frac{u v^2}{w^3} \right) \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{3r^2 u}{w^3} + \frac{3r^2 u^3}{w^5} \right) \sigma_u^2 \sigma_{\dot{u}}^2 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{r^2 u}{w^3} + \frac{3r^2 u v^2}{w^5} \right) \sigma_{\dot{u}}^2 \sigma_v^2. \quad (2.296)$$

$$\text{cov}(\dot{y}, \dot{z}) = \text{cov}(\dot{z}, \dot{y}) \quad (2.297)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \omega_r \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \omega_{\dot{r}} \omega_v \right) \right. \\ \left. \left(-c_z + \sum_{a \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{(a,b) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{(a,b,c) \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right) \right] \quad (2.298)$$

$$= \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} \sigma_v^2 + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r}} \sigma_{\dot{r}}^2 + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v}} \sigma_{\dot{v}}^2 \\ + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{v}} \sigma_r^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v} \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} \sigma_r^2 \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} \sigma_u^2 \sigma_v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} \sigma_v^4 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u^2} \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v^2} \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2 \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial \dot{v}} \sigma_u^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v} \partial v^2} \sigma_{\dot{v}}^2 \sigma_v^2 \quad (2.299)$$

$$= -\frac{u\dot{u}\dot{v} + v\dot{v}^2}{w} \sigma_r^2 - \left(\frac{\dot{r}^2 v + r\dot{r}\dot{v}}{w} + \frac{r\dot{r}v(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^3} \right) \sigma_v^2 + v w \sigma_{\dot{r}}^2 - \frac{r^2 v}{w} \sigma_v^2 - \frac{v}{w} (\sigma_r^2 \sigma_v^2 + \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2) \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{3u\dot{u}\dot{v} + v\dot{v}^2}{w^3} + \frac{3u^2\dot{v}(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \sigma_r^2 \sigma_u^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{u\dot{u}\dot{v} + 3v\dot{v}^2}{w^3} + \frac{3v^2\dot{v}(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right) \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}^2 v + r\dot{r}\dot{v}}{w^3} + \frac{3\dot{r}^2 u^2 v + 9r\dot{r}u\dot{u}v + 3r\dot{r}(u^2 + v^2)\dot{v}}{w^5} + \frac{15r\dot{r}u^2 v(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \right) \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{3\dot{r}^2 v + 3r\dot{r}\dot{v}}{w^3} + \frac{3\dot{r}^2 v^3 + 9r\dot{r}u\dot{u}v + 18r\dot{r}v^2\dot{v}}{w^5} + \frac{15r\dot{r}v^3(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \right) \sigma_v^4 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{v}{w} + \frac{u^2 v}{w^3} \right) \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{v}{w} + \frac{v^3}{w^3} \right) \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{r^2 v}{w^3} + \frac{3r^2 u^2 v}{w^5} \right) \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{3r^2 v}{w^3} + \frac{3r^2 v^3}{w^5} \right) \sigma_v^2 \sigma_v^2. \quad (2.300)$$

$$\text{cov}(\dot{z}, \dot{z}) = \text{var}(\dot{z}) \quad (2.301)$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbb{E} \left[\left(-c_{\dot{z}} + \sum_{\substack{a \\ \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{\substack{(a,b) \\ \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}^2}} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{\substack{(a,b,c) \\ \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}^3}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right)^2 \right] \quad (2.302) \\
&= \left(\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} \right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} \right)^2 \sigma_u^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} \right)^2 \sigma_v^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r}} \right)^2 \sigma_{\dot{r}}^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u}} \right)^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \left(\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_{\dot{v}}^2 \\
&\quad + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u} \right)^2 \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2 + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v} \right)^2 \right] \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\
&\quad + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} + \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v} \right)^2 \right] \sigma_u^2 \sigma_v^2 + \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} \sigma_u^4 + \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} \sigma_v^4 \\
&\quad + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u^2} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u} \right)^2 \right] \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v^2} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v} \right)^2 \right] \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^2 \\
&\quad + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u}^2 \partial \dot{u}} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial \dot{u}} \right)^2 \right] \sigma_{\dot{u}}^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v}^2 \partial \dot{v}} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v} \partial \dot{v}} \right)^2 \right] \sigma_{\dot{v}}^2 \sigma_{\dot{v}}^2 \\
&\quad + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial v^2} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial v} \right)^2 \right] \sigma_{\dot{u}}^2 \sigma_v^2 + \left[\frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v}^2 \partial \dot{v}} + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v} \partial \dot{v}} \right)^2 \right] \sigma_{\dot{v}}^2 \sigma_{\dot{v}}^2 \\
&\quad + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{u}} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \left(\frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \left[\left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u \partial v} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\
&\quad + \left[\left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u \partial v} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v^2} \right] \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\
&\quad + \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial \dot{u} \partial v} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_{\dot{u}}^2 \sigma_v^2 + \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u \partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_u^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u \partial \dot{u}} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_u^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v \partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_v^2 \sigma_{\dot{v}}^2 \\
&\quad + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_u^4 + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} \right)^2 \sigma_r^2 \sigma_v^4 + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial u^2} \right)^2 \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_u^4 + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{r} \partial v^2} \right)^2 \sigma_{\dot{r}}^2 \sigma_v^4 \\
&\quad + \left[\frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} \right] \sigma_u^4 \sigma_v^2 + \left[\frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} \right] \sigma_u^4 \sigma_v^2 \\
&\quad + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial u^2} \right)^2 \sigma_{\dot{u}}^4 \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial u^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{u} \partial v^2} \sigma_{\dot{u}}^2 \sigma_v^2 \sigma_{\dot{u}}^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial \dot{v} \partial v^2} \right)^2 \sigma_{\dot{v}}^4 \sigma_v^2 \\
&\quad + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_u^4 \sigma_{\dot{v}}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial \dot{v}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^2 \partial \dot{v}} \sigma_u^2 \sigma_v^2 \sigma_{\dot{v}}^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^2 \partial \dot{v}} \right)^2 \sigma_v^4 \sigma_{\dot{v}}^2 \\
&\quad + \frac{15}{36} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} \right)^2 \sigma_u^6 + \frac{15}{36} \left(\frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} \right)^2 \sigma_v^6. \quad (2.303)
\end{aligned}$$

Mittels der Terme aus (2.283), (2.284)/(2.285) und (2.286) lässt sich aus (2.303) der explizite Ausdruck für $\text{cov}(\dot{z}, \dot{z})$ bestimmen, wobei die ausgeschriebene Formulierung an dieser Stelle keinen Mehrwert bringt und deshalb nicht explizit berechnet wird.

Auf ähnliche Art werden nun die Kreuz-Kovarianzen zwischen Position und Geschwindigkeit aufge-

stellt (siehe [161, Gl. (D.2)] für die Ableitungen der Positionskomponenten x , y und z):

$$\text{cov}(x, \dot{x}) = \text{cov}(\dot{x}, x) \quad (2.304)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_x}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_x}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial^2 f_x}{\partial r \partial u} \omega_r \omega_u \right) \right. \\ \left. \left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \omega_r \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \omega_{\dot{r}} \omega_u \right) \right] \quad (2.305)$$

$$= \frac{\partial f_x}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_x}{\partial u} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \sigma_u^2 \\ = u \dot{u} \sigma_r^2 + r \dot{r} \sigma_u^2. \quad (2.306)$$

$$\text{cov}(y, \dot{y}) = \text{cov}(\dot{y}, y) \quad (2.307)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_y}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_y}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial^2 f_y}{\partial r \partial v} \omega_r \omega_v \right) \right. \\ \left. \left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \omega_r \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \omega_{\dot{r}} \omega_v \right) \right] \quad (2.308)$$

$$= \frac{\partial f_y}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_y}{\partial v} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \sigma_v^2 \\ = v \dot{v} \sigma_r^2 + r \dot{r} \sigma_v^2. \quad (2.309)$$

$$\text{cov}(x, \dot{y}) = \text{cov}(\dot{y}, x) \quad (2.310)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_x}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_x}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial^2 f_x}{\partial r \partial u} \omega_r \omega_u \right) \right. \\ \left. \left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \omega_r \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \omega_{\dot{r}} \omega_v \right) \right] \quad (2.311)$$

$$= \frac{\partial f_x}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \sigma_r^2 \\ = u \dot{v} \sigma_r^2. \quad (2.312)$$

$$\text{cov}(y, \dot{x}) = \text{cov}(\dot{x}, y) \quad (2.313)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_y}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_y}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial^2 f_y}{\partial r \partial v} \omega_r \omega_v \right) \right. \\ \left. \left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \omega_r \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \omega_{\dot{r}} \omega_u \right) \right] \quad (2.314)$$

$$= \frac{\partial f_y}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \sigma_r^2 \\ = v \dot{u} \sigma_r^2. \quad (2.315)$$

$$\text{cov}(x, \dot{z}) = \text{cov}(\dot{z}, x) \quad (2.316)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_x}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_x}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial^2 f_x}{\partial r \partial u} \omega_r \omega_u \right) \left(-c_z + \sum_{\substack{a \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{\substack{(a, b) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2}} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{\substack{(a, b, c) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3}} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right) \right] \quad (2.317)$$

$$= \frac{\partial f_x}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_x}{\partial u} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} \sigma_u^2 + \left[\frac{1}{2} \frac{\partial f_x}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} + \frac{\partial^2 f_x}{\partial r \partial u} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial f_x}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} \sigma_r^2 \sigma_v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_x}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} \sigma_u^4 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_x}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} \sigma_u^2 \sigma_v^2$$

$$= -\frac{u^2 \dot{u} + uv \dot{v}}{w} \sigma_r^2 - \left[\frac{r \dot{r} u + r^2 \dot{u}}{w} + \frac{r^2 u (u \dot{u} + v \dot{v})}{w^3} \right] \sigma_u^2$$

$$- \frac{1}{2} \left[2 \frac{\dot{u}}{w} + \frac{7u^2 \dot{u} + uv \dot{v}}{w^3} + \frac{3u^3 (u \dot{u} + v \dot{v})}{w^5} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2$$

$$- \frac{1}{2} \left[\frac{u^2 \dot{u} + 3uv \dot{v}}{w^3} + \frac{3uv^2 (u \dot{u} + v \dot{v})}{w^5} \right] \sigma_r^2 \sigma_v^2$$

$$- \frac{1}{2} \left[\frac{3r \dot{r} u + 3r^2 \dot{u}}{w^3} + \frac{3r \dot{r} u^3 + 18r^2 u^2 \dot{u} + 9r^2 uv \dot{v}}{w^5} + \frac{15r^2 u^3 (u \dot{u} + v \dot{v})}{w^7} \right] \sigma_u^4$$

$$- \frac{1}{2} \left[\frac{r \dot{r} u + r^2 \dot{u}}{w^3} + \frac{3r \dot{r} uv^2 + 3r^2 (u^2 + v^2) \dot{u} + 9r^2 uv \dot{v}}{w^5} + \frac{15r^2 uv^2 (u \dot{u} + v \dot{v})}{w^7} \right] \sigma_u^2 \sigma_v^2. \quad (2.318)$$

$$\text{cov}(\dot{x}, z) = \text{cov}(z, \dot{x}) \quad (2.319)$$

$$= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \omega_u + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial \dot{u}} \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial r \partial \dot{u}} \omega_r \omega_{\dot{u}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{x}}}{\partial \dot{r} \partial u} \omega_{\dot{r}} \omega_u \right) \left(\sum_{\substack{a \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}}} \frac{\partial f_z}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{\substack{(a, b) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2}} \frac{\partial^2 f_z}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{\substack{(a, b, c) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3}} \frac{\partial^3 f_z}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right) \right] \quad (2.320)$$

$$= \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \frac{\partial f_z}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \frac{\partial f_z}{\partial u} \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial u^2} \sigma_r^2 \sigma_u^2$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial v^2} \sigma_r^2 \sigma_v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^3} \sigma_u^4 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{x}}}{\partial u} \frac{\partial^3 f_z}{\partial u \partial v^2} \sigma_u^2 \sigma_v^2$$

$$= \dot{u} w \sigma_r^2 - \frac{r \dot{r} u}{w} \sigma_u^2 - \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{u}}{w} + \frac{u^2 \dot{u}}{w^3} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2 - \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{u}}{w} + \frac{\dot{u} v^2}{w^3} \right] \sigma_r^2 \sigma_v^2$$

$$- \frac{3}{2} \left[\frac{r \dot{r} u}{w^3} + \frac{r \dot{r} u^3}{w^5} \right] \sigma_u^4 - \frac{1}{2} \left[\frac{r \dot{r} u}{w^3} + 3 \frac{r \dot{r} uv^2}{w^5} \right] \sigma_u^2 \sigma_v^2. \quad (2.321)$$

$$\text{cov}(y, \dot{z}) = \text{cov}(\dot{z}, y) \quad (2.322)$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_y}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_y}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial^2 f_y}{\partial r \partial v} \omega_r \omega_v \right) \right. \\
&\quad \left. \left(-c_z + \sum_{\substack{a \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}}} \frac{\partial f_z}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{\substack{(a,b) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2}} \frac{\partial^2 f_z}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{\substack{(a,b,c) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3}} \frac{\partial^3 f_z}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right) \right] \quad (2.323) \\
&= \frac{\partial f_y}{\partial r} \frac{\partial f_z}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_y}{\partial v} \frac{\partial f_z}{\partial v} \sigma_v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_y}{\partial r} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial u^2} \sigma_r^2 \sigma_u^2 + \left[\frac{1}{2} \frac{\partial f_y}{\partial r} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial v^2} + \frac{\partial^2 f_y}{\partial r \partial v} \frac{\partial^2 f_z}{\partial r \partial v} \right] \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial f_y}{\partial v} \frac{\partial^3 f_z}{\partial v^3} \sigma_v^4 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_y}{\partial v} \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^2 \partial v} \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\
&= -\frac{u\dot{u}v + v^2\dot{v}}{w} \sigma_r^2 - \left[\frac{r\dot{r}v + r^2\dot{v}}{w} + \frac{r^2v(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^3} \right] \sigma_v^2 \\
&\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{3u\dot{u}v + v^2\dot{v}}{w^3} + \frac{3u^2v(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2 \\
&\quad - \frac{1}{2} \left[2\frac{\dot{v}}{w} + \frac{u\dot{u}v + 7v^2\dot{v}}{w^3} + \frac{3v^3(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^5} \right] \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\
&\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{3r\dot{r}v + 3r^2\dot{v}}{w^3} + \frac{3r\dot{r}v^3 + 9r^2u\dot{u}v + 18r^2v^2\dot{v}}{w^5} + \frac{15r^2v^3(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \right] \sigma_v^4 \\
&\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{r\dot{r}v + r^2\dot{v}}{w^3} + \frac{3r\dot{r}u^2v + 3r^2(u^2 + v^2)\dot{v} + 9r^2u\dot{u}v}{w^5} + \frac{15r^2u^2v(u\dot{u} + v\dot{v})}{w^7} \right] \sigma_u^2 \sigma_v^2. \quad (2.324)
\end{aligned}$$

$$\text{cov}(\dot{y}, z) = \text{cov}(z, \dot{y}) \quad (2.325)$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \omega_r + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \omega_v + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r}} \omega_{\dot{r}} + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial \dot{v}} \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial r \partial \dot{v}} \omega_r \omega_{\dot{v}} + \frac{\partial^2 f_{\dot{y}}}{\partial \dot{r} \partial v} \omega_{\dot{r}} \omega_v \right) \right. \\
&\quad \left. \left(\sum_{\substack{a \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}}} \frac{\partial f_z}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{\substack{(a,b) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^2}} \frac{\partial^2 f_z}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{\substack{(a,b,c) \\ \in \{r, u, v, \dot{r}, \dot{u}, \dot{v}\}^3}} \frac{\partial^3 f_z}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \right) \right] \quad (2.326) \\
&= \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \frac{\partial f_z}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \frac{\partial f_z}{\partial v} \sigma_v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial u^2} \sigma_r^2 \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial r} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial v^2} \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \frac{\partial^3 f_z}{\partial v^3} \sigma_v^4 + \frac{1}{2} \frac{\partial f_{\dot{y}}}{\partial v} \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^2 \partial v} \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\
&= \dot{v}w \sigma_r^2 - \frac{r\dot{r}v}{w} \sigma_v^2 - \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{v}}{w} + \frac{u^2\dot{v}}{w^3} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2 - \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{v}}{w} + \frac{v^2\dot{v}}{w^3} \right] \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\
&\quad - \frac{3}{2} \left[\frac{r\dot{r}v}{w^3} + \frac{r\dot{r}v^3}{w^5} \right] \sigma_v^4 - \frac{1}{2} \left[\frac{r\dot{r}v}{w^3} + 3\frac{r\dot{r}u^2v}{w^5} \right] \sigma_u^2 \sigma_v^2. \quad (2.327)
\end{aligned}$$

$$\text{cov}(z, \dot{z}) = \text{cov}(\dot{z}, z) \quad (2.328)$$

$$= \mathbb{E} \left[\begin{pmatrix} -c_z + \sum_{a \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}} \frac{\partial f_z}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{(a,b) \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}^2} \frac{\partial^2 f_z}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{(a,b,c) \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}^3} \frac{\partial^3 f_z}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \end{pmatrix} \right. \\ \left. \begin{pmatrix} -c_{\dot{z}} + \sum_{a \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial a} \omega_a + \frac{1}{2} \sum_{(a,b) \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}^2} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b} \omega_a \omega_b + \frac{1}{6} \sum_{(a,b,c) \in \{r,u,v,\dot{r},\dot{u},\dot{v}\}^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial a \partial b \partial c} \omega_a \omega_b \omega_c \end{pmatrix} \right] \quad (2.329)$$

$$= \frac{\partial f_z}{\partial r} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} \sigma_r^2 + \frac{\partial f_z}{\partial u} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} \sigma_u^2 + \frac{\partial f_z}{\partial v} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} \sigma_v^2 \\ + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial f_z}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial u^2} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} + 2 \frac{\partial^2 f_z}{\partial r \partial u} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2 \\ + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial f_z}{\partial r} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial v^2} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial r} + 2 \frac{\partial^2 f_z}{\partial r \partial v} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v} \right] \sigma_r^2 \sigma_v^2 \\ + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial f_z}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial u \partial v^2} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} + \frac{\partial f_z}{\partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^2 \partial v} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} + 2 \frac{\partial^2 f_z}{\partial u \partial v} \frac{\partial^2 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v} \right] \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\ + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial f_z}{\partial u} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^3} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial u} \right] \sigma_u^4 + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial f_z}{\partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial v^3} \frac{\partial f_{\dot{z}}}{\partial v} \right] \sigma_v^4 \\ + \frac{1}{4} \left[4 \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial u \partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u \partial v} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial u^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial v^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} \right] \sigma_r^2 \sigma_u^2 \sigma_v^2 \\ + \frac{3}{4} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial u^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial u^2} \sigma_r^2 \sigma_u^4 + \frac{3}{4} \frac{\partial^3 f_z}{\partial r \partial v^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial r \partial v^2} \sigma_r^2 \sigma_v^4 \\ + \frac{1}{4} \left[3 \frac{\partial^3 f_z}{\partial u \partial v^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial v^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^2 \partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} \right] \sigma_u^2 \sigma_v^4 \\ + \frac{1}{4} \left[3 \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^2 \partial v} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^2 \partial v} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u \partial v^2} + \frac{\partial^3 f_z}{\partial u \partial v^2} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} \right] \sigma_u^4 \sigma_v^2 \\ + \frac{15}{36} \frac{\partial^3 f_z}{\partial u^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial u^3} \sigma_u^6 + \frac{15}{36} \frac{\partial^3 f_z}{\partial v^3} \frac{\partial^3 f_{\dot{z}}}{\partial v^3} \sigma_v^6. \quad (2.330)$$

Aus den Termen (2.290)-(2.303) bzw. (2.304)-(2.330) sowie der in [161] hergeleiteten Positionskovarianz kann nun die vollständige Kovarianzmatrix

$$C_{\text{total}} = \begin{bmatrix} \text{cov}(x, x) & \text{cov}(x, y) & \text{cov}(x, z) & \text{cov}(x, \dot{x}) & \text{cov}(x, \dot{y}) & \text{cov}(x, \dot{z}) \\ \text{cov}(y, x) & \text{cov}(y, y) & \text{cov}(y, z) & \text{cov}(y, \dot{x}) & \text{cov}(y, \dot{y}) & \text{cov}(y, \dot{z}) \\ \text{cov}(z, x) & \text{cov}(z, y) & \text{cov}(z, z) & \text{cov}(z, \dot{x}) & \text{cov}(z, \dot{y}) & \text{cov}(z, \dot{z}) \\ \text{cov}(\dot{x}, x) & \text{cov}(\dot{x}, y) & \text{cov}(\dot{x}, z) & \text{cov}(\dot{x}, \dot{x}) & \text{cov}(\dot{x}, \dot{y}) & \text{cov}(\dot{x}, \dot{z}) \\ \text{cov}(\dot{y}, x) & \text{cov}(\dot{y}, y) & \text{cov}(\dot{y}, z) & \text{cov}(\dot{y}, \dot{x}) & \text{cov}(\dot{y}, \dot{y}) & \text{cov}(\dot{y}, \dot{z}) \\ \text{cov}(\dot{z}, x) & \text{cov}(\dot{z}, y) & \text{cov}(\dot{z}, z) & \text{cov}(\dot{z}, \dot{x}) & \text{cov}(\dot{z}, \dot{y}) & \text{cov}(\dot{z}, \dot{z}) \end{bmatrix} \quad (2.331)$$

berechnet werden. Hierbei ist zu beachten, dass beispielsweise zwar $\text{cov}(x, \dot{y}) \neq \text{cov}(y, \dot{x})$, jedoch die Matrix (2.331) durch die Eigenschaft $\text{cov}(x, \dot{y}) = \text{cov}(\dot{y}, x)$ trotzdem symmetrisch ist.

2.20.4.2 Experimentelle Auswertung

Im folgenden wird die Performanz der in (2.331) bestimmten Kovarianz mittels der hiermit erreichten Konsistenz ausgewertet. Das verwendete simulierte Szenario ist das gleiche wie in Abschnitt 2.20.3, wobei der geschätzte Zielzustand auf zwei unterschiedliche Weisen aus zwei aufeinanderfolgenden ruv -Messungen z_1 und z_2 bestimmt wird:

- *Naive Methode*: Die Position wird auf die ruv -Koordinaten der zweiten Messung z_2 gesetzt und die Geschwindigkeit ergibt sich als $v = \frac{z_2 - z_1}{\Delta_T}$, wobei Δ_T die Zeitdifferenz zwischen den beiden Messungen bezeichnet.
- *Lambert-Methode*: Die Position entspricht der ersten Messung z_1 , während die Geschwindigkeit mittels der Lambert-Methode [160] ermittelt wird.

Betrachtet man zuerst den absoluten Fehler der oben beschriebenen Ansätze im Vergleich zu der wahren Zielposition, so lässt sich feststellen, dass der euklidische Fehler in der Position (siehe Abbildung 2.158a) unabhängig vom Winkelabstand der beiden Messungen bis auf weißes Rauschen konstant ist, während der Fehler der Geschwindigkeitsschätzung (siehe Abbildung 2.158b) für kleine Winkelabstände besonders hoch ist. Dies ist konsistent mit der Erwartung, da das Messrauschen einen umso größeren Einfluss auf die Schätzung der Geschwindigkeit hat, je kürzer der Abstand zwischen den Messungen ist.

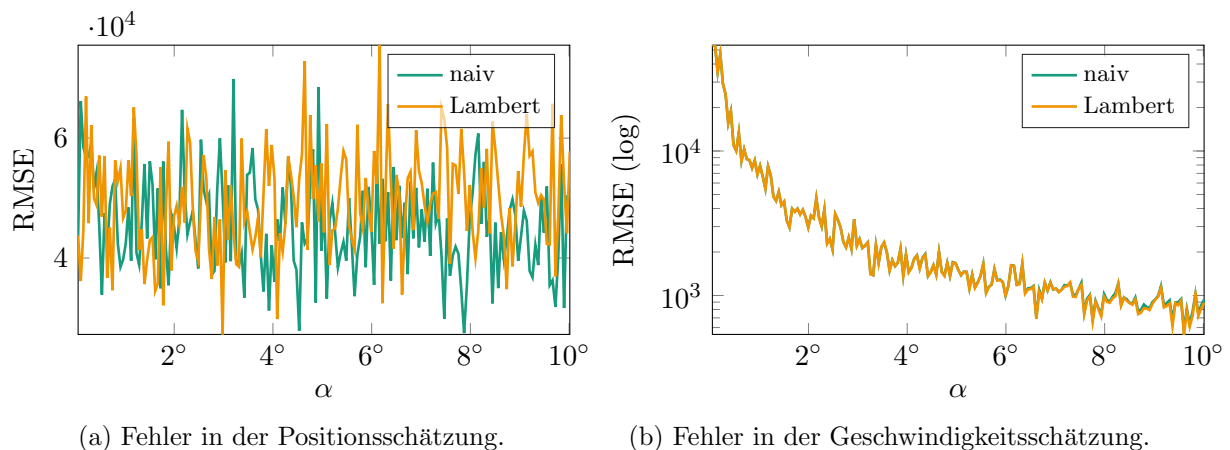


Abbildung 2.158: Euklidische Distanz zwischen der wahren Position bzw. Geschwindigkeit und deren Schätzungen.

Ähnlich verhält es sich mit der Konsistenz der Positionsschätzung, die in Abbildung 2.159 gezeigt ist⁶. Hier liegen die Werte im Mittel wieder knapp oberhalb des Konfidenzintervalls (welches für dreidimensionale Daten und 100 MC-Läufe $[\chi_{300}^2(0.025), \chi_{300}^2(0.975)] = [2.53912, 3.49874]$ beträgt), jedoch ist die Schätzkonsistenz unabhängig vom Winkelabstand zwischen den Messungen.

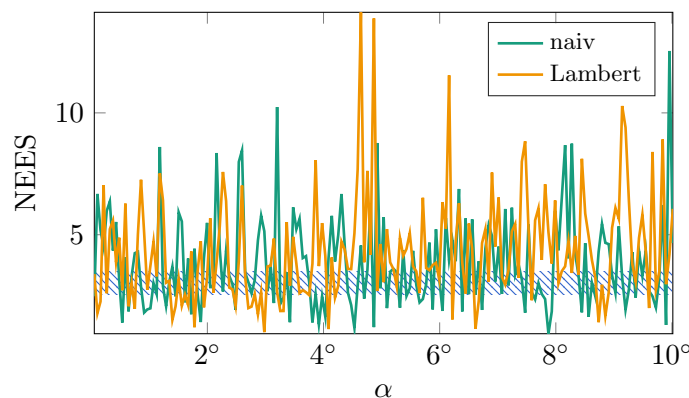
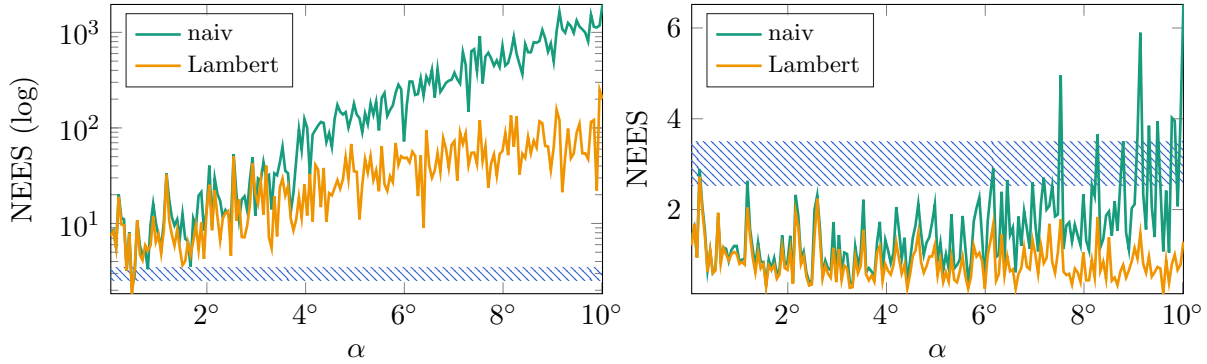


Abbildung 2.159: NEES-Werte für die Schätzung der Position.

Betrachtet man die NEES-Werte für die Geschwindigkeitskomponente in Abbildung 2.160, so zeigt sich eine drastische Verbesserung durch die Verwendung von (2.331) im Vergleich zur Annäherung

⁶Wir merken an, dass der NEES in der Position von der gewählten Approximation der Geschwindigkeit unabhängig ist, da in beiden Fällen die Positionskovarianz mittels [161] ermittelt wird

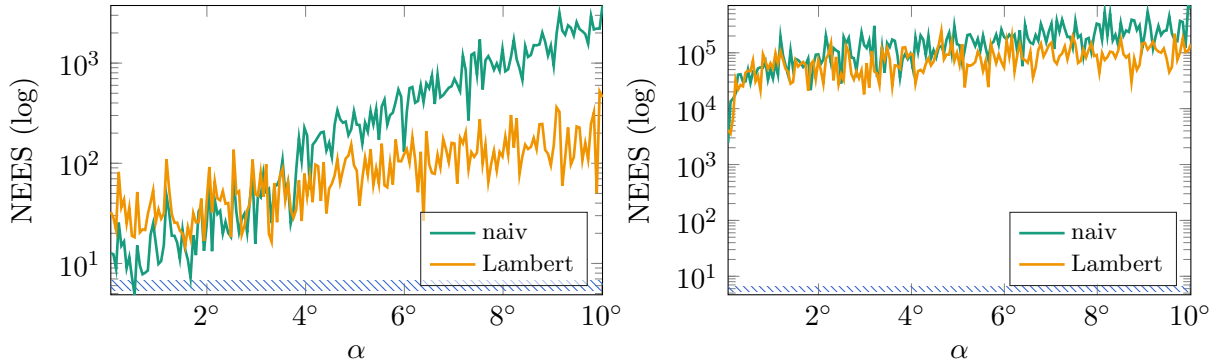
(2.281). Wie in 2.160a zu erkennen, nimmt die Konsistenz für zunehmende Winkelabstände zwischen den Messungen sogar noch zu, vor allem unter Verwendung der naiven Methode, und es werden zwei- bis dreistellige NEES-Fehler erreicht. Im Gegensatz dazu erzielt die im vorherigen Abschnitt hergeleitete Geschwindigkeitskovarianz fast ausschließlich Konsistenzwerte unter 2 für Winkel bis 10° , wie in Abbildung 2.160b zu sehen. Die Lambert-Methode erzielt hierbei unabhängig vom Winkel sehr geringe NEES-Fehler, während die naive Methode (wie auch unter Verwendung von (2.281)) eine deutlichere Tendenz hat, für größere Winkelabstände inkonsistenter zu werden.



(a) Konsistenz der Geschwindigkeitskomponente, Taylor 1. Ordnung (logarithmische Skala). (b) Konsistenz der Geschwindigkeitskomponente, Taylor 3. Ordnung.

Abbildung 2.160: NEES-Werte für die Schätzung der Geschwindigkeit.

Leider verursachen die in (2.304)-(2.330) hergeleiteten Kreuzkovarianzen zwischen Position und Geschwindigkeit eine Verschlechterung im NEES des Gesamtzielzustands, wie in 2.161 gezeigt wird. Dies wird wahrscheinlich dadurch verursacht, dass wir für (2.331) annehmen, dass Geschwindigkeiten im ruv -Raum ebenfalls gemessen werden können, jedoch sind diese im vorliegenden Experiment aus den Positionen der beiden Initialmessungen errechnet. Es bleibt zu untersuchen, ob unter anderen Voraussetzungen die hergeleitete Kovarianz eine Gesamtverbesserung der sechsdimensionalen Zustandsschätzung liefern kann.



(a) Konsistenz des vollen Zustandsvektors, Taylor 1. Ordnung (logarithmische Skala). (b) Konsistenz des vollen Zustandsvektors, Taylor 3. Ordnung (logarithmische Skala).

Abbildung 2.161: NEES-Werte für die Schätzung des vollen Zustandsvektors mit Position und Geschwindigkeit.

2.20.5 Quality of Service Ressourcenmanagement für adaptives Tracking

Sensormanagementalgorithmen können in mehrere Ebenen gegliedert werden [165], u.a.:

- *Situation Management*
- *Object Management*
- *Measurement Management*
- *Signal Management*

Auf jeder Ebene wird in einer Schleife kontinuierlich anhand der vorhandenen Daten der Betrieb des Radars optimiert. Typischerweise werden in den höheren Ebenen komplexere Algorithmen implementiert, die längere Laufzeiten benötigen, während auf den unteren Ebenen einfachere Optimierungen in kurzen Durchläufen der Schleifen vorgenommen werden. Zur Entwicklung des adaptiven Trackings werden zunächst eine Ressourcenallokation auf der *Object Management*-Ebene und eine Ablaufplanung auf der *Measurement Management*-Ebene implementiert. Dafür definiert das *Situation Management* Aufgaben (hier die Verfolgung eines Ziels) zusammen mit einer Metrik, wann diese Aufgaben hinreichend gut erfüllt sind. Für die Ressourcenallokation auf der Ebene des *Object Managements* wird ein QoS-Problem definiert und mittels eines QoS-based Resource Allocation Model (Q-RAM) [166] gelöst. Dadurch kann jeder Aufgabe ein Ressourcenbudget zugeordnet werden. Aus den Budgets ergeben sich aus einer Aufgabe mehrere Sensorjobs, die an die nächste Ebene, das *Measurement Management*, weitergegeben werden. Dort wird beispielsweise nach dem Prinzip der *earliest deadline first* aus allen Sensorjobs eine Sequenz von Konfigurationen erstellt, die von Tx und Rx abgearbeitet werden kann.

Das QoS-Problem ist als Optimierungsproblem

$$\nu^* = \arg \max_{\nu} \sum_{k=1}^K u_k(q_k(\nu_k, e_k)) \quad (2.332)$$

mit der Randbedingung

$$\sum_{k=1}^K g_k(\nu_k, e_k) - r_{\max} \leq 0 \quad (2.333)$$

gegeben und findet die optimalen Betriebsparameter ν^* für alle K Aufgaben, ohne die maximal verfügbaren Ressourcen r_{\max} des Sensors zu überschreiten. Für jede Aufgabe kann eine eigene Qualität q_k in Abhängigkeit von den Sensorparametern ν_k und von Umweltparametern e_k definiert werden. q_k sagt voraus, wie gut eine Aufgabe erfüllt werden kann. Um mehrere Aufgaben vergleichbar zu machen, normiert die Funktion u_k die Qualität auf den Wertebereich $[0, 1]$. Mit der Funktion g_k wird der benötigte Ressourcenanteil für ein Aufgabe in Abhängigkeit von der Sensorkonfiguration ν_k und den Umweltparametern e_k definiert.

Um ein adaptives Tracking zunächst für ein bistatisches Paar aus Tx und Rx zu implementieren, müssen die passenden Funktionen u_k , q_k und g_k gefunden werden. Als Konfigurationsparameter werden die Pulslänge τ_p , die Anzahl n_p an Pulsen pro Processing-Intervall und das Wiederholintervall T_r ausgewählt, mit welchem eine Ziel beobachtet werden soll (vgl. Tabelle 2.13). Die Konfiguration einer Aufgabe setzt sich also aus einem Tripel $\nu_k = (\tau_p, n_p, T_r)_k$ zusammen. Damit kann der Ressourcenverbrauch einer Trackingaufgabe mit

$$g_k(\nu_k) = \frac{\tau_p n_p}{DT_r} \quad (2.334)$$

angegeben werden, wobei D einen konstanten Duty Cycle des Tx angibt.

Die Qualität einer Trackingaufgabe q_k soll die Fehlerkovarianz \mathbf{P}_q eines Ziels mit Zustand \mathbf{x} vorherzusagen, die nach Ausführung der Aufgabe mit Konfiguration ν_k bis zu einem festen Zeithorizont T_h zu

erwarten ist. Die Fehlerkovarianz wird näherungsweise über die Addition der skalierten Positionsinformation \mathbf{R}_{local}^{-1} berechnet, die das Radarsystem durch eine Messung gewinnt:

$$\mathbf{P}_q = \left(\sum_{t \in \mathbb{T}} \mathbf{R}_{local,t}^{-1} p_{d,t} \right)^{-1} . \quad (2.335)$$

\mathbb{T} bezeichnet hier die Menge der Zeitpunkte t mit Abstand T_r zueinander, die innerhalb des Zeithorizonts T_h liegen. $p_{d,t}$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, mit der das Ziel zum Zeitpunkt t detektiert werden kann. \mathbf{R}_{local} ist in Track-lokalen Koordinaten definiert (*in-track*, *cross-track*, *normal-to-track*). Die Positionsinformation \mathbf{R}_{local}^{-1} kann in Abhängigkeit von der Sensorinformation in Sensorkoordinaten \mathbf{R}_{ruv}^{-1} und den Positionen von Sender \mathbf{x}_{Tx} und Empfänger \mathbf{x}_{Rx} sowie des RCS σ und des Zielzustands \mathbf{x} berechnet werden [167]. Zur Berechnung von $p_{d,t}$ und \mathbf{R}_{ruv} muss das SNR berechnet werden:

$$\text{SNR} = n_p \text{SNR}_0 . \quad (2.336)$$

Dabei ist SNR_0 in [2, (2.1)] definiert. Danach ist

$$\mathbf{R}_{ruv} = \begin{pmatrix} \sigma_u^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_t c_0)^2 \end{pmatrix} \quad (2.337)$$

mit (2.224) und (2.225) gegeben. Die Detektionswahrscheinlichkeit kann mit

$$p_d = p_{FA}^{\frac{1}{1+\text{SNR}}} \quad (2.338)$$

berechnet werden [168]. Also ist die Qualität

$$q_k = \mathbf{P}_q(\tau_p, n_p, T_r, \mathbf{x}, \mathbf{x}_{Tx}, \mathbf{x}_{Rx}, \sigma, T_h) \quad (2.339)$$

in Abhängigkeit von der Konfiguration $v_k = (\tau_p, n_p, T_r)_k$ und weiteren Umweltparametern definiert.

Die Nützlichkeit einer Aufgabe $u_k(\mathbf{P}_q)$ bewertet, ob die Fehlerkovarianz \mathbf{P}_q in einem sinnvollen Bereich liegt. Dazu werden die Diagonaleinträge von \mathbf{P}_q in einem festgelegten Bereich, in welchem sich der erwarteten Fehler bewegen sollten, gewichtet und gemittelt:

$$u_k(\mathbf{P}_q) = \frac{1}{3}(u_{k,1} + u_{k,2} + u_{k,3}) , \quad (2.340)$$

$$u_{k,i}(\mathbf{P}_q) = \max \left(\min \left(\frac{1}{a_i - b_i} \sqrt{\mathbf{P}_{q,ii}} + \frac{a_i}{a_i - b_i}, 1 \right), 0 \right) . \quad (2.341)$$

Hier ist a_i der Fehler, der mindestens durch die Messungen erreicht werden muss, während b_i den Fehler angibt, über den hinaus sich kein weiterer Aufwand lohnt, um das Ziel noch genauer zu erfassen.

Abbildung 2.162 zeigt beispielhaft die Evaluation von u_k und g_k für zwei verschiedene Trackingaufgaben. In beiden Fällen ist gut zu erkennen, dass der Zugewinn des Nutzens mit steigenden Ressourcen abnimmt. Außerdem können viele Konfigurationen von vornherein als Kandidaten für einen optimalen Sensorbetrieb ausgeschlossen werden, da sich eine Konfiguration finden lässt, die bei gleicher Ressourcennutzung einen höheren Nutzen erzielt. Alle Konfigurationen, die Teil der optimalen Lösung sein können, bilden die konkave Majorante, die in grün hervorgehoben ist. Im ersten Fall (links) kann das Ziel, falls das Radar nur zur Verfolgung dieses einzelnen Ziels eingesetzt wird, fast bis zur maximal geforderten Genauigkeit lokalisiert werden. Im zweiten Fall (rechts) lassen Ziel-RCS und die Geometrie des Problems es nicht zu, auch bei Einsatz aller Ressourcen, eine vergleichbare Genauigkeit zu erreichen. Q-RAM berechnet auf Basis der konkaven Majoranten aller Aufgaben Arbeitspunkte für jede Aufgabe. Setzt das Radar diese Konfigurationen um, maximiert es den Gesamtnutzen aus allen Aufgaben.

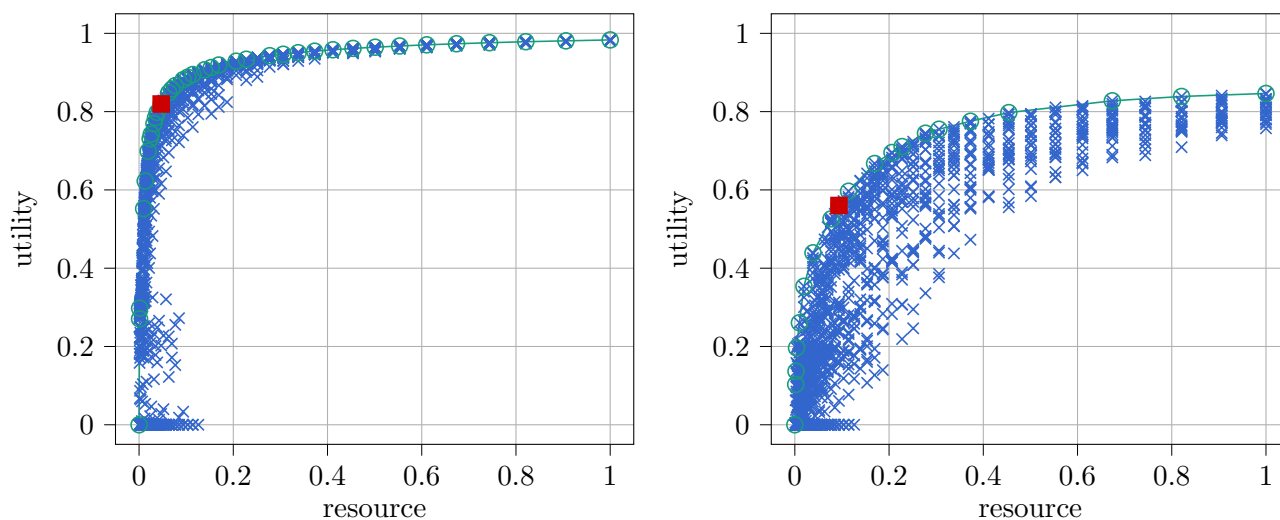


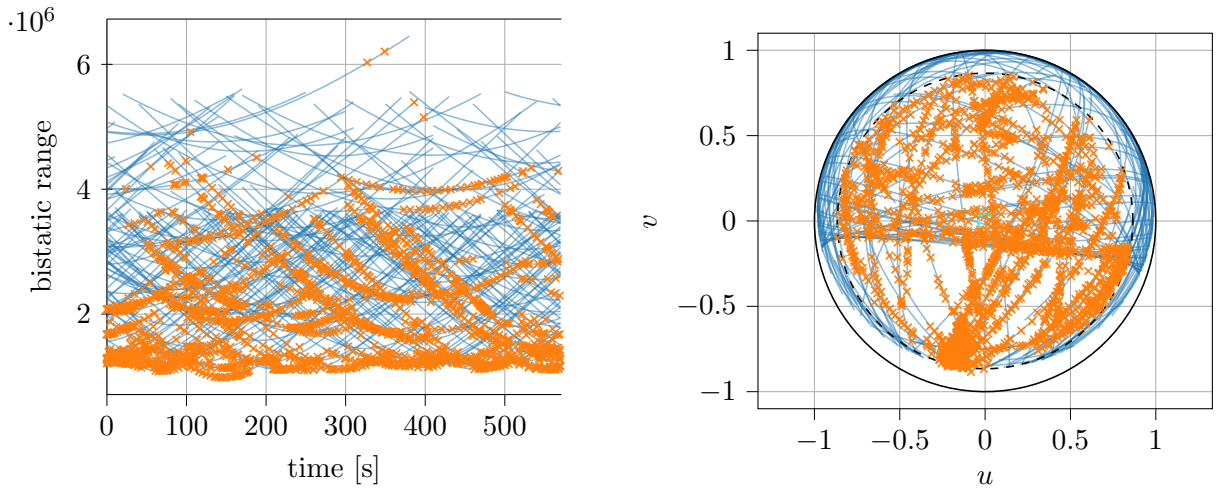
Abbildung 2.162: Darstellung des Nutzens und der benötigten Ressourcen für zwei verschiedene Beispiele einer Trackingaufgabe. Die verschiedenen Konfigurationen sind in blau dargestellt. Die grüne Linie kennzeichnet die konkave Majorante (Menge der Punkte, die eine optimale Lösung darstellen könnten) und in rot ist der Arbeitspunkt dargestellt, der vom Q-RAM-Algorithmus als optimaler Betriebspunkt ausgewählt wurde.

Das oben beschriebene Verfahren wurde in einer Simulation mit einem Tx (50.775°N 6.084°E) und Rx (50.735°N 7.089°E) umgesetzt. Als Ziele werden öffentlich verfügbare TLEs von [138] verwendet. Die RCS-Informationen über die Ziele stammen ebenfalls aus dieser Quelle. Da nicht für alle Ziele RCS-Informationen verfügbar sind, wird ein fehlender RCS ergänzt, indem zufällig ein RCS Wert aus der Menge der verfügbaren RCS-Werte gezogen wird. Als Ziele werden nur Objekte ausgewählt, die sich im LEO befinden und die einen RCS größer als 1 m² haben. Daraus ergibt sich über die Laufzeit der Simulation von 10 Minuten eine Gesamtzahl von 271 Zielen.

Der Parameterraum zur Optimierung des Betriebs wird aus Tabelle 2.13 übernommen. Sendefrequenz, Sendeleistung pro Element und Bandbreite sind auf 1.3 GHz, 1 kW und 2 MHz festgelegt. Der Duty Cycle beträgt 0.25. Die Ressourcenoptimierung wird alle 10s für den Zeitraum T_h der nächsten 20s vorgenommen. Das Wiederholintervall T_r wird während der Optimierung so variiert, dass eine Aufgabe zwischen 100 % und 0.1 % der Ressourcen verwenden kann. Das minimale Wiederholintervall beträgt 100 ms. Der maximale Fehler *in-track* und *cross-track* soll 10 km betragen und der minimale Fehler 400 m. In der dritten Raumdimension (*normal-to-track*) wird der maximale Fehler auf 5 km und der minimale Fehler auf 200 m festgelegt. Das *Measurement Management* erstellt aus allen Aufgaben, denen Ressourcen zugewiesen wurden, eine Sequenz an Messungen für die nächsten 10s. Das *Object Measurement* bekommt für jede Optimierungsphase alle Ziele, welche sich aktuell im Überwachungsbereich befinden, als Trackingaufgaben zugewiesen.

Abbildung 2.163 zeigt das Szenario mit allen Messungen aus Sicht des Tx und die bistatischen Entfernungen zu den Zielen über dem Zeitverlauf der Simulation. Der gesamte Winkelbereich des Senders wird ausgenutzt, um Ziele zu verfolgen. Allerdings zeigt sich, dass das adaptive Tracking Ziele in geringer Höhe bevorzugt. Die Ressourcen werden also dort eingesetzt, wo besonders einfach gute Messungen generiert werden können. In größerer Entfernung werden Ziele mit höherem RCS bevorzugt.

In Abbildung 2.164 ist ein Histogramm der Dauer der Überflüge aller beobachteten Ziele und die Anzahl aller Ziele, welche sich im Beobachtungsbereich befinden oder beobachtet werden sollen, dargestellt. Die Kapazitäten des Radars werden auf 12 bis 23 Ziele aufgeteilt. Das entspricht in etwa der Hälfte der Ziele, die sich im Beobachtungsbereich befinden. Allerdings werden die Ziele nicht über



(a) Bistatische Entfernungen aller Ziele und Messungen über der Zeit. (b) Richtungskosinus aus Sicht des Tx. Die schwarze gestrichelte Linie markiert den Winkelbereich des Sensors, in welchem gemessen werden kann.

Abbildung 2.163: Darstellung des Szenarios mit Bahnen von 271 Zielen (blau) und den vom adaptiven Tracking erzeugten Messungen (orange).

den gesamten Zeitraum verfolgt, in welchem sie sichtbar sind, sondern nur über einen Bruchteil dieser Zeit. Abbildung 2.164a zeigt, dass die durchschnittliche Länge der Beobachtungszeit kürzer ist als die Dauer der Sichtbarkeit der Ziele. Insgesamt werden 98 der 271 Ziele beobachtet.

2.20.5.0.1 Erweiterung des Quality of Service-Verfahrens auf multistatische Radarnetzwerke Der oben geschilderte diskretisierte QoS-Ansatz, um das Zeitbudget eines Sensors für einzelne Aufgaben zu optimieren, ist in [169] zu einem Verfahren weiterentwickelt worden, das mehrere Ressourcen oder monostatische Radare zulässt. Außerdem kann das Optimierungsproblem durch Einführung der Entscheidungsvariable x_{ki} in ein Standardoptimierungsproblem, das MMKP, umgewandelt werden

$$\max \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} x_{ki} u_{ki}(q_{ki}(\nu_{ki}, e_{ki})) \quad (2.342a)$$

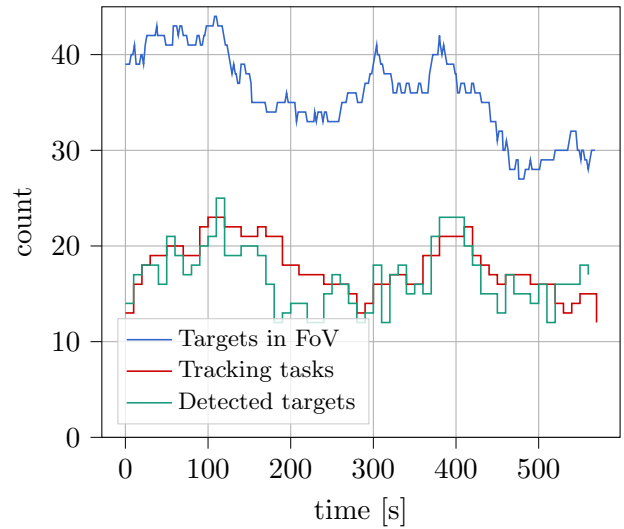
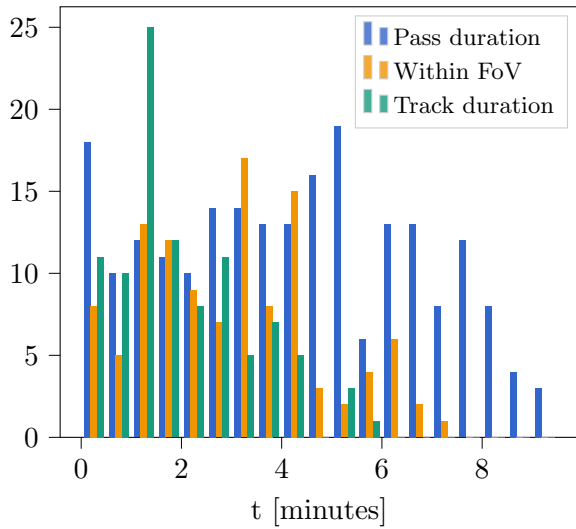
$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} g_{ki}^j(\nu_{ki}, e_{ki}) - r_{\max,j} \leq 0, \quad \forall j \in \{1, \dots, R_{\max}\}, \quad (2.342b)$$

$$\sum_{i=1}^{M_k} x_{ki} = 1, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}, \quad (2.342c)$$

$$x_{ki} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}, \quad \forall i \in \{1, \dots, M_k\}. \quad (2.342d)$$

Die Funktion g_{ki}^j in der Ressourcenrandbedingung (2.342b) bildet eine Konfiguration ν_{ki} aus einer Aufgabe k (unter Einbeziehung von Umweltparametern e_{ki}) auf eine Ressource aus R_{\max} möglichen Ressourcen ab. Damit das Problem ein MMKP ist, muss Randbedingung (2.342c) erfüllt sein. Es muss also für jede Aufgabe eine Konfiguration existieren und ausgewählt werden. Um wenig lohnenswerte Aufgaben verwerfen zu können, muss also zusätzlich für jede Aufgabe eine Konfiguration ν_{ki} existieren, die keine Ressourcen verbraucht.

Das MMKP ist *NP-schwer*. [170] beschreibt ein Verfahren, welches Q-RAM erweitert, um eine Lösung anzunähern. Diese Methode funktioniert allerdings nicht für den Fall von multistatischen Sensoren, bei denen immer zwei Ressourcen gleichzeitig (Tx und Rx) betrachtet werden müssen. Um das Problem (2.342) zu lösen, werden daher allgemeine Methoden zur Lösung von ganzzahligen



(a) Histogramm der Dauer der Überflüge, der Zeit, in welcher die Ziele beobachtbar sind und über die Dauer, für welche die Ziele verfolgt werden.

(b) Anzahl beobachtbarer Ziele im Überwachungsbereich des bistatischen Radars (blau), Trackingaufgaben (rot) und tatsächlich beobachteter Ziele (grün).

Abbildung 2.164: Histogramm der Überflugdauer beobachteter Ziele und Anzahl beobachtbarer Ziele.

linearen Optimierungsproblemen benutzt. Freie Implementierungen sind z.B. *OR-Tools* [34] und Solving Constraint Integer Programs (SCIP) [171].

Diese Modellierung der Berechnung von Aufgaben- und Sensorbudgets wird an einem einfachen zweidimensionalen Beispiel demonstriert. Jeweils zwei Tx und Rx bekommen 25 Trackingaufgaben, für welche das Zeitbudget an jedem Sensor bestimmt werden muss. Für jedes mögliche bistatische Pärchen aus Tx und Rx kann die Länge der Integrationszeit τ_d und das Wiederholintervall der Beobachtung T_r gewählt werden, sodass die Ressourcen für jeden Sensor j mit

$$r_{\max,j} = \frac{\tau_d}{T_r} \quad (2.343)$$

definiert sind. Das SNR wird über ein simples Radarmodell

$$\text{SNR} = \frac{r_0^4}{r_{\text{Tx}}^2 r_{\text{Rx}}^2} \frac{\tau_d}{\tau_{d0}} \quad (2.344)$$

berechnet. Dabei bezeichnet r_0 den Referenzabstand (200 km) und τ_d eine nominelle Pulszuglänge von 30 ms. Die Detektionswahrscheinlichkeit ist wieder mit (2.338) gegeben. Das Sensorrauschen wird aus den ersten beiden Einträgen jeder Dimension von (2.337) berechnet. Damit kann für jede Konfiguration rekursiv die Information

$$\mathbf{J}_{t+1} = (\mathbf{F}\mathbf{J}_t^{-1}\mathbf{F}^T)^{-1} + p_d \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \quad (2.345)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{2x_T - (x_{\text{Tx}} - x_{\text{Rx}})}{r_b} & \frac{2y_T - (y_{\text{Tx}} - y_{\text{Rx}})}{r_b} & 0 & 0 \\ \frac{y_{\text{Rx}} - y_T}{r_b^2} & \frac{x_T - x_{\text{Rx}}}{r_b^2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.346)$$

berechnet werden, wobei sich t aus T_r und einem festen Zeithorizont von 3 s ergibt und r_b der bistatische Abstand zwischen dem Ziel (x_T, y_T) , einem Tx $(x_{\text{Tx}}, y_{\text{Tx}})$ und einem Rx $(x_{\text{Rx}}, y_{\text{Rx}})$ ist. Die Qualität der Konfiguration q_{ki} wird mit der Determinante über die Positionskovarianz

$$q_{ki} = \pi \sqrt{|\mathbf{J}_{2 \times 2}^{-1}|} \quad (2.347)$$

berechnet. Als Nutzen wird eine stückweise lineare Funktion definiert

$$u_{ki} = \begin{cases} 0 & \text{if } q_{ki} \leq b_l \\ 1 & \text{if } q_{ki} \geq b_u \\ (q_{ki} - b_l) \frac{-1}{b_u - b_l} + 1 & \text{else} \end{cases} \quad (2.348)$$

Abbildung 2.165 zeigt die resultierenden Sensorbudgets und Aufgabennutzen für $b_u = 400000$, $b_l = 1$, $\tau_d \in \{0.01, 0.0325, 0.055, 0.0775, 0.1\}$ und $T_r \in \{0.1, 1.55, 3.0\}$. Die Rx-Ressourcen werden voll ausgeschöpft. Aufgaben, bei denen das Verhältnis von eingesetzten Mitteln zu resultierendem Nutzen am geringsten ist, bekommen am wenigsten Ressourcen zugeteilt.

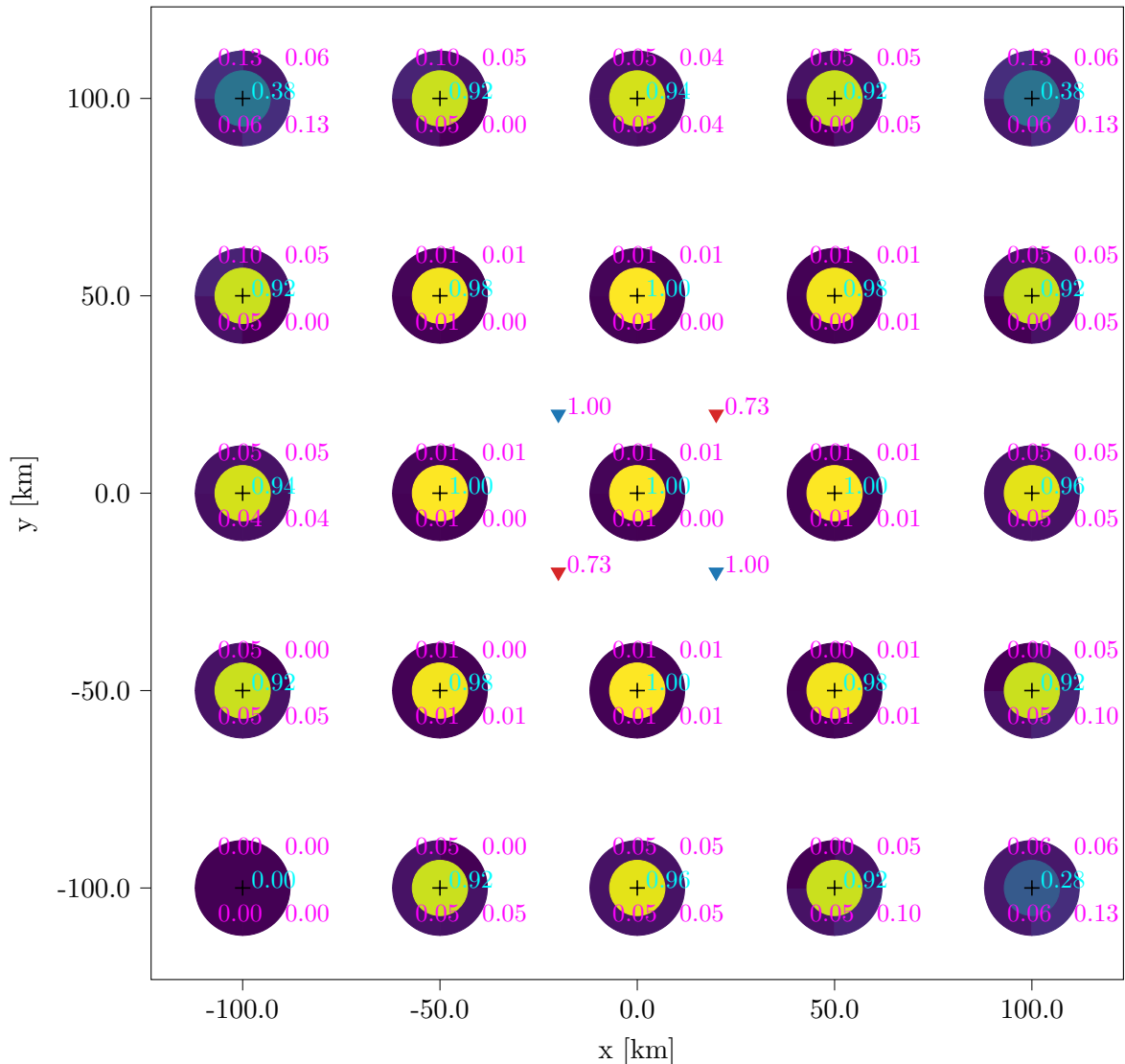


Abbildung 2.165: Ressourcenallokation (magenta) und Nutzen (cyan) für 25 Aufgaben, zwei Tx (rot) und zwei Rx (blau) für ein Beispielproblem gemäß (2.342).

Die Anzahl der Entscheidungsvariablen kann verringert werden, indem für jede Aufgabe Konfigurationen mit geringem Nutzen entfernt werden (nicht jedoch die Konfiguration, welche die Aufgabe deaktiviert) und die konkave Majorante der Arbeitspunkte gebildet wird. Mit *Qhull* [172] kann die konvexe Hülle über die Konfigurationen zur Berechnung der konkaven Majorante in bis zu acht Dimensionen (sieben Sensoren) berechnet werden. In den meisten Fällen wird dann die Berechnung der Konfigurationen die meiste Rechenzeit in Anspruch nehmen.

Für das oben beschriebene Verfahren müssen C_p Konfigurationen

$$C_p = K \left(\sum_{n_{Tx}=1}^{N_{Tx}} M^{n_{Tx}} \binom{N_{Tx}}{n_{Tx}} (2^{N_{Rx}} - 1)^{n_{Tx}} + 1 \right) \quad (2.349)$$

berechnet werden. Für eine große Zahl an Konfigurationen M ist das Problem schon bei wenigen Tx und Rx nicht in Echtzeit berechenbar.

Zur Reduktion der Punkte, die vorberechnet werden müssen, kann angenommen werden, dass die Rx voll digitalisiert (jedes Element wird einzeln digitalisiert) sind und also im Modell unendlich große Ressourcen zur Verfügung haben. Dann wird das Problem nur für die Tx gelöst und dabei angenommen, dass immer alle Rx mit jedem Tx Messungen generieren. Dadurch reduzieren sich die Punkte, die berechnet werden müssen auf

$$C_p = K \left(\sum_{n_{Tx}=1}^{N_{Tx}} M^{n_{Tx}} \binom{N_{Tx}}{n_{Tx}} + 1 \right) . \quad (2.350)$$

Als Ergebnis bekommt man für jede Aufgabe ein Tupel $(\tau_d, T_r)_{ki}$, welches die Budgets der Tx bestimmt. Tatsächlich sind die Ressourcen der Rx auch bei Digitalisierung der Signale von jedem Element durch z.B. die verfügbare Rechenzeit begrenzt. In einem zweiten Schritt können mit den bereits berechneten Arbeitspunkten der Tx die Budgets der Rx gefunden werden. Dabei kann die Randbedingung (2.342b) so modifiziert werden, dass eine effektive Anzahl an Empfangskeulen C_c , die ein Rx nutzen kann, berücksichtigt wird

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} \frac{g_{ki}^j(\nu_{ki}, e_{ki})}{C_c} - r_{\max,j} \leq 0 . \quad (2.351)$$

Abbildung 2.166 zeigt die Lösung für ein vereinfachtes Verfahren, für das weniger Punkte berechnet werden müssen. Dafür wurde das Budget einmal nur für die Tx unter der Annahme optimiert, dass die Rx genügend Ressourcen zur Verfügung stellen. Anschließend wurde das Budget der Rx basierend auf der Lösung des Tx-Budgets berechnet. Der Nutzen aller Aufgaben sinkt im Vergleich zur Lösung unter Berücksichtigung der tatsächlichen Fähigkeiten von Tx und Rx leicht. Insbesondere werden mehr Aufgaben komplett ausgeschlossen. Außerdem sinkt jeweils der Ressourceneinsatz der Tx.

2.21 Synchronisation (AP7200)

2.21.1 Einleitung

Die Datenfusion zweier oder mehrerer Empfänger erfordert eine gemeinsame Zeitreferenz. In vielen Rechnungen wird diese als perfekt angenommen, in Kapitel 2.22.1 werden die Effekte eines Uhrenversatzes auf Detektionen untersucht. In diesem Kapitel werden die technischen Möglichkeiten, Limitierungen und Verbesserungsansätze diskutiert. Hauptsächlich dreht es sich hierbei um einen kabellosen Zeitabgleich, da die Stationen für eine Direktverbindung zu weit separiert sind und eine etwaige Glasfaserverbindung über das öffentliche Netz nicht immer möglich ist, siehe Abschnitt 2.21.6.

2.21.2 Cäsiumuhren und GNSS

Das beste Kosten-Nutzen-Verhältnis für stabile Taktsignale erreicht man derzeit mit GNSS-Frequenznormalen. Diese bestimmen aus den Signalen der globalen Satellitennavigationssystemen (GNSS) die lokale Uhrzeit und liefern i.d.R. einen 10 MHz Referenztakt und zusätzlich einen Puls pro Sekunde (PPS). Bei den Empfangsgeräten gab es in den letzten Jahren signifikanten technischen Fortschritt und auch die Satellitensysteme selbst werden kontinuierlich verbessert, sodass in den letzten Jahren stets neue Signale bei zum Teil anderen Frequenzen hinzugefügt wurden, um die Genauigkeit zu verbessern. Mit Seriengeräten lässt sich bei gutem Mehrfrequenzempfang so bereits ein

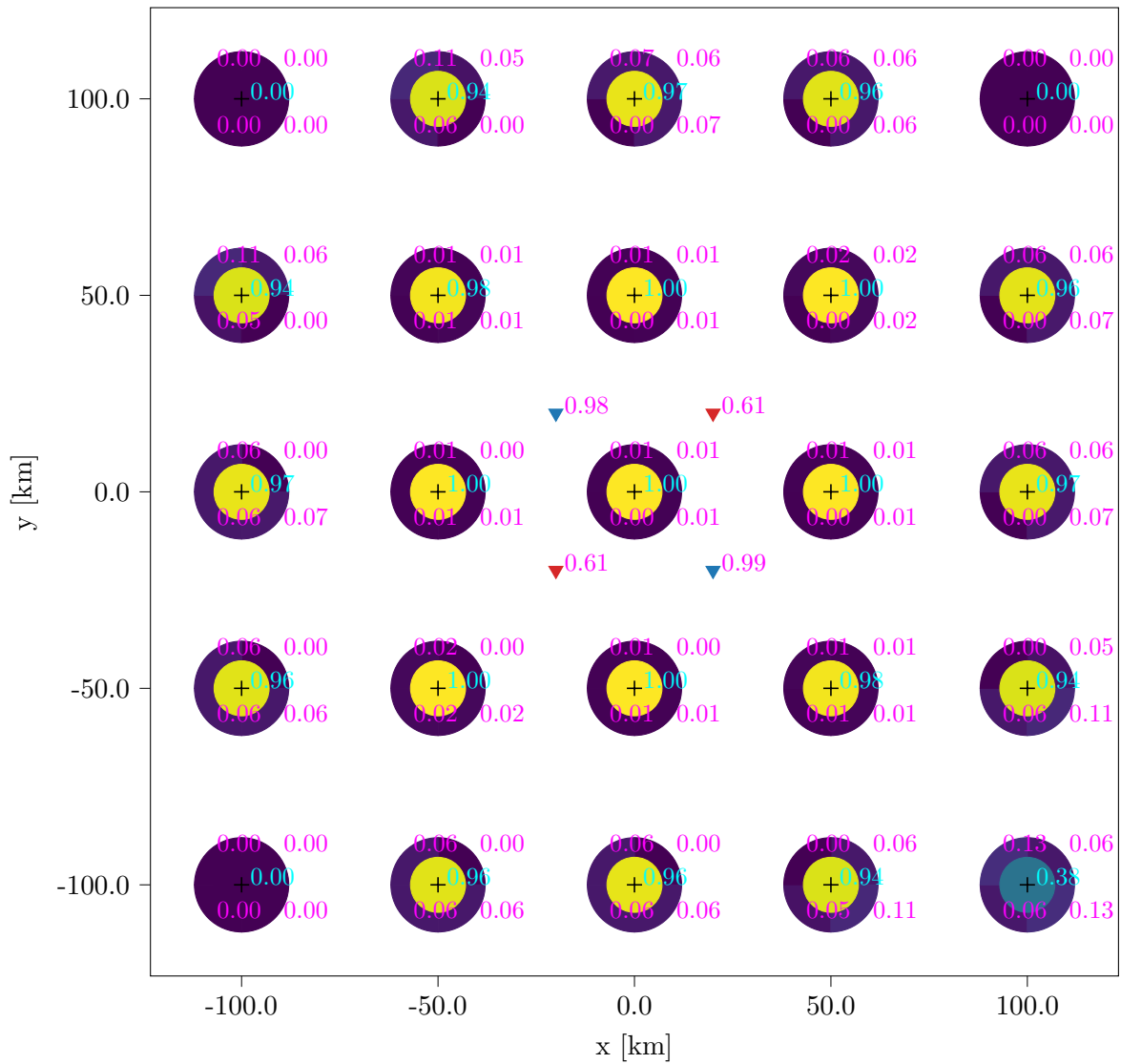


Abbildung 2.166: Ressourcenallokation (magenta) und Nutzen (cyan) für 25 Aufgaben, zwei Tx (rot) und zwei Rx (blau) für ein Beispielproblem mit getrennter Berechnung von Tx und Rx Budgets.

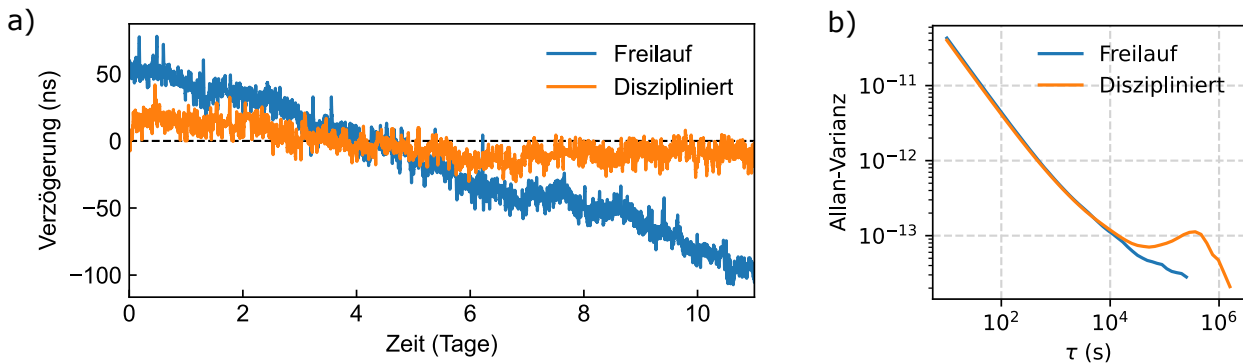


Abbildung 2.167: Stabilität der Cäsiumuhren und GNSS. a) Zeitabweichung von Cäsiumuhr zu GNSS für einen freilaufenden und einen disziplinierten Fall. b) Allan-Varianz für beide Szenarien.

PPS mit nur etwa 2 ns Standardabweichung und 10 ns peak-to-peak Schwankung erzeugen (eigene Messung). Zudem lässt sich bei vielen Modellen das Fehlersignal der internen Regelschleife auslesen, sodass sich der Zeitfehler in der Nachverarbeitung um weitere 50 % verringern lässt. Für die meisten inkohärenten Vernetzungsszenarien wäre diese Genauigkeit bereits ausreichend; Bei noch höheren Timinganforderungen oder für die Robustheit gegen GNSS-Ausfälle bieten sich zusätzlich hochstabile Cäsiumuhren an. Die Stabilität ist Modellabhängig besser als 10^{-13} über einen Tag und weichen nach dieser Zeit entsprechend nur wenige Nanosekunden von ihrer vorherigen Eigenzeit ab. Die Uhren sind i.d.R. freilaufend, d.h. sie können ihre Zeitgebung nicht selbst validieren, weshalb eine externe Überwachung nötig ist. Je nach Modell lässt sich deren interne Frequenz nachregeln, sodass man z.B. per GNSS-Referenz ein langfristiges Abdriften erkennen und korrigieren kann. Ein solcher Aufbau ist hier am Institut vorhanden und wurde umfassend charakterisiert. Beispielhafte Daten sind in Abb. 2.167 gezeigt. In Teilabb. a) ist zu sehen, wie die Cäsiumuhr im Freilauf zu schnell läuft (blau), zu erkennen am linearen Drift des Zeitsignals in Richtung negativer Abweichungen zur absoluten GNSS-Referenz. Letztere erzeugt das hochfrequente Rauschen im Signal, da die GNSS-Uhren ihren weniger stabilen internen Oszillator in Intervallen von einigen Minuten selbst nachregeln müssen. Durch diese Daten lässt sich der Langzeitdrift der Uhren messen und nach regelmäßiger Anpassung lässt sich ein Signal entsprechend der orangenen Kurve erhalten. Auf diese Weise ist dann auch die Cäsiumuhr auf UTC referenziert und es verbleibenden kleine Drifts von wenigen Nanosekunden über einige Tage, allerdings mit deutlich geringerem Kurzzeitrauschen als es bei reinen GNSS-Empfängern der Fall wäre. Ein Gütemaß für Uhren ist die sogenannten Allan-Varianz [173], welche den durchschnittlichen Drift der Uhren beschreibt. Beispiel: Laufen zwei baugleiche Uhren über einen Tag durchschnittlich um 10 ns auseinander, so entspräche diese einer Allan-Varianz von $(10 \text{ ns}/86\,400 \text{ s})/\sqrt{2} \approx 10^{-13}$. Der Vorfaktor rührt aus der Messkonfiguration zweier baugleicher Uhren; Bei einer unendlich genauen Referenz verschwindet der Faktor. Gemessen wurde hier mit zwei Uhren (nicht in a) gezeigt). Im Freilauf wird eine Frequenzstabilität von unter 10^{-13} erreicht. Die gezeigte Messung ist ein Sonderfall, da beide Uhren in die gleiche Richtung drifteten, soll aber die extrem hohe Frequenzstabilität verdeutlichen, welche kohärente Langzeitmessung an getrennten Standorten ermöglichen kann. Für längere Messzeiten ist zu erwarten, dass im Graph die Allan-Varianz für die freilaufenden Uhren wieder ansteigt, während die Varianz der referenzierten Uhren nach dem kurz sichtbaren Plateau für lange Zeiten linear gegen null strebt.

Da die Uhren für einige Zeit hochstabile Taktsignale liefern können (auch im Falle eines mehrwöchigen GNSS-Ausfalls!), beschäftigen sich die meisten der folgenden Diskussionen mit Synchronisationsmethoden für die vorhandenen Uhren. Außerdem sei angemerkt, dass in diesem Feld aktuell viel technischer Fortschritt stattfindet, weshalb Informationen zu erhältlichen Geräten und erreichbaren Genauigkeiten schnell überholt sein können.

2.21.2.1 Optische Uhren

Aktuell arbeiten Forschungsinstitute und Unternehmen am Transfer von optischen Uhren aus dem Labor hin zu kompakten Geräten für den Endkunden. Mit ersten verfügbaren Geräten ist in wenigen Jahren zu rechnen [174, 175]. Die neue Uhrentechnologie bietet eine typische Stabilität von etwa 10^{-15} – bis zu zwei Größenordnungen besser als aktuell verfügbare Cäsiumuhren, was im Falle von L-Band Weltraumradaren das Freilaufintervall der Uhren deutlich verlängern könnte.

2.21.3 Zweiweg Radarmessung

Die state-of-the-art Uhren in nationalen Zeitlaboren wie der PTB oder dem NIST vergleichen ihre Uhren interkontinental per Zweiweg Zeit- und Frequenzvergleich (*two-way satellite time and frequency transfer*, TWSTFT) aus. Dazu wird an beiden Standorten ein Signal mit Zeitstempel über eine S-Band Satelliten-Verbindung zur jeweils anderen Station gesendet. Aus den jeweiligen Ankunftszeiten kann durch Vergleich mit der lokalen Zeit nach einer Mittelung über ein bis zwei Minuten der Uhrenversatz mit Sub-Nanosekundengenauigkeit bestimmt werden. Durch die identischen Signalwege kalibrieren sich auftretende Verzögerungen (Atmosphäre, Hardware, ...) automatisch.

Die erwähnte Prozedur funktioniert analog zu einer multistatischen, alternierenden Radarmessung: Zwei Sender im Radar Netzwerk beleuchten abwechselnd ein bekanntes Referenzobjekt (Bei orthogonalen Sendecodes kann auch gleichzeitig gesendet werden). Aus dem Vergleich der Ankunftszeiten beider Signale in beiden Empfängern lässt sich dann der Uhrenversatz bestimmen, ohne dass die Position des Kalibrationsobjekts genau bekannt sein muss, da die Signalwege Tx1-Objekt-Rx2 und Tx2-Objekt-Rx1 identisch sind und nur die Differenz der Ankunftszeit als Messgröße verbleibt.

Das Verfahren erfordert eine Sende- und Empfangsmöglichkeit an jedem Standort. Falls nur eines von beiden vorhanden ist, so lässt sich mit dieser Methode kein absoluter Uhrenversatz messen, jedoch lässt sich ein unbekannter Versatz konstant halten, dessen absoluter Wert zunächst mit anderen Methoden bestimmt werden müsste.

Die erwartete Genauigkeit dieser Methode hängt von Systemparametern wie Bandbreite und SNR ab. Angelehnt an (2.225) und einer Mittelwertskalierung von $1/\sqrt{N}$ bei N Messungen und $\text{SNR} = 20$ dB wird für den Uhrenvergleich nach einer Mittelung von wenigen hundert Pulsen Nanosekundengenauigkeit erwartet.

Bei dieser Methode ist die Erddrehung zu berücksichtigen, welche während der Signallaufzeit im freien Raum die Radarstationen mitbewegt (Sagnac-Effekt [176]). Die Korrektur berechnet sich nach

$$\Delta t_{\text{Sagnac}} = \frac{2}{c^2} \omega_{\oplus} A_S \quad (2.352)$$

mit der Erddrotationswinkelgeschwindigkeit ω_{\oplus} und A_S als Fläche, welche durch die Verbindungsvektoren der Stationen zum Erdmittelpunkt und zum Referenzobjekt aufgespannt wird, welche zuvor auf die Äquatorebene projiziert werden. Bei einer Basislinie von 500 km kann diese Korrektur bereits mehrere Nanosekunden betragen.

2.21.4 Extraterrestrische Rauschquellen

In internationalen Sensornetzwerken wie etwa der Langbasisinterferometrie (*very large baseline interferometry*, VLBI) wird durch zeitlich-kohärente Verarbeitung von Einzelsignalen die räumliche Struktur von Himmelskörpern rekonstruiert [177]. Umgekehrt lassen sich die Signale von bekannten Quellen nutzen um lokale Uhren zu synchronisieren. Pulsare bieten sich hier aufgrund ihrer quasi punktförmigen Quelleneigenschaften an. Deren Signal ist jedoch meist zu schwach um von Radarantennen beobachtet werden zu können. Auch die Sonne oder teils ganze Galaxien emittierten Rauschen im L-Band; Da es sich hierbei aber nicht um Punktquellen handelt, dekorrelieren die Signale mit zunehmender Basislänge, wie im Folgenden gezeigt wird.

Das Van-Cittert–Zernike-Theorem [?] beschreibt die Korrelationsfähigkeit der Signale als Funktion der Winkelausdehnung und der Empfängergeometrie. Dazu werden die astronomischen Quellen als eine Menge von unabhängigen Einzelstrahlern $N_i(t)$ modelliert, siehe Abb. 2.168a. Pro Einzelstrahler empfangen die Antennen auf der Erde die Einzelsignale $s(t)$ jeweils mit einer gewissen individuellen Verzögerung τ_i , welche von der Position von N_i abhängt. Das Kreuzkorrelationssignal des Gesamtstrahlers erhält man durch Faltung der Autokorrelation des Rauschens mit der Verteilung der Ankunftszeitunterschiede aller Einzelquellen. Es zeigt sich dabei, dass die maximal beobachtbare Korrelationsamplitude $R_{12,\max}(x, y)$ abhängig von der relativen Empfängerposition (x, y) ist. Unter Annahme der Kleinwinkelnäherung erhält man $R_{12,\max}(x, y)$ durch Fourier-Transformation der winkelaufgelösten Intensitätsverteilung $I(\theta_x, \theta_y)$:

$$R_{12,\max}(x, y) = \mathcal{F}_{x,y}(I(\theta_x, \theta_y)) . \quad (2.353)$$

Die Ortsabhängigkeit rührt aus Interferenz der phasensensitiven Korrelationssignale, was wie in Beugungsphänomenen üblich teilweise zu einer Auslöschung des Signals führt. Physikalisch erzeugt jeder Einzelstrahler sein eigenes Korrelationssignal. Aufgrund der unterschiedlichen Positionen sind diese stets leicht phasenverschoben. Das zeitliche Korrelationssignal $R_{12}(\tau)$ ist nach dem Wiener-Khinchin-Theorem [?] die Fourier-Transformierte des Leistungsspektrums $R_{12}(\tau) = \mathcal{F}_\tau(P_{xx}(f))$. Zur Vereinfachung wird das Spektrum als (komplexes) Rauschen mit konstanter Amplitude im Intervall $f_0 \pm B/2$ angesetzt, mit f_0 als Mittenfrequenz und B als Bandbreite. Ferner sei der Himmelskörper als kreisförmige Scheibe mit Winkeldurchmesser θ_\odot genähert. Die Fouriertransformierten sind dann in beiden Fällen eine sinc-Funktion. Sei nun \vec{L} der Basislinienvektor (Ortsvektor von Rx1 zu Rx2, $\vec{L} = (L, 0, 0)^T$) und \hat{u}_\odot der Einheitsvektor in Richtung der Quelle, dann erhält man das Korrelationssignal als Funktion der Verzögerung τ und der Rx-Geometrie durch

$$R_{12}(\tau, \vec{x}) = R_{12}(\tau) \cdot R_{12,\max}(\vec{x}) \quad (2.354)$$

$$= e^{i2\pi f_0 \tau} \cdot \text{sinc}(\pi \tau B) \cdot \text{sinc}\left(\pi \frac{c}{f_0} \theta_\odot L_{\text{eff}}\right) \quad (2.355)$$

mit $L_{\text{eff}} = \|\vec{L} - (\vec{L} \cdot \hat{u}_\odot) \cdot \hat{u}_\odot\|$ als der effektiven Basislänge (siehe Abb. 2.1), hier berechnet aus der senkrechten Projektion des Basislinienvektors auf den Richtungsvektor zur Quelle. Für Abschätzungen kann in der Regel $L_{\text{eff}} = L$ verwendet werden. Für eine schmalbandige Quelle lässt sich die Basislinie als Anzahl an Wellenlängen λ angeben, wonach sich die $R_{12,\max}$ mit den anschaulichen Parametern „Winkelausdehnung“ und „Basislänge in Wellenlängen“ beschreiben lässt: $R_{12,\max} = \text{sinc}(\pi \theta_\odot L_{\text{eff}}/\lambda)$.

Am FHR finden zurzeit Synchronisationsmessungen mit Parabolantennen unter Verwendung von Sonnenrauschen statt. Bei einer Basislänge von 200 m wurde die Funktionalität bereits bestätigt, die Studie befindet sich jedoch im Anfangsstadium und höhere Basislängen sind in Planung.

2.21.5 GNSS Common-View

Wie bereits in Abschnitt 2.21.2 erwähnt, lässt sich per GNSS unmittelbar die lokale Uhrzeit ableiten. Das Zeitsignal marktüblicher Geräte wird dabei im Minutenbereich nachgeregelt und schwankt dabei i.d.R. einige Nanosekunden um den Mittelwert. Ist man jedoch nur an einem relativen Uhrversatz interessiert, so stellen Satellitennavigationssysteme eine große Zahl an aktiv sendenden, punktförmigen Referenzquellen bereit, siehe Abb. 2.168b. Ein Teil der ausgesandten Signale befindet sich zwischen 1200 und 1400 MHz und ist somit direkt mit dem beschriebenen System empfangbar. Aufgrund der wachsenden Anforderungen an Navigationsgenauigkeit werden die Flugbahnen und relevante atmosphärische Störungen stets genauestens vermessen und sind tagesaktuell öffentlich zugänglich [138] bzw. lassen sich aus der Navigationsnachricht der Satelliten extrahieren.

Richtet man beide Antennenarrays zum Zenit aus und nimmt zu einem vorgegebenen Zeitpunkt einen Rohdatensatz auf, so lassen sich die individuellen Satellitensignale per DoA-Auswertung isolieren und in beiden Empfängern korrelieren, woraus die Ankunftszeitdifferenz bestimmt wird; Eine Dekodierung der Signale ist dazu nicht nötig. Durch den Vergleich mit berechneten Werten lässt sich direkt ein

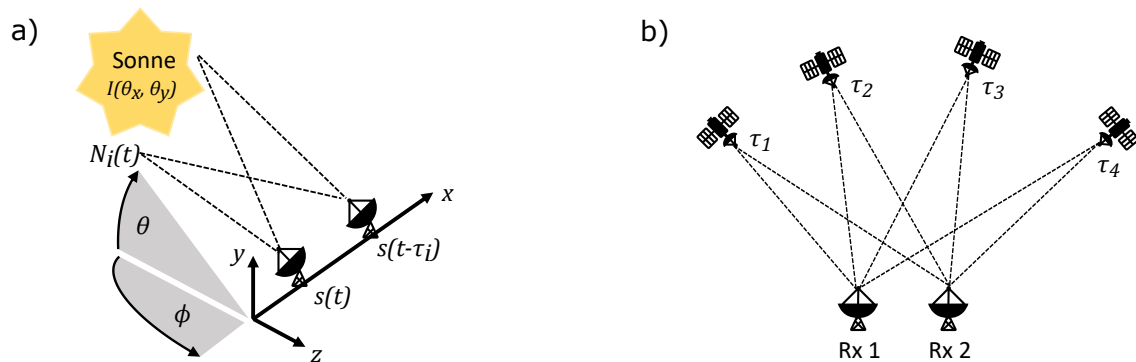


Abbildung 2.168: a) Geometrie der Antennenanordnung für Synchronisation über extraterrestrische Rauschquellen. b) Konzept des GNSS Common-View-Verfahrens. Durch Vergleich der relativen Verzögerungen τ_i vieler bekannter Signalquellen mit deren Erwartung kann ein Uhrenversatz geschätzt werden.

Uhrenversatz bestimmen. Eine Arrayantenne zeigt hier einige Vorteile gegenüber Reflektor- oder herkömmlichen omnidirektionalen GNSS-Antennen: Es lassen sich alle sichtbaren Satelliten gleichzeitig beobachten. Außerdem lässt sich per Einfallswinkelselektion in der Auswertung sogar teilweise GNSS-Jamming umgehen, da Störsender per Einfallswinkelselektion herausgefiltert werden können.

2.21.5.1 Interne Versuche

Hauseigene Messungen mit Parabolantennen liefern eine Genauigkeit im tiefen einstelligen Nanosekundenbereich bei nur wenigen Einzelmessungen, allerdings bisher mit Basislängen der Größenordnung 200 m. Höhere Abstände sind Gegenstand aktueller Untersuchungen. Dieses Verfahren funktioniert mit allen aktiv sendenden Satelliten im empfangbaren Frequenzbereich, falls deren Orbit hinreichend genau bekannt ist, siehe auch [178, 179]. Die Fehlschätzung $\Delta\tau$ lässt sich in etwa annähern durch $\Delta\tau = \Delta x_{\text{sat}}(L/x_{\text{sat}})/c$ mit x_{sat} als Abstand des Satelliten zur Antenne, der Basislänge L und Lichtgeschwindigkeit c . Es ist also der Positionsfehler des Satelliten mit dem Verhältnis aus Basislänge und Satellitenabstand zu skalieren; Bei hohen Basislängen muss die Satellitenposition immer genauer bekannt sein um die selbe Genauigkeit zu erhalten.

Im Rahmen eines weiteren Projekts wurde am FHR gezeigt, dass sich zwei Uhren unter Verwendung einer handelsüblichen GNSS-Antenne auf eine Entfernung von bisher getesteten 2 km (höhere Basislängen in Planung) per GNSS Common-View mit einer Präzision von etwa 300 ps synchronisieren lassen. Eine Veröffentlichung dazu ist in Arbeit.

2.21.6 Telekom Glasfaser

Auch Telekommunikationsnetzbetreiber verwenden zur Synchronisation ihrer Infrastruktur Frequenznormale wie Cäsiumuhren [180]; Deren Zeitsignal wird per Glasfaser überregional verteilt. Es ist gegen Entgelt möglich, sich an diesem Zeitsignal (oder von Drittanbietern wie der PTB) zu bedienen, dies ist jedoch mit hohen Kosten verbunden und es müssen vor Ort technische Umrüstungen vorgenommen werden. Außerdem besteht die Möglichkeit einer Glasfaserdirektverbindung ("dark fiber") zwischen zwei Standorten, über welche dann beispielsweise Zeitpulse ausgetauscht werden könnten. Solche Verbindungen sind noch nicht weit verbreitet, für erste überregionale Verbindungen wird jedoch sub-Nanosekunden-Genauigkeit angestrebt [181]. Je nach Standort der Systeme kann es hier jedoch Sicherheitsbedenken und Probleme mit der Zugangsbeschränkungen für Wartungsarbeiten geben. Außerdem ist ein fest installierter Glasfaseranschluss hinfällig, falls die Radarsysteme den Standort wechseln.

2.21.7 Phasensynchronisation

Um die Phase des Rohsignals aus zwei Empfängern etwa für eine DoA-Schätzung zu verwenden, müsste bei einer Frequenz von 1.3 GHz der Zeitstempel auf etwa 100 ps genau bekannt sein. Dieser Wert liegt unterhalb üblicher elektronischer Fluktuationen wie sie in etwa Triggersignalen vorkommen und unterhalb üblicher Abtastraten von Analog-Digital-Konvertern (Ein Triggerpuls selbst kann tatsächlich mit vergleichbarer Zeitauflösung abgetastet werden). Selbst mit perfekt synchronisierten Uhren ist zu beachten, dass gestreute Signale bei hohen Basislängen Phasenverschiebungen erfahren, welche nicht mit der genannten Genauigkeit vorherzusagen sind. So ist etwa die abgestrahlte Dopplerfrequenz eines Objekts winkelabhängig, d.h. proportional zur Projektion des Geschwindigkeitsvektors auf den Ortsvektor des jeweiligen Empfängers zum Zielobjekt. Der daraus resultierende Frequenzunterschied ist in der Regel nicht genau genug bekannt als dass die Phase über einen Wegunterschied von mehreren Zehn oder gar hunderten Kilometern vollständig rekonstruiert werden könnte. Außerdem sorgt die Atmosphäre aufgrund der räumlichen Inhomogenität von Luftfeuchte und freier Elektronendichte für Verzögerungen größer als 100 ps, sodass auch hier eine nicht vorhersagbare Phasenverschiebung im Signal stattfindet [176].

Die Phase des Empfangssignals könnte dennoch genauer synchronisiert werden, falls mit einer zusätzlichen Antenne ein Referenzsignal ähnlicher Frequenz aufgezeichnet wird (z.B. ein GNSS-Satellit in Blickrichtung), anhand welchem die Signale in beiden Empfängern zeitlich korreliert werden können. Derartige Möglichkeiten sind derzeit in eigener Untersuchung.

Wird eine DoA-Schätzung unter Nutzung des Basisband-Signals (Bandbreite z.B. 2 MHz) realisiert, so ist die Phase aufgrund der langen Periode von 500 ns direkt mit dem Uhrenversatz verknüpft, dessen Genauigkeit im Rest des Kapitels diskutiert wird.

2.22 Auswirkungen der Ungenauigkeiten (AP7300)

Neben einem statistischen Messfehler in einer Orbitschätzung (Position und Geschwindigkeit) spielt bei einem bistatischen Radarsystem zusätzlich der Uhrenfehler zwischen zwei Knoten eine entscheidende Rolle. Sind Sende- und Empfangseinheit nicht synchronisiert, so übersetzt sich ein Uhrenversatz unmittelbar in einen Range-Bias. Die Auswirkung dieser Fehlschätzung werden in dieser Studie durch Monte-Carlo-Simulationen für verschiedene Bahnparameter und Uhrentypen untersucht. Basierend auf den Ergebnissen werden Handlungsempfehlungen für das weitere Vorgehen abgeleitet.

Die Simulation basiert auf dem in Kapitel 2.14 verwendeten Simulationsaufbau. Den Detektionen werden künstliche Range-Biase zugefügt, so wie sie für verschiedene Oszillatortypen wie Cäsiumuhren oder GNSS-disziplinierte Oszillatoren üblich sind. Ob die Uhrenfehler einen signifikanten Einfluss auf die Orbitschätzung haben, lässt sich daraufhin beispielsweise am Quantilwert ablesen. Dieser gibt an, ob die wahre Orbitschätzung innerhalb der Konfidenzellipse der geschätzten Orbitschätzung liegt.

Abschnitt 2.22.3 beschäftigt sich mit dem Verrauschen der bistatischen Range-Messung am zweiten Empfänger. Die Grundlage für das Rauschen sind Synchronisationsabweichungen, die durch verschiedene Methoden simuliert werden: Synchronisation über GNSS und Synchronisation über Atomuhren. In Abschnitt 2.22.4 werden die Ergebnisse der verrauschten Beobachtungen auf die Orbitschätzung behandelt. Die verrauschten Beobachtungen wirken sich direkt auf die Orbitschätzung aus. Es wird analysiert, wie die verschiedenen Synchronisationsmethoden und deren resultierende Rauschverhalten die Genauigkeit der Orbitschätzung beeinflussen.

2.22.1 Simulationsaufbau

Abbildung 2.169 skizziert die Positionsschätzung für einen 2D Fall. An dem ersten Knoten ist ein Sender und ein Empfänger (Tx/Rx) und an dem zweiten Knoten mit dem Abstand L ein weiterer Empfänger platziert. An beiden Knoten werden sowohl Range wie auch der Empfangswinkel gemessen.

Dabei ist zu beachten, dass in der Realität die Strecken deutlich genauer als die Winkel gemessen werden können. Allein durch die monostatische Range-Messung ergibt sich Kreis, der die die möglichen Positionen des Objektes beschreibt. In Abbildung 2.169 durch den grünen Kreis markiert. Durch die bistatische Range-Messung ergibt sich eine bistatische Ellipse mit potenziellen Objektpositionen. Die Ellipse ist in der Abbildung rot. Durch den Schnittpunkt des Kreisen und der Ellipse ergibt sich die Position des Objektes. Wenn ein Bias in der bistatischen Range vorliegt verändert sich damit die Ellipse und somit auch der Schnittpunkt. Dadurch kann die wahre Position nicht mehr geschätzt werden. Die Auswirkung eines Biases auf Positionsschätzung gilt es in diesem Abschnitt in ersten Untersuchungen abzuschätzen.

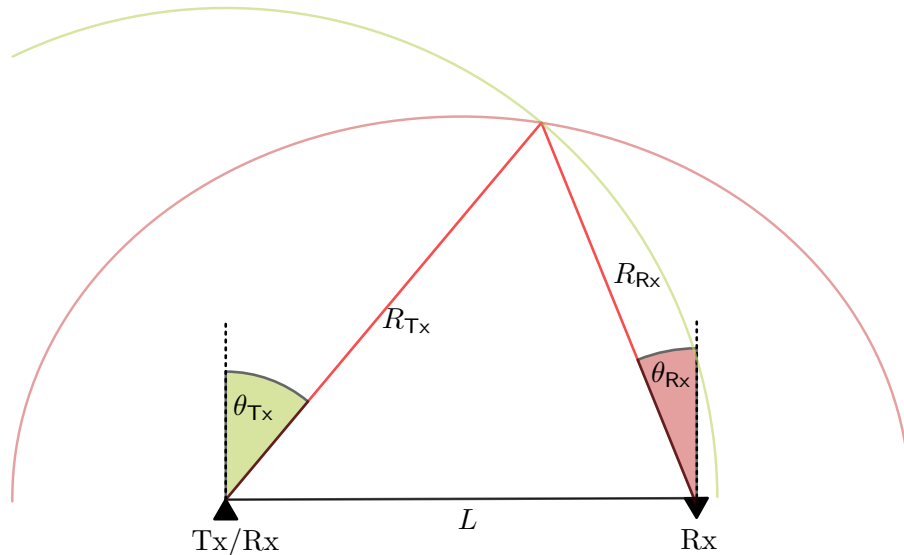


Abbildung 2.169: Skizze der bistatischen Geometrie. Darstellung des Kreises monostatischer Range-Kreis (grün) und der bistatischen Ellipse (rot).

Neben den Beobachtungen hängt die Genauigkeit der Bahnbestimmung unter anderem von der Netzwerkgeometrie ab (siehe Kapitel 2.14) und damit ist auch die Auswirkung der Synchronisation von der Netzwerkgeometrie abhängig. Deswegen werden konkret vier verschiedene Netzwerkgeometrien aus Kapitel 2.14 in diesem Abschnitt berücksichtigt. Der Simulationsaufbau besteht aus zwei Radarknoten, einem Sender/Empfänger und einem Empfänger, die horizontal voneinander entfernt stehen. Der Sender wird in Suchmodus mit einem horizontalen FoV simuliert. Ebenfalls wird ein Trackmodus betrachtet. Es werden Basislinien von 50 km, 500 km und 900 km Länge verwendet, was zu drei Basislinien im Suchmodus und einer Basislinien von 50 km im Trackmodus führt. Es gibt insgesamt vier zu untersuchende Fälle später auch Setups genannt.

Die gleichen Orbits wie in Kapitel 2.14 werden verwendet: Die simulierten Orbits weisen eine Inklination von 45° bis 110° und eine Orbithöhe von 300 km bis 1700 km auf und die Objekte haben alle den gleichen RCS von 5 m^2 . Der Simulationszeitraum beträgt zwei Wochen und es werden die bereits generierten Beobachtungen aus Kapitel 2.14 erneut verwendet. Da die Synchronisation eine direkte Auswirkung auf die bistatische Range hat, wird diese systematisch verrauscht, um den Effekt der Synchronisation auf die Genauigkeit der Orbitbestimmung abzuschätzen.

Die Bahnparameter und Kovarianzen werden nach jedem Pass mit verfälschten Beobachtungen über eine Unscented Kalman Filter geschätzt (siehe [2] Kapitel 2.1.5). Der Algorithmus ist so implementiert, dass das Prozessrauschen frei wählbar ist. Dabei gibt das Prozessrauschen an wie viel das Prädiktionsmodell im Verhältnis zu den Beobachtungen gewichtet werden soll. Innerhalb dieses Kapitels werden alle Überflüge nacheinander mit fünf verschiedenen Prozessrauschen (1, 1.5, 2, 2.5, 3) durchgeführt, um die Performance des Trackers durch ein geeignetes Prozessrauschen zu optimieren.

Es wird untersucht, ab welcher Größenordnung der Range-Bias einen signifikanten Einfluss auf die Parameterschätzung hat. Um den Effekt des Range-Bias zu quantifizieren, wird der Begriff der

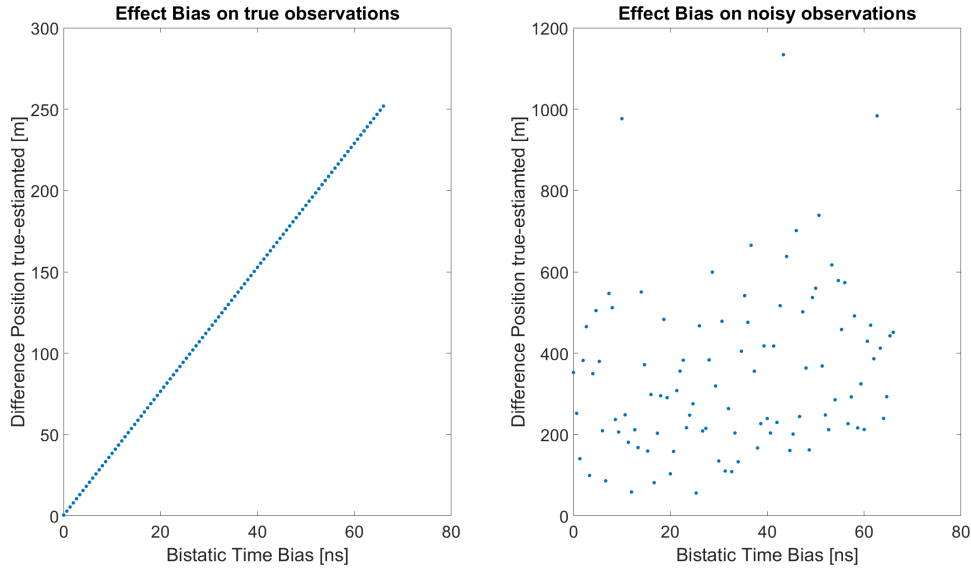


Abbildung 2.170: Linke Abbildung: Einfluss Zeit-Bias beim zweiten Empfänger auf die Positionsschätzung beispielhaft bei einem Überflug eines Objektes - Beobachtungen sind ohne zusätzliches zufälliges Rauschen simuliert.
 Rechte Abbildung: Gleicher Fall wie linke Abbildung mit dem Unterschied, dass Beobachtungen mit zusätzlichem zufälligen Rauschen simuliert werden.

Konfidenzellipse eingeführt. Mit dieser kann getestet werden, ob der wahre Zustand innerhalb eines bestimmten Konfidenzbereichs liegt. Wenn der geschätzte Zustand durch einen Bias beeinflusst wird und der wahre Punkt dennoch innerhalb der Konfidenzellipse liegt, wird angenommen, dass der Bias keinen signifikanten Einfluss auf die Schätzung hat. Die Genauigkeit der Messungen hat dann einen größeren Einfluss auf die Schätzung als der Bias. Der Test wird durch die Formel

$$P((p_{\text{estimated}} - p_{\text{true}})^T \Sigma_{pp}^{-1} (p_{\text{estimated}} - p_{\text{true}}) < \chi_{6,1-\alpha}^2) = 1 - \alpha \quad (2.356)$$

beschrieben. Der Parameter p steht für den Zustand des Objektes, welcher über die Position und die Geschwindigkeit beschrieben wird. Dabei steht Σ_{pp} für die Kovarianzmatrix der geschätzten Position und Geschwindigkeit des Trackers. Der Parameter α ist die Irrtumswahrscheinlichkeit, welche auf ein Prozent gesetzt wird. Die Anzahl der Freiheitsgrade des Testes sind sechs. Sowohl Σ_{pp} wie auch $p_{\text{estimated}}$ hängen von der Beobachtungsgeometrie ab und Σ_{pp} zusätzlich vom SNR. Ein Vorteil der Testgröße ist, dass die Differenzen zwischen Soll- und Ist-Zustand durch die Kovarianzen normiert werden. Damit lassen sich höhere und niedrigere Orbits leichter vergleichen. Dadurch, dass niedrigere Orbits pauschal näher am Radar sind, ist deren SNR höher und damit auch die Orbitschätzung genauer. Ein weiter Vorteil ist, dass in der Testgröße automatisch Positions- und Geschwindigkeitsinformationen enthalten sind. Statt zwei Testgrößen kann somit nur eine verwendet werden.

2.22.2 Einfluss Zeit-Bias exemplarisch auf einen Orbit

In dem gesamten Abschnitt geht es um die Auswirkung eines Zeit-Biases auf die Zustandsschätzung eines Objektes. Wie in Abbildung 2.169 aufgezeigt verändert sich durch einen Bias der Schnittpunkt zwischen monostatischer- und bistatischer Range. Damit verändert sich auch die Positionsschätzung. Der Einfluss eines Zeit-Biases ist exemplarisch für ein Objekt in 300 km Orbithöhe und 50° Inklination in Abbildung 2.170 dargestellt. Der Simulationsaufbau ist wie im vorherigen Kapitel 2.22.1. Die Basislinie zwischen den Knoten beträgt 50 km und der Sender wird im Suchmodus betrieben. Durch eine Unscented Kalman Filter werden die Orbitparameter nach einem Überflug geschätzt.

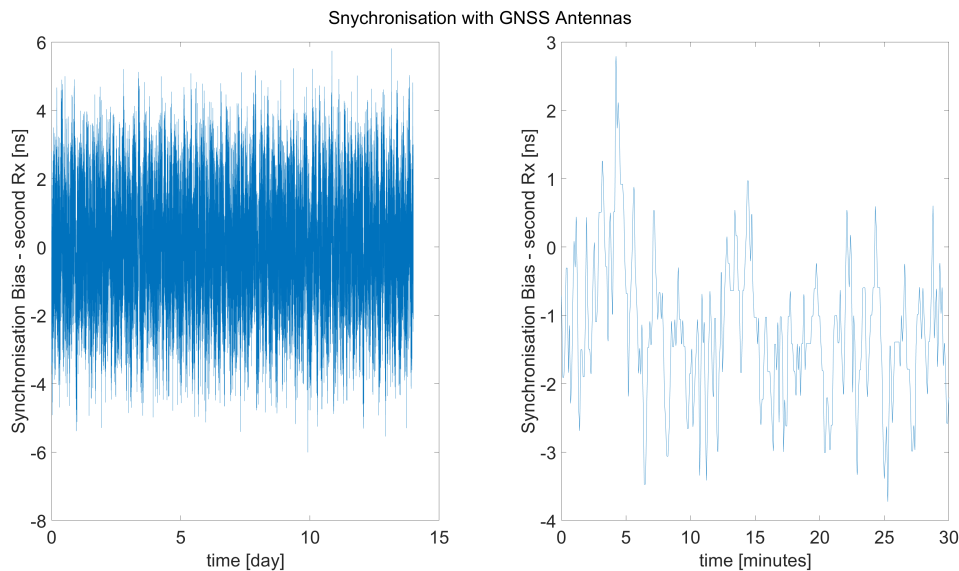


Abbildung 2.171: Linke Abbildung: Für die Synchronisation der beiden Empfänger über GNSS werden interne Messungen verwendet.
 Rechte Abbildung: 30 minütiger Ausschnitt aus dem linken/ersten Plot.

Auf der X-Achse in Abbildung 2.170 ist der Wert des Zeit-Biases aufgetragen. Er beeinflusst wie sehr die bistatische Range verrauscht wird. Die Y-Achse gibt an wie groß die Differenz zwischen geschätzter und wahrer Position ist. Für die Schätzung verwendet der Tracking-Algorithmus alle Beobachtungen eines Überfluges. Der geschätzte Zustand der letzten Beobachtung eines Überfluges ist in diesem Plot dargestellt. Nacheinander werden die bistatischen Ranges entsprechend den Werten der X-Achse verrauscht und anschließend die Differenz zur wahren Position des Objektes berechnet. Die Auswirkungen des Biases gehen in diesem Beispiel von 0 m bis 252 m. Es ergibt sich beispielhaft bei einem Zeit-Bias von 20 ns eine Positionsabweichung von 77 m. Der linke und der rechte Plot unterscheiden sich durch das zufällige Rauschen der Beobachtungen. Bei der linken Abbildung in 2.170 entsprechen die Beobachtungen den wahren Beobachtungen. Sie werden nicht zusätzlich zufällig verrauscht. Die einzige „Störung“ des Modells ergibt sich durch den Zeit-Bias. Bei der rechten Abbildung wird neben dem Zeit-Bias zusätzlich zufälliges Rauschen zu den Beobachtungen addiert. Dadurch ist die Differenz in der Positionsschätzung durch den Zeit-Bias als auch durch die zufälligen Abweichungen beeinflusst. Die sichtbaren „Sprünge“ in der rechten Abbildung verdeutlichen, dass für zukünftige Simulationen mehrere Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt werden sollten, um den Effekt des zufälligen Rauschens zu mitteln. In den folgenden Untersuchungen geht es konkret um die Auswirkungen der Zeit-Biase, die durch GNSS und Atomuhrsynchronisationen entstehen.

2.22.3 Systematisches Verrauschen der Beobachtungen

In dieser Simulation werden zwei verschiedene Methoden zur Synchronisation eingesetzt: Zum einen die Verwendung von zwei Atomuhren, die mit einer Sägezahnfunktion im Bereich von ± 20 ns modelliert werden, basierend auf den Charakterisierung wie in Kapitel 2.21.2 gezeigt. Zum anderen wurden GNSS Messungen, die am Fraunhofer FHR für zwei Wochen durchgeführt wurden, genutzt. Anschaulich sind die Rauschwerte in Abbildung 2.171 für die Synchronisation über GNSS-Satelliten dargestellt. Es ist zu erkennen, dass neben einem systematischen Rauschen auch ein zufälliges Rauschen auf den GNSS-Messwerten liegt.

In Abbildung 2.172 ist das simulierte Rauschen der Atomuhren dargestellt. Die linke Abbildung beruht auf internen Messungen. Nach diesen ist der zufällige Rauschanteil bei Atomuhren zu vernachlässigen und lediglich ein konstanter Drift wird simuliert. Die rechte Abbildung 2.172 zeigt den generierten

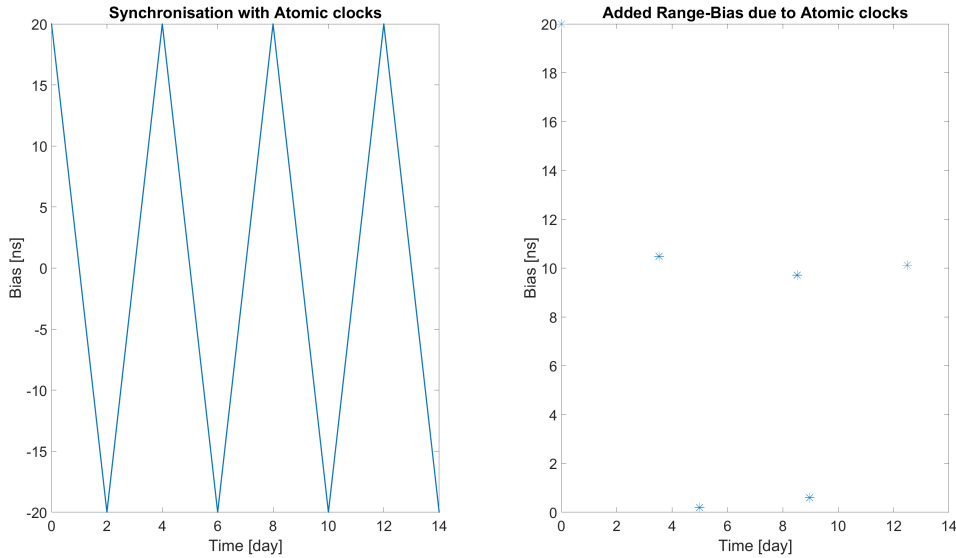


Abbildung 2.172: Linke Abbildung: Zeit-Bias zwischen zwei Atomuhren ist in Form einer Sägezahnfunktion innerhalb der Simulation implementiert - Werte sind angelehnt an interne Messungen.
 Rechte Abbildung: Range-Bias, der zu jeder gemessenen bistatischen Entfernung addiert wird - für alle Überflüge innerhalb der 14 Tage Beobachtungszeit; Beispielhafte Darstellung für einen Orbit.

Bias für einen einzelnen Orbit exemplarisch. Die vertikalen Linien stehen für die sechs detektierten Überflüge innerhalb der 14 Tage. Die Rauschwerte pro Beobachtung innerhalb eines Überfluges lassen sich in der Abbildung nicht unterscheiden, da die Beobachtungen zeitlich zu nah beieinander liegen. Je nach Orbit unterscheiden sich die Anzahl an Pässen und die Anzahl an Beobachtungen pro Überflug. Über die Lichtgeschwindigkeit c wird der Zeit-Bias Δt in einen Range-Bias ΔR über

$$\Delta R = \Delta t \cdot c$$

umgerechnet. Zusätzlich zur Synchronisationsabweichung wird zufälliges Rauschen, entsprechend den Genauigkeitswerten generiert und auf die monostatische und bistatische Range-, auf die Winkel- und auf die Range Rate Messung addiert. Dieses zusätzliche zufällige Rauschen beeinflusst das Tracking-Ergebnis erheblich. Um die Auswirkungen des zufälligen Rauschens zu mitteln, werden insgesamt 60 Monte Carlo Durchläufe durchgeführt. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass bei der Synchronisation über GNSS ein stetiger Kontakt zu GNSS-Satelliten vorhanden sein muss, um diese Methoden nutzen zu können. Bei der Synchronisation über Atomuhren ist je nach Betriebsmodus ein täglicher Kontakt zu GNSS-Satelliten ausreichend.

2.22.4 Ergebnisse der verrauschten Beobachtungen auf die Orbitalgeschätzung

Die Auswirkungen einer Synchronisation auf die bistatischen Ranges und damit auf die Orbitalgeschätzung werden in diesem Abschnitt untersucht. Zusätzlich zur Synchronisation beeinflussen Basislinie, Prozessrauschen des Tracking-Algorithmus und Such-Trackmodus die Genauigkeit der Orbitalgeschätzung. Insbesondere wird der Einfluss des Prozessrauschens des Trackers näher untersucht. Das Prozessrauschen überlagert das Prozess/Bewegungsmodell, um Unsicherheiten im Bewegungsmodell zu berücksichtigen. Unsicherheiten können beispielsweise durch nicht modellierte Beschleunigen im Bewegungsmodell des Trackers entstehen. Ein Prozessrauschen von Null bedeutet, dass das Bewegungsmodell perfekt ist. Ein Prozessrauschen von Null kann zu einer Überschätzung der Genauigkeit der Vorhersagen führen. In numerischen Analysen werden 60 Monte-Carlo-Durchläufe je Überflug durchgeführt. Das Ergebnis

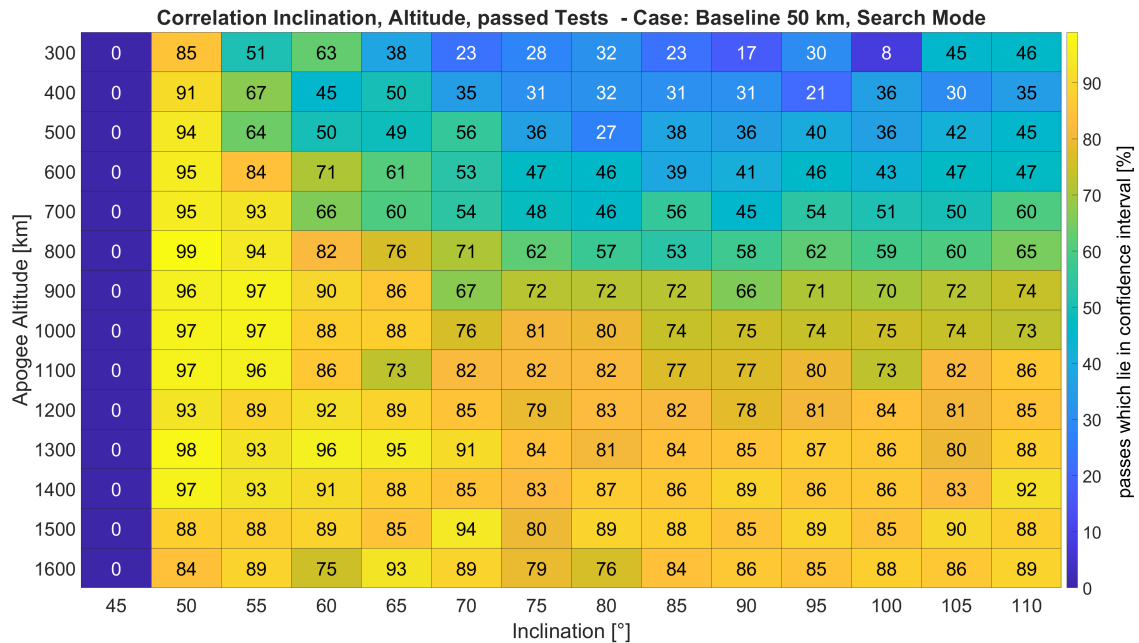


Abbildung 2.173: Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert. Prozent der angenommenen Hypothesentest bei Pässen anhängig von Orbitparametern (Inklination und Orbthöhe)- Orbits mit 45° können mit den Simulationseinstellungen nicht detektiert werden.

der ersten Analyse ist in Abbildung 2.173 dargestellt. Der Plot bezieht sich auf den Fall einer 50 km Basislinie im Suchmodus mit perfekter Synchronisation und einem Prozessrauschen von eins beim Tracking-Algorithmus. Die Darstellung zeigt, bei wie vielen Überflügen der Hypothesentest angenommen wird, was bedeutet, dass der wahre Zustand innerhalb der Konfidenzellipse des geschätzten Zustands liegt, in Abhängigkeit von den Orbitparametern.

Die X-Achse stellt die Inklination der Orbits dar, während die Y-Achse die Orbithöhe repräsentiert. Pro Zelle wird ein simuliertes Objekt für zwei Wochen mit 60 Monte-Carlo-Durchläufen betrachtet. Die Prozentzahl in jeder Zelle gibt an, bei wie vielen Prozent der Überflüge der Hypothesentest nach der letzten Beobachtung des jeweiligen Überfluges angenommen wird. Die Farbe der Zelle verdeutlicht den Prozentwert der angenommenen Hypothesentests pro Orbit. Bei niedrigen Orbits wird der Hypothesentest oft abgelehnt, was auf zwei Gründe zurückzuführen ist. Erstens fliegen Objekte schneller durch das Suchfeld, was zu kürzeren Beobachtungszeiten führt. Zweitens ist das Suchfeld volumenmäßig kleiner, je näher das Objekt am Radar ist, was ebenfalls die Beobachtungszeit verkürzt. Beide Faktoren führen dazu, dass der Tracking-Algorithmus im Suchmodus öfters bei niedrigen Orbits inkonsistent ist, weil weniger Beobachtungen im Tracking-Algorithmus verarbeitet werden.

Durch den Tracking Modus können auch niedrigere Orbits länger beobachtet werden, was zu einer Steigerung der angenommenen Hypothesentests führt, wie in Abbildung 2.174 zu sehen ist. Außerdem sind im Trackmodus Orbits mit einer Inklination von 45° sichtbar, da das Sichtfeld größer ist.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die absolute Differenz zwischen wahrer und geschätzter Position bei höheren Orbits im Suchmodus größer ist als bei niedrigeren Orbits, obwohl der Tracker inkonsistent ist. Dies ist in Abbildung 2.175 dargestellt. Das Simulations-Setup und der Aufbau sind gleich wie in Abbildung 2.173. Statt der Anzahl der angenommenen Hypothesentests ist hier die Differenz von wahrer zu geschätzter Position bzw. Geschwindigkeit abgebildet. Bei der linken Abbildung fällt auf, dass die geschätzten Positionen weiter von dem wahren Wert abweichen je größer die Orbithöhe wird. Eine Korrelation mit der Orbitinklination ist nicht erkennbar. Anders scheint es im rechten Plot zu sein. Eine mögliche Korrelation zwischen Differenz wahrer und geschätzter Geschwindigkeit mit der

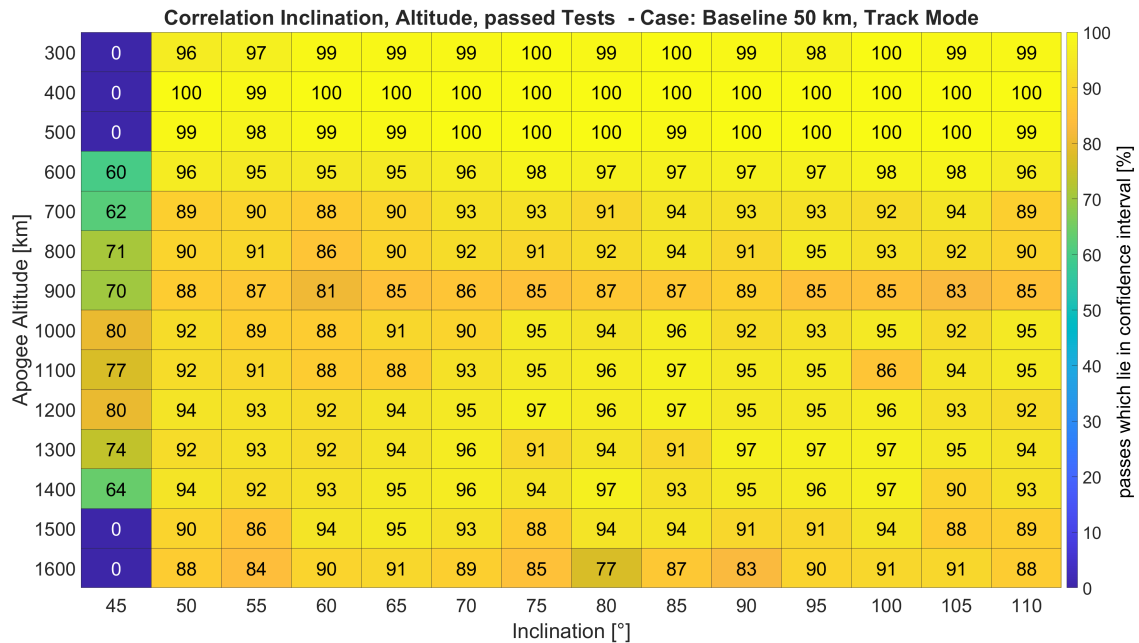


Abbildung 2.174: Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert. Prozent der angenommenen Hypothesentests bei Pässen in Abhängigkeit der Orbitparameter (Inklination und Orbithöhe) - Modedesign beim Sender ist ein Trackmodus

Inklination ist auffälliger als eine Korrelation mit der Orbithöhe. Weitere Analysen könnten sich mit der Verbesserung des Tracking-Algorithmus in Abhängigkeit der Orbitparameter beschäftigen.

Neben den Orbitparametern hat auch das Prozessrauschen einen Einfluss auf das Ergebnis des Tracking-Algorithmus. In folgender Abbildung 2.176 wird nach einem optimalen Prozessrauschen gesucht. Dazu werden die gleichen Simulation von den vorherigen beiden Abbildungen genutzt mit dem Unterschied, dass das Prozessrauschen nacheinander auf die Werte 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 und 3.0 gesetzt wird. Es werden drei verschiedene Kriterien zur Beurteilung des besten Prozessrauschens verwendet: der kleinste Quantilwert, der kleinste Abstand zwischen wahrer und geschätzter Position und der kleinste Abstand zwischen wahrer und geschätzter Geschwindigkeit. Die X-Achse des Histogramms 2.176 zeigt das beste Prozessrauschen bezogen auf einen Orbit. Es wird per Orbit nur ein bestes Prozessrauschen aufgeführt, und zwar jenes, das für die meisten Überflüge am besten ist. Die Y-Achse zeigt die Anzahl der Orbits. Die Legende unterscheidet die Kriterien nach Farben: gelb für den Quantilwert, orange für die Geschwindigkeit und blau für die Position. Nach allen drei Kriterien ist ein Prozessrauschen von 2 für die meisten Orbits am besten. Für den Quantilwert sind eher größere Werte für das Prozessrauschen besser, während für Position und Geschwindigkeit eher kleinere Werte bevorzugt werden. Je nach Kriterium und Orbit ist daher ein anderes Prozessrauschen als Optimum zu wählen. Für die nachfolgende Abbildung in diesem Abschnitt wird das beste Prozessrauschen nach dem Kriterium des kleinsten Quantilwertes gewählt, um sicherzustellen, dass der Tracking-Algorithmus konsistent ist. Die Wahl des besten Prozessrauschens in Abhängigkeit der Orbitparameter für den Tracker kann Grundlage für weitere Untersuchungen sein.

Bei Abbildung 2.177 werden die Abbildungen 2.174 und 2.176 zusammengeführt. In der vorliegenden Analyse werden die Unterschiede der zwei verschiedenen Bias-Arten auf die vier unterschiedlichen Simulations-Setups untersucht. Auf der X-Achse ist das Simulations-Setup dargestellt, während die Y-Achse den Prozentsatz der Überflüge aller Orbits zeigt, die innerhalb der Konfidenzellipse liegen, was bedeutet, dass der Hypothesentest angenommen wird. Diese Werte beziehen sich auf den Fall des

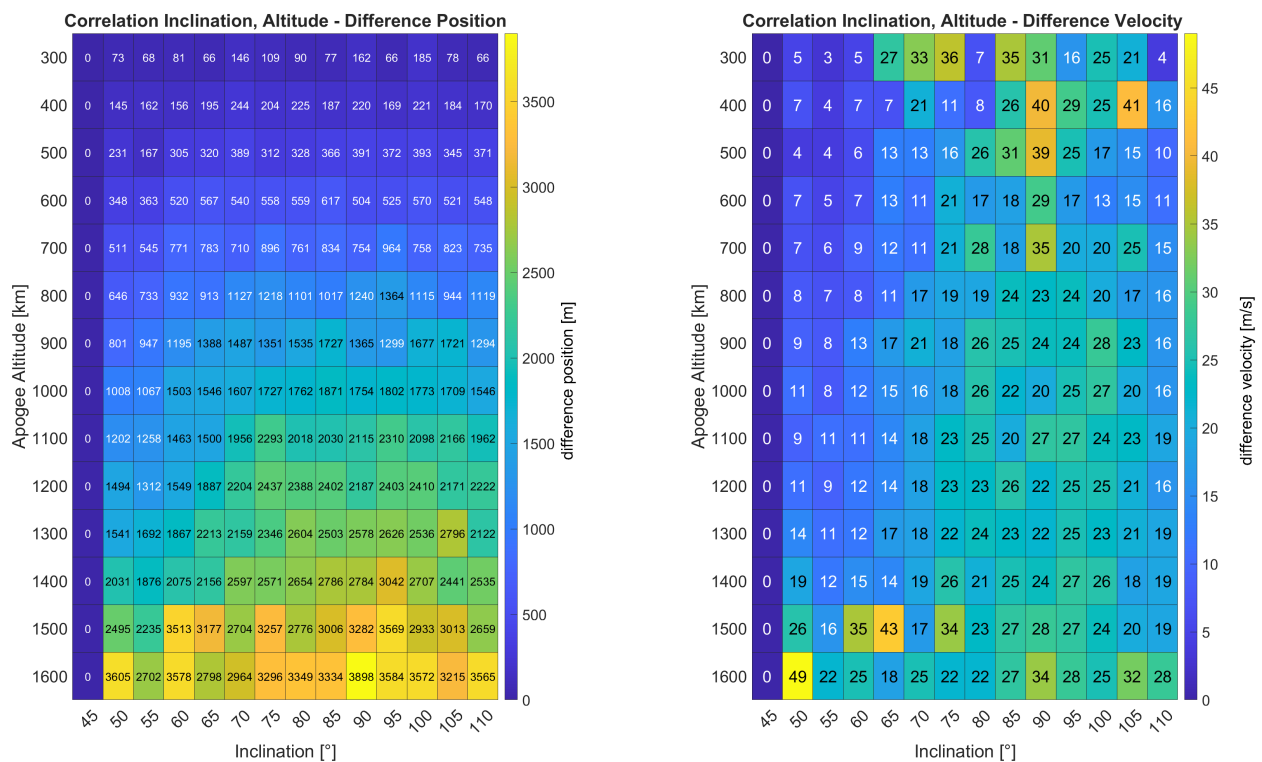


Abbildung 2.175: Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert. Linke Abbildung: Differenz zwischen wahrer und geschätzter Position in Abhängigkeit Bahnhöhe und Inklination. Rechte Abbildung: Differenz zwischen wahrer und geschätzter Geschwindigkeit

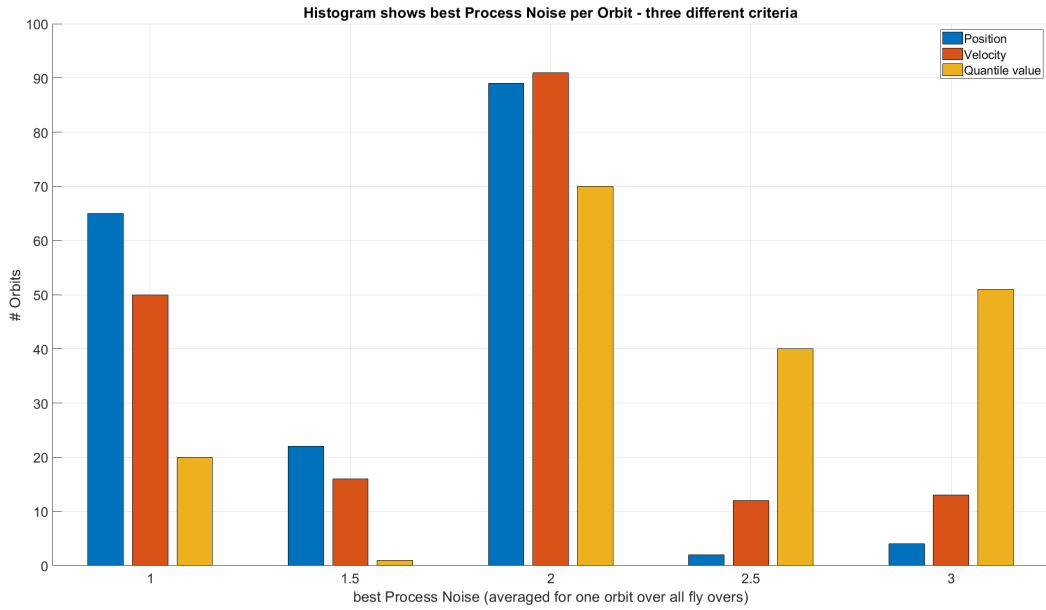


Abbildung 2.176: Simulation Setup: Basislinie zwischen Radarknoten 50 km, Radar läuft im Suchmodus, beide Empfänger sind perfekt synchronisiert; Histogramm zeigt an welches Prozessrauschen für wie viele Orbits am besten ist. Dabei wird zwischen drei Bewertungskriterien unterschieden: Abweichung Position, Abweichung Geschwindigkeit, Quantilwert

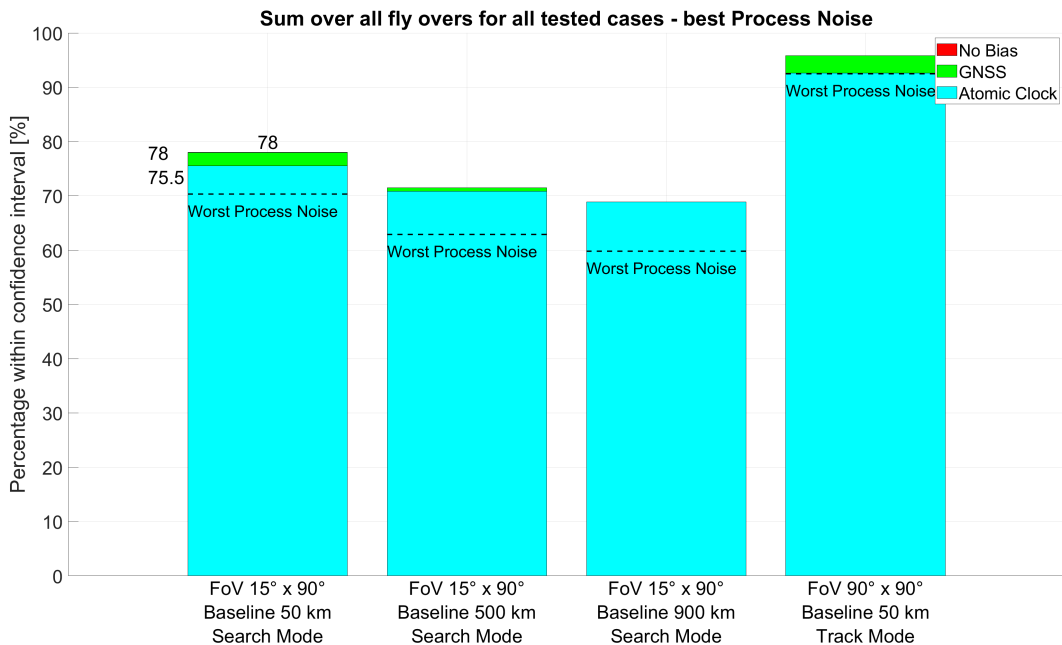


Abbildung 2.177: Summe der Pässe wo der Hypothesentest angenommen wird. Plot zeigt die zwei verschiedenen Synchronisationsmethoden und den Fall perfekt synchronisiert für alle vier Simulationssetups - Für jeden Orbit wird das beste analysierte Prozessrauschen gewählt.

besten analysierten Prozessrauschens, wobei der Quantilwert über Monte-Carlo-Durchläufe gemittelt und dann verschiedene Prozessrauschen verglichen werden. Für den Fall 1 ergeben sich folgende Werte: Blau (Synchronisation über Atomuhren): 75.5% Grün (Synchronisation über GNSS-Antennen): 78.0 % Rot (kein Bias bei Synchronisation, nur zufälliges Rauschen): 78.0%

Die gestrichelte Linie zeigt an, wie viel Prozent der Pässe den Hypothesentest bestehen würden, wenn statt des besten das schlechteste Prozessrauschen pro Überflug gewählt wird. Bei Fall 1 ergibt sich ein Unterschied von etwa 7.5% zwischen dem besten und schlechtesten Prozessrauschen, wenn perfekt synchronisiert wird und kein Bias vorliegt. Im Track Mode, dem vierten Fall, erfüllen 95% der Pässe das Kriterium, wobei das 17% mehr sind als im Suchmodus. Der Trackmodus scheint hierbei unsensibler gegenüber Prozessrauschen als der Suchmodus zu sein, mit einem Unterschied von 3% im Vergleich zu 8% zwischen bestem und schlechtestem Prozessrauschen. Eine mögliche Erklärung ist, dass im Trackmodus deutlich mehr Beobachtungen vorliegen als im Suchmodus. Dadurch könnte der Bias im Modell durch den Tracker-Algorithmus besser kompensiert werden, unabhängig vom Prozessrauschen.

Je größer die Basislinie, desto weniger Pässe bestehen den Hypothesentest. An dieser Stelle sei angemerkt, dass im Gegensatz zu Kapitel 2.14.1 der Tracker kein Vorwissen hat und alle Pässe separat voneinander ausgewertet werden.

Der Unterschied zwischen GNSS-/Atomuhr-Synchronisation und keinem Bias bei einer Basislinie von 900 km ist minimal. Außerdem wird bei größeren Basislinien der Unterschied zwischen den Synchronisationsmethoden kleiner. Bei einer Basislinie von 900 km liegt der Unterschied zwischen GNSS und Atomuhr bei 0.02% und scheint damit vernachlässigbar klein. Während der Unterschied zwischen den Synchronisationsmethoden kleiner wird, wird der Unterschied zwischen besten und schlechtestem Prozessrauschen größer. In dem dritten Setup beträgt der Unterschied 9% statt 7.5% im ersten Setup. Eine lange Basislinie stellt laut den Simulationsergebnissen andere Anforderungen an die Synchronisationsmethode und an das Prozessrauschen als eine kürzere Basislinie. Es sei angemerkt, dass das Kriterium Quantilwert nur wiedergibt, ob der Tracker konsistent ist und nicht wie groß die Kovarianzmatrix des geschätzten Zustands ist.

2.22.5 Fazit der Analyse der Synchronisation

Um eine präzise bistatische Range-Messung zu ermöglichen, ist eine Synchronisation zwischen zwei Radarknoten notwendig. In diesem Zusammenhang werden verschiedene Synchronisationsmethoden getestet, darunter eine simulierte Atomuhr und interne Testmessungen mit GNSS. In der Simulation untersuchen wir die Auswirkungen des Bias auf die bistatische Range-Messung durch die zwei verschiedenen Synchronisationsmethoden.

Die Ergebnisse suggerieren, dass zwischen einer Synchronisation über Atomuhren oder GNSS im Vergleich zu einer perfekten Synchronisation, sich die Ergebnisse nur geringfügig unterscheiden. Daher liegt innerhalb dieser Untersuchung die Vermutung nahe, dass sowohl Atomuhren als auch GNSS ausreichend für die Orbitschätzung sind. Es scheint, als habe das Prozessrauschen im Tracking-Algorithmus einen größeren Einfluss auf den Quantilwert als die Entscheidung, ob die Synchronisation über eine Atomuhr oder GNSS erfolgt. Der Einfluss des Prozessrauschens ist in dieser Untersuchung am größten bei einer getesteten Basislinie von 50 km im Suchmodus. Je länger die Basislinie, desto geringer sind die Unterschiede der getesteten Synchronisationsmethoden. In zukünftige Projekten könnte die Optimierung des Prozessrauschens im Tracking-Algorithmus behandelt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] O. Montenbruck and E. Gill, Satellite Orbits. Springer Nature, 2000.
- [2] R. Hoffmann, M. Albrecht, C. Knauf, H. Schily, R. Kohlleppel, M. M. Gonzalez, S. Jonkers, A. Charlish, and R. Awadhiya, “Ein Netzwerk von Radaren mit Gruppenantenne zur Welt-
raumüberwachung.” Technische Informationsbibliothek (TIB), 2020. Berichtszeitraum: 01.03.2016 - 31.07.2019.
- [3] C. Knauf, R. Hoffmann, M. Albrecht, M. Gonzalez, A. Charlish, and H. Schily, “Performance analysis of a two node radar network geometry on orbit estimation accuracy,” 8th European Conference on Space Debris, vol. 8, 2021.
- [4] H. Wilden, N. Ben Bekhti, R. Hoffmann, C. Kirchner, R. Kohlleppel, C. Reising, A. Brenner, and T. Eversberg, “GESTRA - recent progress, mode design and signal processing,” in 2019 IEEE International Symposium on Phased Array System Technology (PAST), pp. 1–8, Oct 2019.
- [5] “3rd Generation Partnership Project,” Tech. Rep. 3GPP TR 38.901 V16.1.0, 2020.
- [6] H. Wilden, C. Kirchner, O. Peters, N. B. Bekhti, R. Kohlleppel, A. Brenner, and T. Eversberg, “GESTRA-technology aspects and mode design for space surveillance and tracking,” in Proceedings of the 7th European Conference on Space Debris, 2017.
- [7] M. Mendijur, M. Sciotti, and P. Besso, “Management of radar resources for space debris tracking,” in Proc. SPIE, vol. 8385, pp. 83850Z–83850Z–12, 2012.
- [8] T. Flohrer, H. Krag, and H. Klinkrad, “ESA’s process for the identification and assessment of high-risk conjunction events,” Advances in Space Research, vol. 44, no. 3, pp. 355–363, 2009.
- [9] H. Krag, T. Flohrer, K. Merz, B. Virgili, and H. Klinkrad, “Requirements for a leo surveillance radar in response to collision avoidance user needs,” EMR, vol. 2, 01 2011.
- [10] D. Vallado and W. McClain, Fundamentals of Astrodynamics and Applications. Fundamentals of Astrodynamics and Applications, Microcosm Press, 2001.
- [11] D. K. Barton, Radar System Analysis and Modeling. Artech House, 2005.
- [12] R. J. Mailloux, Phased Array Antenna Handbook. Artech House, 2005.
- [13] N. J. Willis and H. Griffiths, Advances in bistatic radar. SciTech Publishing, 2007.
- [14] M. Jackson, “The geometry of bistatic radar systems,” Communications, Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F, vol. 133, pp. 604–612, December 1986.
- [15] N. J. Willis, Bistatic Radar. SciTech Publishing, 2005.
- [16] H. Griffiths, “Bistatic and multistatic radar systems.” Tutorial at IEEE radar conference, May 2015.
- [17] V. S. Chernyak, Fundamentals of multisite radar systems: multistatic radars and multistatic radar systems. CRC Press, 1998.

- [18] R. Kell, “On the derivation of bistatic rcs from monostatic measurements,” Proceedings of the IEEE, vol. 53, pp. 983–988, Aug 1965.
- [19] D. Janches, A. Pellinen-Wannberg, G. Wannberg, A. Westman, I. Häggström, and D. Meisel, “Tristatic observations of meteors using the 930 mhz european incoherent scatter radar system,” J. Geophys. Res., vol. 107, p. 1389, 2002.
- [20] S. Montebugnoli, G. Pupillo, E. Salerno, S. Pluchino, and M. di Martino, “The bistatic radar capabilities of the medicina radiotelescopes in space debris detection and tracking,” Advances in Space Research, vol. 45, no. 5, pp. 676 – 682, 2010.
- [21] G. Pupillo, S. Montebugnoli, M. Di Martino, E. Salerno, M. Bartolini, S. Pluchino, F. Schilliro, L. Anselmo, C. Portelli, A. Konovalenko, et al., “Space debris radar experiments at the Medicina VLBI Dish,” in Proceedings of the 5th European Conference on Space Debris, vol. 672, 2009.
- [22] G. Sessler, B. Smeds, H. Krag, T. Flohrer, and R. Martinez Gil, “Bi-static radar measurements using ESA’s 15 meter ground stations,” in European conference on space debris, 2009.
- [23] T. Michal, J. Eglizeaud, and J. Bouchard, “GRAVES: the new french system for space surveillance,” in 4th European Conference on Space Debris, vol. 587, pp. 61–66, 2005.
- [24] M. Lesturgie, J. P. Eglizeaud, G. Auffray, D. Muller, B. Oliver, and C. Delhote, “The last decades and the future of low frequency radar concepts in France,” in RADAR 2004, International Conference on Radar Systems, 2004.
- [25] J.-F. Degurse, B. Dugrosprez, L. Savy, S. Marcos, and J.-P. Molinié, “GPU processors for space surveillance and airborne radars. towards highly efficient ARM-GPU architecture for embedded radar systems.,” in 3rd SONDRRA Workshop, pp. 149–152, 2013.
- [26] J. Markkanen and M. Postila, “Real-time small-size space debris detection with eiscat radar facilities,” tech. rep., European Space Agency, 2005.
- [27] J. Markkanen, R. Jehn, and H. Krag, “EISCAT space debris during the IPY—a 5000 hour campaign,” in Proc. 5th ESA space debris conference, 2009.
- [28] J. Vierinen, J. Markkanen, H. Krag, J. Siminski, and A. Mancas, “Use of EISCAT 3d for observations of space debris,” in Proc. 7th European Conference on Space Debris (T. Flohrer and F. Schmitz, eds.), (Darmstadt, Germany), Vierinen, JuhaMarkkanen, JussiKrag, HolgerSiminski, JanMancas, Alexandru, ESA Space Debris Office, 18–21 April 2017.
- [29] M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, Principles of Modern Radar. SciTech Publishing Inc, 2010.
- [30] A. N. Steinberg and C. L. Bowman, “Rethinking the jdl data fusion levels,” Nssdf Jhapl, vol. 38, p. 39, 2004.
- [31] A. Charlish, F. Hoffmann, R. Klemm, U. Nickel, and C. Gierull, “Cognitive radar management,” Novel Radar Techniques and Applications, vol. 2, pp. 157–193, 2017.
- [32] “orekit version 11.3 open source space dynamics library.” <https://www.orekit.org/>.
- [33] T. A. S. Foundation, “Apache license, version 2.0,” 2004.
- [34] L. Perron and V. Furnon, “OR-Tools.”
- [35] Hipparchus, “Hipparcus: a mathematics library,” 2016.

- [36] United Nations Office for Outer Space Affairs, “United nations office for outer space affairs,” 2023.
- [37] ESA Space Debris Office, “Esa’s annual space environment report,” 2023.
- [38] NASA, “The intentional destruction of cosmos 1408,” 2022.
- [39] J. McDowell, “The 2021 nudol’ test,” *Jonathan’s Space Report*, November 2021. Archived from the original on 20 November 2021. Retrieved 21 November 2021.
- [40] NASA, “Display: Kosmos-1408 (1982-092a),” October 2021. Archived from the original on 17 November 2021. Retrieved 15 November 2021.
- [41] A. Muciaccia, L. Facchini, M. F. Montaruli, G. Purpura, R. Detomaso, C. Colombo, M. Massari, P. Di Lizia, A. Di Cecco, L. Salotti, and G. Bianchi, “Radar observation and reconstruction of cosmos 1408 fragmentation,” *Journal of Space Safety Engineering*, vol. 11, no. 1, pp. 143–149, 2024.
- [42] S. W. Foundation, “Chinese asat fact sheet,” 2012. Accessed: 2023-10-01.
- [43] N. L. Johnson, E. Stansbery, J.-C. Liou, M. Horstman, C. Stokely, and D. Whitlock, “The characteristics and consequences of the break-up of the fengyun-1c spacecraft,” *Acta Astronautica*, vol. 63, no. 1, pp. 128–135, 2008. Touching Humanity - Space for Improving Quality of Life. Selected Proceedings of the 58th International Astronautical Federation Congress, Hyderabad, India, 24-28 September 2007.
- [44] P. Chari, “China’s asat test: Seeking the strategic high ground,” tech. rep., Institute of Peace and Conflict Studies, 2007.
- [45] Y. Jiang, “Debris cloud of india anti-satellite test to microsat-r satellite,” *Heliyon*, vol. 6, no. 8, p. e04692, 2020.
- [46] V. Akhmetov, V. Savanevych, and E. Dikov, “Analysis of the indian asat test on 27 march 2019,” 2019.
- [47] J. Nicholas, “The collision of iridium 33 and cosmos 2251: The shape of things to come,” in *Proceedings of the 60th International Astronautical Congress*, NASA Johnson Space Center, 2009.
- [48] T. Wang, “Analysis of debris from the collision of the cosmos 2251 and the iridium 33 satellites,” *Science and Global Security*, vol. 18, no. 2, pp. 87–118, 2010.
- [49] T. Kelso, “Analysis of the iridium 33cosmos 2251 collision,” *Proceedings of the 19th AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, vol. 135, 09 2009.
- [50] M. Mejía-Kaiser, “Collision course: The 2009 iridium-cosmos crash,” in *Proceedings of the 52th IISL Colloquium on the Law of Outer Space*, 2009. Available at SSRN.
- [51] N. Johnson, P. Krisko, J.-C. Liou, and P. Anz-Meador, “Nasa’s new breakup model of evolve 4.0,” *Advances in Space Research*, vol. 28, no. 9, pp. 1377–1384, 2001.
- [52] P. Krisko, “The new nasa orbital debris engineering model ordem 3.0,” 08 2014.
- [53] M. Matney, A. Manis, P. Anz-Meador, D. Gates, J. Seago, A. Vavrin, and Y.-L. Xu, “The nasa orbital debris engineering model 3.1: Development, verification, and validation,” in *Proceedings of the International Orbital Debris Conference (IOC)*, (Sugar Land, TX, United States), Lunar and Planetary Institute, December 2019. Document ID: 20190033490, Report Number: JSC-E-DAA-TN73945, Public Use Permitted.

- [54] J. C. Liou, “Orbital debris modeling,” in Canadian Space Agency Presentation, (St. Hubert, Quebec, Canada), January 2012. Document ID: 20120003286, Report Number: JSC-CN-25941, Public Use Permitted.
- [55] V. Braun, S. Lemmens, B. Reihls, H. Krag, and A. Horstmann, “Analysis of breakup events,” 04 2017.
- [56] S. K. Remillard, “Debris production in hypervelocity impact asat engagements,” Master’s thesis, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, OH, School of Engineering, December 1990. Master’s thesis.
- [57] R. R. Bate, D. D. Mueller, and J. E. White, Fundamentals of Astrodynamics. New York: Dover Publications, 1971.
- [58] J. Gabbard, “Explosion of satellite 10704 and other delta second stage rockets,” Tech. Rep. Tech. Memo. 81–5, NORAD/ADCOM, 1981.
- [59] N. Johnson and D. McKnight, Artificial Space Debris. Orbit, a foundation series, Orbit Book Company, 1987.
- [60] A. Tan and R. C. Reynolds, Theory of Satellite Fragmentation in Orbit. WORLD SCIENTIFIC, 2020.
- [61] G. D. Badhwar, A. Tan, and R. C. Reynolds, “Velocity perturbation distributions in the breakup of artificial satellites,” Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 27, pp. 299–305, 1990.
- [62] M. Richards, Fundamentals of Radar Signal Processing. Professional Engineering, McGraw-hill, 2005.
- [63] R. P. S. Mahler, Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion. USA: Artech House, Inc., 2007.
- [64] B.-T. Vo and B.-N. Vo, “Labeled random finite sets and multi-object conjugate priors,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 61, no. 13, pp. 3460–3475, 2013.
- [65] B.-N. Vo, B.-T. Vo, and D. Phung, “Labeled random finite sets and the bayes multi-target tracking filter,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 24, pp. 6554–6567, 2014.
- [66] S. Reuter, B.-T. Vo, B.-N. Vo, and K. Dietmayer, “The labeled multi-bernoulli filter,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 12, pp. 3246–3260, 2014.
- [67] H. W. Kuhn, “The hungarian method for the assignment problem,” Naval Research Logistics Quarterly, vol. 2, no. 1-2, pp. 83–97, 1955.
- [68] H. W. Kuhn, “Variants of the hungarian method for assignment problems,” Naval Research Logistics Quarterly, vol. 3, no. 4, pp. 253–258, 1956.
- [69] B.-N. Vo, B.-T. Vo, and M. Beard, “Multi-sensor multi-object tracking with the generalized labeled multi-bernoulli filter,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 67, no. 23, pp. 5952–5967, 2019.
- [70] D. S. Bryant, B.-T. Vo, B.-N. Vo, and B. A. Jones, “A generalized labeled multi-bernoulli filter with object spawning,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 66, no. 23, pp. 6177–6189, 2018.
- [71] B.-N. Vo, B.-T. Vo, and H. G. Hoang, “An efficient implementation of the generalized labeled multi-bernoulli filter,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 65, no. 8, pp. 1975–1987, 2017.

- [72] S. Reuter, B.-T. Vo, B.-N. Vo, and K. Dietmayer, "The labeled multi-bernoulli filter," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 12, pp. 3246–3260, 2014.
- [73] B.-N. Vo, B.-T. Vo, and M. Beard, "Multi-sensor multi-object tracking with the generalized labeled multi-bernoulli filter," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 67, no. 23, pp. 5952–5967, 2019.
- [74] B.-N. Vo and B.-T. Vo, "An implementation of the multi-sensor generalized labeled multi-bernoulli filter via gibbs sampling," in 2017 20th International Conference on Information Fusion (Fusion), pp. 1–8, 2017.
- [75] B.-T. Vo, B.-N. Vo, and A. Cantoni, "The cardinality balanced multi-target multi-bernoulli filter and its implementations," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 2, pp. 409–423, 2009.
- [76] J. Dezert and Y. Bar-Shalom, "Joint probabilistic data association for autonomous navigation," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 29, no. 4, pp. 1275–1286, 1993.
- [77] B. Ristic, D. Clark, B.-N. Vo, and B.-T. Vo, "Adaptive target birth intensity for phd and cphd filters," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 48, no. 2, pp. 1656–1668, 2012.
- [78] H. V. Nguyen, H. Rezatofghi, B. Vo, and D. C. Ranasinghe, "Distributed multi-object tracking under limited field of view sensors," CoRR, vol. abs/2012.12990, 2020.
- [79] C. Fantacci, B.-N. Vo, B.-T. Vo, G. Battistelli, and L. Chisci, "Robust fusion for multisensor multiobject tracking," IEEE Signal Processing Letters, vol. 25, no. 5, pp. 640–644, 2018.
- [80] D. Schuhmacher, B. T. Vo, and B. N. Vo, "A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 56, pp. 3447–3457, Aug. 2008.
- [81] M. Beard, B. T. Vo, and B.-N. Vo, "Ospa(2): Using the ospa metric to evaluate multi-target tracking performance," in 2017 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), pp. 86–91, 2017.
- [82] S. Kurt and B. Tavli, "Path-loss modeling for wireless sensor networks: A review of models and comparative evaluations.," IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 59, pp. 18–37, Feb 2017.
- [83] R. Saini, M. Cherniakov, and V. Lenive, "Direct path interference suppression in bistatic system: Dtv based radar," in 2003 Proceedings of the International Conference on Radar (IEEE Cat. No.03EX695), pp. 309–314, Sep. 2003.
- [84] S. M. Kay, Fundamentals of Statistical Processing, Volume I: Estimation Theory. PRENTICE HALL, 1993.
- [85] R. Pawula, "Distribution of the phase angle between two vectors perturbed by gaussian noise ii," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 50, no. 2, pp. 576–583, 2001.
- [86] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," ASME Journal of Basic Engineering, 1960.
- [87] N. Vlassis and A. Likas, "A greedy EM algorithm for Gaussian mixture learning," Neural processing letters, vol. 15, pp. 77–87, 2002.
- [88] B. SKLAR, Digital Communications: Fundamentals and Applications. Prentice Hall PTR, 2nd ed., 2001.

- [89] H. Sun, F. Brigui, and M. Lesturgie, “Analysis and comparison of MIMO radar waveforms,” in Radar Conference (Radar), 2014 International, pp. 1–6, IEEE, 2014.
- [90] H. He, P. Stoica, and J. Li, “On synthesizing cross ambiguity functions,” in 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), pp. 3536–3539, 2011. ISSN: 2379-190X.
- [91] B. Moran, “Mathematics of radar,” in Twentieth Century Harmonic Analysis — A Celebration (J. S. Byrnes, ed.), pp. 295–328, Springer Netherlands, 2001.
- [92] J. Zhang, C. Shi, X. Qiu, and Y. Wu, “Shaping radar ambiguity function by 1-phase unimodular sequence,” IEEE Sensors Journal, vol. 16, no. 14, pp. 5648–5659, 2016. Conference Name: IEEE Sensors Journal.
- [93] J. Seberry, B. J. Wysocki, and T. A. Wysocki, “Golay sequences for DS CDMA applications,” in Sixth International Symposium on DSP for Communications Systems (DSPCS’02), pp. 103–108, TITR, Wollongong, 2002.
- [94] M. Dávideková, M. Greguš ml., P. Farkaš, and M. Rákus, “Applications of complete complementary codes and propositions for future research areas of these codes,” Procedia Computer Science, vol. 83, pp. 592–599, 2016.
- [95] L. Tian, Y. Li, and C. Xu, “Multiple complete complementary codes with inter-set zero cross-correlation zone,” IEEE Transactions on Communications, vol. 68, no. 3, pp. 1925–1936, 2020. Conference Name: IEEE Transactions on Communications.
- [96] M. A. Richards, Fundamentals of Radar Signal Processing. McGraw-Hill Companies, Inc., 2005.
- [97] G. San Antonio, D. R. Fuhrmann, and F. C. Robey, “MIMO radar ambiguity functions,” IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, vol. 1, no. 1, pp. 167–177, 2007. Conference Name: IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing.
- [98] K. Farnane, K. Minaoui, A. Rouijel, and D. Aboutajdine, “Analysis of the ambiguity function for phase-coded waveforms,” in 2015 IEEE/ACS 12th International Conference of Computer Systems and Applications (AICCSA), pp. 1–4, Nov. 2015. ISSN: 2161-5330.
- [99] W. Mehany, L. Jiao, and K. Hussien, “Orthogonal discrete frequency-coding waveform design based on modified genetic algorithm for MIMO-SAR,” in 2014 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, pp. 1082–1086, June 2014. ISSN: 2158-2297.
- [100] S. Dayarathna, P. Smith, R. Senanayake, and J. Evans, “OTFS based Joint Radar and Communication: Signal Analysis using the Ambiguity Function,” Oct. 2023. arXiv:2310.04947 [eess].
- [101] A. Martínez and J. L. Marchand, “SAR Image Quality Assessment,” Revista de Teledetección, Nov. 1993.
- [102] Z. Matousek, J. Perdoch, M. Páček, S. Gazovová, and J. Ochodnický, “Radar signal waveform based on costas and walsh-hadamard codes as electronic counter-countermeasure,” IET Radar, Sonar & Navigation, vol. 17, no. 6, pp. 1023–1039, 2023. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1049/rsn2.12397>.
- [103] D. Kedia, M. Duhan, and S. Maskara, “Evaluation of correlation properties of orthogonal spreading codes for CDMA wireless mobile communication,” in 2010 IEEE 2nd International Advance Computing Conference (IACC), pp. 325–330, 2010.

- [104] K. L. Gemba, H. J. Vazquez, J. Fialkowski, G. F. Edelmann, M. A. Dzieciuch, and W. S. Hodgkiss, "A performance comparison between m-sequences and linear frequency-modulated sweeps for the estimation of travel-time with a moving source," The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 150, no. 4, pp. 2613–2623, 2021.
- [105] J. M. Velazquez-Gutierrez and C. Vargas-Rosales, "Sequence sets in wireless communication systems: A survey," IEEE Communications Surveys & Tutorials, vol. 19, no. 2, pp. 1225–1248, 2017. Conference Name: IEEE Communications Surveys & Tutorials.
- [106] D. Sarwate and M. Pursley, "Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences," Proceedings of the IEEE, vol. 68, no. 5, pp. 593–619, 1980. Conference Name: Proceedings of the IEEE.
- [107] S. Golomb and H. Taylor, "Constructions and properties of costas arrays," Proceedings of the IEEE, vol. 72, no. 9, pp. 1143–1163, 1984. Conference Name: Proceedings of the IEEE.
- [108] K. Drakakis, R. Gow, J. Healy, and S. Rickard, "Cross-correlation properties of costas arrays and their images under horizontal and vertical flips," Mathematical Problems in Engineering, vol. 2008, no. 1, p. 369321, 2008. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1155/2008/369321>.
- [109] N. Touati, C. Tatkeu, A. Rivenq, C. Thierry, and Y. El Hillali, "Multi-user radar waveforms based on doubly coded costas signals," IET Radar, Sonar & Navigation, vol. 11, no. 2, pp. 277–284, 2017. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1049/iet-rsn.2016.0153>.
- [110] M. Jamil, H.-J. Zepernick, and M. I. Pettersson, "Performance assessment of polyphase pulse compression codes," in 2008 IEEE 10th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, pp. 166–172, 2008. ISSN: 1943-7447.
- [111] P. Ya-li and Y. Jin, "Chaos based orthogonal discrete frequency coding waveform design," in 2013 IEEE China Summit and International Conference on Signal and Information Processing, pp. 30–33, 2013.
- [112] K. Rajwar, K. Deep, and S. Das, "An exhaustive review of the metaheuristic algorithms for search and optimization: taxonomy, applications, and open challenges," Artificial Intelligence Review, vol. 56, no. 11, pp. 13187–13257, 2023.
- [113] W. Chen, Z. Cai, R. Chen, and Z. Zhao, "Optimizing polyphase sequences for orthogonal netted radar systems," Journal of Systems Engineering and Electronics, vol. 23, no. 4, pp. 529–535, 2012. Conference Name: Journal of Systems Engineering and Electronics.
- [114] H. Deng, "Polyphase code design for orthogonal netted radar systems," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, no. 11, pp. 3126–3135, 2004. Conference Name: IEEE Transactions on Signal Processing.
- [115] H. Khan, Y. Zhang, C. Ji, C. Stevens, D. Edwards, and D. O'Brien, "Optimizing polyphase sequences for orthogonal netted radar," IEEE Signal Processing Letters, vol. 13, no. 10, pp. 589–592, 2006. Conference Name: IEEE Signal Processing Letters.
- [116] L. Yunfo, L. Yuanyuan, W. Liqiang, and Z. Qi, "A multi-objective orthogonal waveform optimization method for MIMO radar," in IET International Radar Conference 2015, pp. 1–5, 2015.
- [117] Q. Sun, Y. Wang, Y. Li, and C. Tang, "Polyphase orthogonal waveform design for MIMO radar based on improved HHO algorithm," in 2022 IEEE 5th International Conference on Electronic Information and Communication Technology (ICEICT), pp. 804–807, 2022.

- [118] B. Liu, Z. He, J. Zeng, and B. Liu, “Polyphase orthogonal code design for MIMO radar systems,” in 2006 CIE International Conference on Radar, pp. 1–4, 2006.
- [119] B. PEI, T. Pei, and H. ZHANG, “Orthogonal waveform design of MIMO radar based on niche genetic algorithm,” in 2020 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC), pp. 1–6, 2020.
- [120] N. Lee, H. Cho, and J. Chun, “Waveform diversity in multi sensor systems : Orthogonal pulse compression waveforms,” in 2011 3rd International Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (AP SAR), pp. 1–4, 2011.
- [121] H. Deng, “Discrete frequency-coding waveform design for netted radar systems,” IEEE Signal Processing Letters, vol. 11, no. 2, pp. 179–182, 2004. Conference Name: IEEE Signal Processing Letters.
- [122] L. Wang, F. Gao, J. Xu, D. Wang, M. He, and J. Yuan, “Orthogonal wideband hybrid-coding radar waveforms design,” Signal, Image and Video Processing, vol. 11, pp. 103–111, Jan. 2017.
- [123] X. Luo, L. Guo, D. Song, S. Shang, and X. Li, “The research of orthogonal waveform design for ambiguity feature based on distributed MIMO radar,” in 2021 6th International Conference on Communication, Image and Signal Processing (CCISP), pp. 425–429, 2021.
- [124] Y. Li, Y. Zhou, X. Li, J. Wang, Y. Wang, L. Fan, and F.-Y. Wang, “Unimodular complete complementary sequence with optimal trade-off between auto- and cross-ambiguity functions for MIMO radars,” IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, pp. 1–11, 2024. Conference Name: IEEE Transactions on Intelligent Vehicles.
- [125] D.-H. Kim, H.-J. Kim, and J.-H. Lim, “Design of optimized coded LFM waveform for spectrum shared radar system,” Sensors (Basel, Switzerland), vol. 21, no. 17, p. 5796, 2021.
- [126] H. He, P. Stoica, and J. Li, “Designing unimodular sequence sets with good correlations—including an application to MIMO radar,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 11, pp. 4391–4405, 2009. Conference Name: IEEE Transactions on Signal Processing.
- [127] L. Xu, H. Liu, Q. Li, S. Zhou, and L. Hong, “Distributed MIMO radar orthogonal waveforms and mismatched filters design with expanded mainlobe,” in 2016 CIE International Conference on Radar (RADAR), pp. 1–5, 2016.
- [128] Z. Huang, B. Tang, and S. Zhang, “Sequential optimisation of orthogonal waveforms for MIMO radar,” The Journal of Engineering, vol. 2019, no. 21, pp. 7912–7917, 2019. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1049/joe.2019.0753>.
- [129] Y. Bu, J. Yang, X. Yu, Y. Xu, G. Cui, and Z. Jiang, “Fast optimization for unimodular sequences design with good correlation properties,” in 2020 IEEE Radar Conference (RadarConf20), pp. 1–6, 2020. ISSN: 2375-5318.
- [130] H. Zebardast, M. Farhang, and A. Sheikhi, “Minimum PSL sequence set design for MIMO radars via manifold-based optimization,” IEEE Sensors Journal, pp. 1–1, 2024. Conference Name: IEEE Sensors Journal.
- [131] J. Song, P. Babu, and D. P. Palomar, “Sequence set design with good correlation properties via majorization-minimization,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 64, no. 11, pp. 2866–2879, 2016. Conference Name: IEEE Transactions on Signal Processing.
- [132] M. Soltanalian and P. Stoica, “Designing unimodular codes via quadratic optimization,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 5, pp. 1221–1234, 2014. Conference Name: IEEE Transactions on Signal Processing.

- [133] F. Wang, S. Feng, J. Yin, C. Pang, Y. Li, and X. Wang, “Unimodular sequence and receiving filter design for local ambiguity function shaping,” IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 60, pp. 1–12, 2022. Conference Name: IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing.
- [134] P. Zulch, M. Wicks, B. Moran, S. Suvorova, and J. Byrnes, “A new complementary waveform technique for radar signals,” in Proceedings of the 2002 IEEE Radar Conference (IEEE Cat. No.02CH37322), pp. 35–40, 2002.
- [135] M. Alaae-Kerahroodi, P. Babu, M. Soltanalian, and M. R. B. Shankar, Signal Design for Modern Radar Systems. Artech House, 2023.
- [136] M. Soltanalian and P. Stoica, “MERIT: A monotonically error-bound improving technique for unimodular quadratic programming,” in 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), pp. 5656–5660, 2014. ISSN: 2379-190X.
- [137] N. Touati, C. Tatkeu, T. Chonavel, and A. Rivenq, “Design and performances evaluation of new Costas-based radar waveforms with pulse coding diversity,” IET Radar, Sonar & Navigation, vol. 10, no. 5, pp. 877–891, 2016. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1049/iet-rsn.2014.0450>.
- [138] T. Kelso, “Celestrak, source for orbital element sets and related software and educational materials.” <https://celestrak.com/>.
- [139] W. Mei, G. Shan, and C. Wang, “Practical development of the second-order extended kalman filter for very long range radar tracking,” Signal Processing, vol. 91, no. 5, pp. 1240–1248, 2011.
- [140] M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, eds., Principles of Modern Radar – Vol. II: Advanced Techniques. Scitech Publishing, 2013.
- [141] C. Reising and L. Prünfte, “Noise Figure Calculation For Space Surveillance Radar Systems,” in 8th European Conference on Space Debris (F. S. T. Flohrer, S. Lemmens, ed.), vol. 8, ESA Space Debris Office, 2021.
- [142] R. Kohlleppe, “Extent of observation parameters in space surveillance by radar,” in 2018 19th International Radar Symposium (IRS), pp. 1–7, IEEE, 2018.
- [143] H. Schily, I. Schlangen, C. Schwalm, A. Charlish, R. Hoffmann, M. Käske, and C. Knauf, “State representation of eccentricity-limited targets for bistatic space surveillance radar design,” in 2022 IEEE Radar Conference (RadarConf22), pp. 01–06, IEEE, 2022.
- [144] M. Sciotti and A. Charlish, “Coordinated observations of space debris as optimisation problem of inter-dependent metrics,” in 6th European Conference on Space Debris, vol. 723, p. 121, 2013.
- [145] A. Charlish and M. Sciotti, “Optimization of inter-dependent metrics for phased array radar control,” in Radar Conference (RADAR), 2013 IEEE, pp. 1–6, April 2013.
- [146] M. Skolnik, ed., Radar Handbook. McGraw-Hill, 3rd ed., 2008.
- [147] C. Schwalm, H. Schily, and A. Charlish, “Using multi-armed bandits for search applications in a space surveillance radar network,”
- [148] P. Auer, N. Cesa-Bianchi, Y. Freund, and R. E. Schapire, “The nonstochastic multiarmed bandit problem,” SIAM journal on computing, vol. 32, no. 1, pp. 48–77, 2002.
- [149] B. Jones, J. Brennan, Y. Chen, and J. Filippek, “Multi-armed bandits with non-stationary means,” 2021.

- [150] L. Wei and V. Srivatsva, “On abruptly-changing and slowly-varying multiarmed bandit problems,” in 2018 Annual American Control Conference (ACC), pp. 6291–6296, IEEE, 2018.
- [151] M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, eds., Principles of Modern Radar – Vol. I: Basic Principles. Scitech Publishing, 2013.
- [152] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser, J. Bright, S. J. van der Walt, M. Brett, J. Wilson, K. J. Millman, N. Mayorov, A. R. J. Nelson, E. Jones, R. Kern, E. Larson, C. J. Carey, Í. Polat, Y. Feng, E. W. Moore, J. VanderPlas, D. Laxalde, J. Perktold, R. Cimrman, I. Henriksen, E. A. Quintero, C. R. Harris, A. M. Archibald, A. H. Ribeiro, F. Pedregosa, P. van Mulbregt, and SciPy 1.0 Contributors, “SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python,” Nature Methods, vol. 17, pp. 261–272, 2020.
- [153] D. Eberly, “Intersection of a line and cone,” 2022.
- [154] R. P. Brent, Algorithms for minimization without derivatives. Courier Corporation, 2013.
- [155] N. Neuberger, R. Vehmas, and J. H. Ender, “Dimension-reduced rx beamforming optimized for simultaneous detection and estimation,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 57, no. 4, pp. 2501–2513, 2021.
- [156] S. Matsuda, H. Hashiguchi, and S. Fukao, “A study on multibeam pulse chasing for bistatic radar,” Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications), vol. 89, no. 1, pp. 11–21, 2006.
- [157] P. B. Cox and W. L. van Rossum, “Analysing multibeam, cooperative, ground based radar in a bistatic configuration,” in 2020 IEEE International Radar Conference (RADAR), pp. 912–917, IEEE, 2020.
- [158] B. Braden, “The surveyor’s area formula,” The College Mathematics Journal, vol. 17, no. 4, pp. 326–337, 1986.
- [159] R. H. Battin, An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, Revised Edition. AIAA Education Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1999.
- [160] D. A. Vallado, Fundamentals of astrodynamics and applications, vol. 12. Springer Science & Business Media, 2001.
- [161] J. R. Cookson, “Consistent state estimation for very long range radars,” tech. rep., MIT Lincoln Laboratory Lexington United States, 2017.
- [162] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, “A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems,” in Proceedings of the SPIE, pp. 182–193, 1997.
- [163] S. Julier and J. Uhlmann, “Unscented filtering and nonlinear estimation,” Proceedings of the IEEE, vol. 92, pp. 401 – 422, mar 2004.
- [164] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan, Estimation with applications to Tracking and Navigation. John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [165] F. Smits, A. Huizing, W. van Rossum, and P. Hiemstra, “A cognitive radar network: Architecture and application to multiplatform radar management,” in 2008 European Radar Conference, pp. 312–315, IEEE, 2008.
- [166] R. Rajkumar, C. Lee, J. Lehoczky, and D. Siewiorek, “A resource allocation model for qos management,” in Proceedings Real-Time Systems Symposium, pp. 298–307, IEEE, 1997.

- [167] D. Crouse, “Basic tracking using nonlinear 3D monostatic and bistatic measurements,” Aerospace and Electronic Systems Magazine, IEEE, vol. 29, pp. 4–53, August 2014.
- [168] A. R. Mark, A. S. James, and A. H. William, “Principles of modern radar: Basic principles,” Institution of Engineering and Technology: London, UK, 2010.
- [169] C. Lee, J. Lehoczky, D. Siewiorek, R. Rajkumar, and J. Hansen, “A scalable solution to the multi-resource qos problem,” in Proceedings 20th IEEE Real-Time Systems Symposium (Cat. No. 99CB37054), pp. 315–326, IEEE, 1999.
- [170] R. Nadjiasngar and A. Charlish, “Quality of service resource management for a radar network,” in 2015 IEEE Radar Conference, pp. 344–349, IEEE, 2015.
- [171] K. Bestuzheva, M. Besancon, W.-K. Chen, A. Chmiela, T. Donkiewicz, J. van Doornmalen, L. Eifler, O. Gaul, G. Gamrath, A. Gleixner, et al., “The SCIP optimization suite 8.0,” arXiv preprint arXiv:2112.08872, 2021.
- [172] C. B. Barber, D. P. Dobkin, and H. Huhdanpaa, “The quickhull algorithm for convex hulls,” ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), vol. 22, no. 4, pp. 469–483, 1996.
- [173] W. P. Robins, Phase noise in signal sources: theory and applications, vol. 9. IET, 1984.
- [174] K. D. U. Bongs. personal communication.
- [175] D. Świerad, S. Häfner, S. Vogt, B. Venon, D. Holleville, S. Bize, A. Kulosa, S. Bode, Y. Singh, K. Bongs, et al., “Ultra-stable clock laser system development towards space applications,” Scientific Reports, vol. 6, no. 1, p. 33973, 2016.
- [176] P. J. Teunissen and O. Montenbruck, Springer handbook of global navigation satellite systems, vol. 10. Springer, 2017.
- [177] H. Schuh and D. Behrend, “Vlbi: A fascinating technique for geodesy and astrometry,” Journal of geodynamics, vol. 61, pp. 68–80, 2012.
- [178] P. Wang, G. Wang, Y. Gao, H. Cai, and N. Liu, “Comparison of vlbi and gnss common view for time transfer,” International Journal of Metrology and Quality Engineering, vol. 10, p. 15, 2019.
- [179] G. Petit and Z. Jiang, “Gps all in view time transfer for tai computation,” Metrologia, vol. 45, no. 1, p. 35, 2007.
- [180] L. Cosart, H. Imlau, and G. Zampetti, “cnprtc—coherent network primary reference time clock: A geographically distributed resilient timescale for telecommunications,” IEEE Communications Magazine, vol. 61, no. 4, pp. 28–32, 2022.
- [181] L. Sliwczynski, P. Krehlik, J. Kolodziej, H. Imlau, H. Ender, H. Schnatz, D. Piester, and A. Bauch, “Fiber-optic time transfer for utc-traceable synchronization for telecom networks,” IEEE Communications Standards Magazine, vol. 1, no. 1, pp. 66–73, 2017.