

Resilienz von Stromnetzen gegen Perturbationen (ResiNet-KLX)

I. Kurzbericht

Laufzeit des Vorhabens:

01.03.2024 – 31.12.2024

Zuwendungsempfänger:

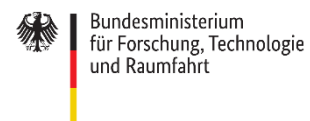
Lehrstuhl für Netzwerkdynamik
Center for Advancing Electronics Dresden (cfaed)
& Institute f. Theoretical Physics
Technische Universität Dresden

Autor des Berichts:

Prof. Dr. Marc Timme

Das diesem Bericht zugrundeliegende Vorhaben wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Forschung, Technologie und Raumfahrt unter dem Förderkennzeichen 03SF0769 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei dem Autor.

Gefördert durch:



Aufgabenstellung

Elektrische Energie ist essentiell für viele Aspekte unseres täglichen Lebens, woraus sich ein Bedarf an einer verlässlichen, nachhaltigen und robusten Stromversorgung ergibt. Der Ersatz fossil betriebener Kraftwerke durch Einspeisungen erneuerbarer Energien im Rahmen der Energiewende führt jedoch zu mehreren Herausforderungen für bestehende Stromnetzwerke. So sind erneuerbare Energiequellen meist kleiner, räumlich stark verteilt, weniger vorhersagbar, auf verschiedenen Zeitskalen schwankend und kaum zentral kontrollierbar. Ebenso verschwimmt mehr und mehr die Grenze zwischen Erzeuger und Verbraucher (Prosumer) und die dynamische Interaktion zwischen verschiedenen Netzwerkebenen nimmt zu. So wird das Gesamtverhalten elektrischer Stromnetze dezentralisiert, verteilt und durch viele verschiedene Faktoren gleichzeitig dynamisch bestimmt. Für die Planung von zukunftsfähigen Stromnetzwerken muss die resultierende kollektive nichtlineare Netzwerkdynamik auf systemischer Ebene untersucht werden. Das Projekt strebte deshalb ein vertieftes Verständnis des nichtlinearen Antwortverhaltens von elektrischen Energiesystemen und Stromnetzen in Reaktion auf externe Fluktuationen und Parameteränderungen an.

Stand von Wissenschaft und Technik, an den angeknüpft wurde

Leistungsfluktuationen bei der Energieeinspeisung und beim -verbrauch werden bisher in wiss. Studien nur grob charakterisiert, die theoretischen Untersuchungen erfolgen meistens mit Hilfe von der linearen Antworttheorie. Sie eignet sich jedoch nicht für die Beschreibung von genuin nichtlinearen Antwortdynamiken wie etwa eine Verschiebung des effektiven Operationspunktes. Selbst die komplizierteren Antworttheorien höherer Ordnung können das Auftreten von Kippunkten und damit qualitative Verhaltensänderungen wie Stromausfälle oder Spannungsabfälle nicht vorhersagen. Erste Vorarbeiten des Antragstellers zeigten eine Möglichkeit auf, Antworttheorien zweiter Ordnung auch in geeigneten Modellen von Energieübertragungsnetzen anzuwenden. Weitere eigene Arbeiten zu einfachen Oszillatormodellen weisen auf einen vielversprechenden neuen Ansatz hin, semianalytisch Knoten zu identifizieren, die den Verlust stabiler Betriebszustände möglicherweise sehr effektiv auch für Stromnetze ermöglichen können.

Ablauf des Vorhabens, Wesentliche Ergebnisse

Das Projekt bestand aus drei Arbeitspaketen (AP). AP1 untersuchte, wie nichtlineare vernetzte Systeme auf deterministische (d. h. bekannte und regelmäßige) Signale reagieren, wie sich Störungen im Netzwerk ausbreiten und ob (und wie) Knoten im Durchschnitt reagieren, bevor sie den Betriebszustand des Systems qualitativ verändern. Der Einfluss der Kopplungsstärke auf die Wirkung treibender äußerer Einflüsse wurde aufgedeckt und ein Bifurkationsphänomen nachgewiesen, das stabile Reaktionen auch jenseits eines klassischen Kippunkts mit starken äußeren Kräften ermöglicht. Diese Ergebnisse sind in [1] veröffentlicht. Analytische Ergebnisse und numerische Simulationen deuten darauf hin, dass die topologischen Merkmale des Knotens seine Anfälligkeit gegenüber externen Kräften bestimmen. Um die vollständige nichtlineare Antwort eines Netzwerks auf periodische externe Signale systematisch und unabhängig von der Kopplungsstärke zu untersuchen, wurde ein analytisches Tool entwickelt. Im Gegensatz zu einer Standard-Störungsanalyse ermöglicht uns unsere Methode die approximative Vorhersage nichtlinearer Betriebsversätze sowie

des Kippunkts. Anhand der aus unserer Methode abgeleiteten algebraischen Gleichungen kann iterativ die nichtlineare Antwort der Knoten um den gestörten Knoten herum bestimmt werden. Im Rahmen einer Kooperation mit einer externen Wissenschaftlerin wurde parallel und komplementär zu den beschriebenen Arbeiten in AP1 ein Ansatz zur Abschätzung der Rangordnung vom am stärksten durch treibende Kräfte gefährdeten Knoten entwickelt. Dieses Ergebnis kann Netzbetreibern einen Hinweis darauf geben, welche Knoten (und damit Leitungen) sie bei einer detaillierten numerischen Analyse bevorzugt behandeln sollten. Eine gemeinsame Veröffentlichung ist geplant [2]. AP2 widmete sich zunächst eindimensionalen nichtlinearen Systemen und arbeitete heraus, ob und inwieweit sich Ergebnisse aus den Vorarbeiten in AP1 auf stochastische Signale übertragen lassen. In einem zweiten Schritt sollte untersucht werden, wie sich stochastische Signale auf die kollektive Dynamik ganzer Netzwerke auswirken. Für eine irreguläre externe Störung wurden zwei Fälle betrachtet. Zunächst wurde ein nichtlineares System analysiert, welches ausschließlich von einem stochastischen Signal angetrieben wird, wobei wir den Kippunkt als die Stärke der Störung definieren, bei welcher der stationäre Mittelwert divergiert. In diesem Szenario können zwar systematisch nichtlineare Offsets auftreten, der anschließende Kippunkt kann allerdings nur für bestimmte Potentialfunktionen herkömmlich definiert werden. Unsere analytische Methode aus AP1 ist gut geeignet, um die nichtlineare Reaktion vor Erreichen des Kippunktes zu untersuchen. Zweitens wurde ein System betrachtet, welches sowohl periodischen als auch stochastischen Antriebskräften ausgesetzt ist. Die im Projekt entwickelte Methode könnte auf diesen gemischten Antriebsfall angewendet werden. Die ersten Ergebnisse, insbesondere ihre mechanistische Erklärung, müssen noch detailliert ausgearbeitet werden. Diese Ergebnisse werden wenn möglich für eine Publikation vorbereitet [3].

AP3 widmete sich der Identifikation von Knoten, die bei Parameteränderung das System destabilisieren. Zuerst wurde ein global gekoppeltes Modell betrachtet. Mit der o.g. Methode konnte die systemweite nichtlineare Antwort analysiert werden. Die Methode ermöglicht die Unterscheidung zwischen Oszillatoren, die zur externen Antriebskraft phasen-gelockt sind, und solchen, die mit der Zeit ihre instantane Frequenz ändern (driften). Durch diese Unterscheidung kann die Einheit bestimmt werden, die am stör anfälligsten ist. Das entwickelte Werkzeug erleichtert die Untersuchung kollektiver Synchronisation über den Kuramoto-Ordnungsparameter, dessen Vorhersagen mit den numerischen Ergebnissen eng übereinstimmen. Im Zweiter-Ordnungs-Modell von Stromnetzen weisen erste Testergebnisse darauf hin, dass unsere Methode die periodische nichtlineare Antwort in ihre ganzzahligen und subharmonischen Komponenten auftrennen und so die Vorhersage von kritischem oder kippendem Verhalten ermöglichen kann.

Zusammenarbeit mit anderen Stellen

Wissenschaftliche Austausche (insb. EFZN Goslar/TU Clausthal) führten zu einem Ansatz, der eine Untersuchung von Netzwerken mit 100% erneuerbaren Quellen ermöglichen kann. Insbesondere hat sich eine Perspektive auf verallgemeinerte Studien zu Systemen mit 100% virtuellen Synchronmaschinen ergeben, die komplementär zu den Einsichten zur Abschätzung von Fluktuationsantworten aus unserem Austausch mit dem KIT Karlsruhe und PIK Potsdam sind.

Literatur

1. Börner, G., Schröder, M., Thümler, M. & Timme, M. Perturbation-response dynamics of coupled nonlinear systems. *Chaos* **34**, 103149 (2024).
2. Zhang, X. *u. a.* Extreme responses in fluctuation-driven networks. *in Vorbereitung* (2025).
3. Fleck, J. L. *u. a.* On tipping points in stochastically driven nonlinear systems. *in Vorbereitung* (2025).

Resilienz von Stromnetzen gegen Perturbationen (ResiNet-KLX)

II. Eingehende Darstellung

Laufzeit des Vorhabens:

01.03.2024 – 31.12.2024

Zuwendungsempfänger:

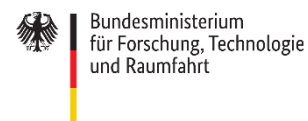
Lehrstuhl für Netzwerkdynamik
Center for Advancing Electronics Dresden (cfaed)
& Institute f. Theoretical Physics
Technische Universität Dresden

Autor des Berichts:

Prof. Dr. Marc Timme

Das diesem Bericht zugrundeliegende Vorhaben wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Forschung, Technologie und Raumfahrt unter dem Förderkennzeichen 03SF0769 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei dem Autor.

Gefördert durch:



Inhaltsverzeichnis

1	Motivation und Herangehensweise	1
2	Wichtigste Ergebnisse der Arbeitspakete	1
2.1	AP1 - Antwort von nichtlinearen vernetzten Systemen auf deterministische (bekannte und reguläre) Signale	1
2.2	AP2 - Nichtlineare Antworten fluktuationsgetriebener Systeme (stochastische, irreguläre Signale)	3
2.3	AP3 - Nichtlineare Antworten und Bifurkationen aufgrund von Parameterverschiebung	4
3	Wichtigste Positionen des zahlenmäßigen Nachweises	5
4	Notwendigkeit und Angemessenheit der geleisteten Arbeit	5
5	Voraussichtlicher Nutzen	5
6	Bekannt gewordener Fortschritt anderer Stellen	6
7	Im Rahmen des Projektes erfolgte und geplante Veröffentlichungen	6

1 Motivation und Herangehensweise

Elektrische Energie ist essentiell für viele Aspekte unseres täglichen Lebens, woraus sich ein Bedarf an einer verlässlichen, nachhaltigen und robusten Stromversorgung ergibt. Gleichzeitig sind Stromnetzwerke bisher weitgehend zentral organisiert, wurden für Einspeisungen mittels fossiler Brennstoffe geplant und werden auch weitgehend zentralisiert kontrolliert. Die Umstellung der Energieversorgung auf 100% erneuerbare Energie ist jedoch essentiell für die Klimaneutralität von Deutschland. Die damit verbundenen fluktuierenden Einspeiseleistungen, zusammen mit dem fortschreitenden Digitalisierungsprozess, veränderten Verbrauchsgewohnheiten und der zunehmenden Rolle der Verbraucher als Prosumer (gleichzeitig Energieverbraucher und -erzeuger) führen zu Schwankungen im Stromnetz, welche einen sicheren und robusten Betrieb erschweren. Herausforderungen bringen mit sich auch die für die Zunahme des Anteils an erneuerbaren Energien notwendigen Um- und Ausbau der Stromnetze, die mit häufigen Änderungen des Gesamtbetriebszustands verbunden sind. Trotz ihrer Relevanz sind die genannten Phänomene bis jetzt unzureichend erforscht. Die immer stärker fluktuierenden und zunehmend dezentralisierten Leistungseinspeisung und -abnahme bewirken Nichtlinearitäten in den Systemantworten von Stromversorgungssystemen, die nur begrenzt mit der bis jetzt häufig für die Untersuchung solcher Reaktionen angewandten linearen Antworttheorie beschrieben werden können. Weiterhin können die nichtlinearen Antworten multiparametrischer Systeme (wie Stromnetze) auf Parameteränderungen nur sehr rechenaufwendig in Computersimulationen untersucht werden. In dieser aktuellen Problemlandschaft eingebettet, hatte das Projekt ResiNet das Ziel, zum besseren Verständnis der Auswirkungen von regulären und stochastischen Leistungsfluktuationen sowie von Parameteränderungen auf die kollektive Dynamik und Funktion von Stromnetzen beizutragen. Es sollten einerseits Methoden der Nichtlinearen Dynamik und der Netzwerkdynamik entwickelt werden, die eine Vorhersage des nichtlinearen Antwortverhaltens von Stromnetzen, welche von zeitlich fluktuierenden Signalen getrieben werden, ermöglichen. Weiterhin sollte auch untersucht werden, welche Netzknoten oder -leitungen besonders anfällig auf Parameteränderungen reagieren. Perspektivisch kann so die Menge an Knoten, die den Betriebszustand gefährden und zum Stromausfall führen können, eingeschränkt werden.

2 Wichtigste Ergebnisse der Arbeitspakete

Die festgelegten Ziele bewirkten den hohen Komplexitätsgrad der notwendigen Projektarbeiten. Da mehrere Arbeitspakete parallel bearbeitet wurden, fand ein intensiver Informationsaustausch statt. Die im Projekt erfolgten Tätigkeiten und die erzielten Ergebnisse werden nachfolgend näher beschrieben.

2.1 AP1 - Antwort von nichtlinearen vernetzten Systemen auf deterministische (bekannte und reguläre) Signale

AP1 untersuchte, wie nichtlineare vernetzte Systeme auf deterministische (d. h. bekannte und regelmäßige) Signale reagieren. Ein wichtiger Aspekt dieses APs war es, herauszufinden, wie sich Störungen im Netzwerk ausbreiten und ob (und wie) Knoten im Durchschnitt reagieren, bevor sie den Betriebszustand des Systems qualitativ verändern. Bei den ers-

ten Untersuchungen eines einfachen Modells mit zwei gekoppelten Variablen wurde der Einfluss der Kopplungsstärke auf die Wirkung treibender äußerer Einflüsse aufgedeckt und ein Bifurkationsphänomen nachgewiesen, das stabile Reaktionen auch jenseits eines klassischen Kippunkts mit starken äußeren Kräften ermöglicht. Diese Ergebnisse sind in [1] veröffentlicht. Im Rahmen des Projektes wurde weiterhin ein analytisches Tool entwickelt, um die vollständige nichtlineare Antwort eines Netzwerks systematisch zu untersuchen, wenn es durch deterministische, insbesondere periodische, externe Signale angetrieben wird. Damit wurde Meilenstein M1 erreicht. Unser Ansatz geht zunächst davon aus, dass die Antwort periodisch ist, sodass sowohl ihre Amplitude als auch ihre Phase bestimmt werden können. Bei kleinen Antriebsstärken wird eine reguläre Störungsanalyse angewandt, um diese Werte direkt zu berechnen. Im Gegensatz zu einer Standard-Störungsanalyse ermöglicht uns unsere Methode (die die Annahme der periodischen Reaktion mit einer regulären Störungsanalyse kombiniert) die approximative Vorhersage nichtlinearer Betriebsversätze sowie des Kippunkts. Dieser Ansatz kann die nichtlineare Antwort in der Nähe des Kippunkts jedoch nicht genau abschätzen. Alternativ können durch Berücksichtigung einer sehr großen Antriebsstärke die Amplitude und Phase der periodischen Antwort direkt bestimmt werden, was eine genauere Annäherung sowohl für den nichtlinearen Offset als auch für den Kippunkt ermöglicht.

Während man in früheren Studien von einer periodischen nichtlinearen Antwort ausging und einfach ihre Amplitude und Phase berechnete, wurde im Rahmen des Projekts ein neuartiges analytisches Werkzeug entwickelt, das die bisher genaueste Annäherung bietet, unabhängig von der Stärke des Antriebssignals angewendet werden kann und nicht auf einen bestimmten Bereich beschränkt ist. Der zentrale Ansatz besteht darin, die angenommene periodische Antwort – die durch die treibende Kraft induziert wird – als eine endliche Summe von Fourier-Harmonischen darzustellen. Diese Zerlegung ermöglicht es uns, sowohl den nichtlinearen Offset als auch die kritische treibende Kraft (den Kippunkt) vorherzusagen. Die entwickelte Methode ist vielseitig genug, um sie im Prinzip auf nichtlineare vernetzte Systeme anzuwenden, bei denen einzelne dynamische Einheiten in einem komplexen Netzwerk interagieren. In diesem Zusammenhang klassifizieren wir ein System als „funktionsfähig“, wenn die Trajektorie jeder Einheit beschränkt bleibt, und als „dysfunktional“, wenn auch nur eine Trajektorie (oder ein beeinflusster Knoten) unbeschränkt wird, d.h. mit der Zeit divergiert, sich also immer weiter von seinem Wert im Operationszustand entfernt.

Zu unseren Erkenntnissen gehören die folgenden Kernpunkte:

- **Sehr stark gekoppelte Systeme:** Bei einer starken Kopplung weisen die dynamischen Knoten nahezu identische Bewegungen auf. Sowohl unsere analytischen Ergebnisse als auch unsere numerischen Simulationen bestätigen, dass die kritische Antriebsstärke umgekehrt proportional zum Grad des angetriebenen Knotens ist, was darauf hindeutet, dass die topologischen Merkmale des Knotens seine Anfälligkeit gegenüber externen Kräften bestimmen. Weitere Untersuchungen in der Zukunft können hier detaillierte Informationen zu Netzwerk-Antworteigenschaften liefern.
- **Schwach gekoppelte Systeme:** Bei geringen Kopplungsstärken zeigen unsere Ana-

lysen, dass die kritische Antriebsstärke linear mit der Kopplungsstärke ansteigt.

- **Systeme mittlerer Kopplung:** Erste Ergebnisse weisen darauf hin, dass bei einer mittleren Kopplung eine Approximationstechnik – beispielsweise basierend auf der Pade-Theorie – angewendet werden kann, um die kritische Antriebsstärke vorherzusagen.
- **Anwendung im allgemeinen Fall:** Unser Ansatz bietet eine Reihe algebraischer Gleichungen, die implizit die nichtlineare Antwort des vernetzten Systems bestimmen, unabhängig von der Kopplungsstärke. Systemisch approximative Lösungsverfahren für diese Gleichungen sind bisher nicht erarbeitet.
- **Störungsausbreitung:** Anhand der aus unserer Methode abgeleiteten algebraischen Gleichungen werden die ersten Reaktionen des angetriebenen Knotens auf das externe Signal aufgezeigt, während andere Knoten im Gleichgewicht bleiben. Erst später zeigen die mit dem gestörten Knoten verbundenen Knoten die schwächere nichtlineare periodische Antwort, die mit dem Betriebsversatz einhergeht. So kann iterativ die nichtlineare Antwort der Knoten um den gestörten Knoten herum bestimmt werden. Diese Ergebnisse weisen auf eine Reihe möglicher zukünftiger Forschungsrichtungen hin, die insbesondere statische und transiente Ausbreitungseigenschaften von Störungen ermitteln.

Zusammenfassend zeigt unsere neu entwickelte Methode, dass die nichtlineare Antwort eines Netzwerks sowohl von der Topologie des gestörten Knotens als auch von der Kopplungsstärke abhängt, wobei unsere analytischen Vorhersagen eng mit den numerischen Ergebnissen für verschiedene nichtlineare Netzwerksysteme übereinstimmen. Im Rahmen einer Kooperation mit einer externen Wissenschaftlerin wurde parallel und komplementär zu den beschriebenen Arbeiten in AP1 ein Ansatz zur Abschätzung der Rangordnung vom am stärksten durch treibende Kräfte gefährdeten Knoten entwickelt. Dieses Ergebnis kann Netzbetreibern erste Hinweise darauf geben, welche Knoten (und damit Leitungen) sie bei einer detaillierten numerischen Analyse bevorzugt behandeln sollten, was einen Zeitvorteil gegenüber brute-force Methoden eröffnet. Eine gemeinsame Veröffentlichung ist geplant [2].

2.2 AP2 - Nichtlineare Antworten fluktuationsgetriebener Systeme (stochastische, irreguläre Signale)

AP2 widmet sich zunächst eindimensionalen nichtlinearen Systemen und arbeitet heraus, ob und inwieweit sich Ergebnisse aus den Vorarbeiten (und AP1) auf stochastische Signale übertragen lassen. In einem zweiten Schritt sollte untersucht werden, wie sich stochastische Signale auf die kollektive Dynamik ganzer Netzwerke auswirken.

Für eine irreguläre externe Störung wurden zwei Fälle betrachtet. Zunächst wurde ein nichtlineares System analysiert, welches ausschließlich von einem stochastischen Signal angetrieben wird, wobei wir den Kippunkt als die Stärke der Störung definieren, bei welcher der stationäre Mittelwert divergiert. In diesem Szenario treten der nichtlineare Offset und der anschließende Kippunkt nur für bestimmte Potentialfunktionen auf. Insbesondere stellten

wir fest, dass ein logarithmisches Potential einen nichtlinearen Betriebs-Offset bewirkt, welcher das System anfällig für Kippvorgänge macht. Unsere analytische Methode aus AP1 ist gut geeignet, um diese nichtlineare Reaktion zu untersuchen. Die vorhandenen Ergebnisse, insbesondere ihre mechanistische Erklärung, sollen nun detailliert ausgearbeitet und für eine Publikation, vorauss. in 2025, vorbereitet werden [3]. Zweitens wurde in stochastischen Differentialgleichungen erster Ordnung die Existenz von Kippunkten in Abhängigkeit vom asymptotischen Verhalten der unterliegenden Dynamik untersucht. Dabei fanden wir zwei allgemeingültige Klassen von Grenzfällen, eine mit schnell wachsenden Potentialen und eine mit langsam wachsenden Potentialen. Wir konnten beweisen, dass Kippunkte in keiner dieser Klassen existieren können. Zwischen diesen beiden Klassen wurde eine Klasse gefunden an logarithmisch wachsenden Potentialen, in der Kippunkte existieren. Mit diesen Arbeiten wurde der Meilenstein M2 erreicht.

2.3 AP3 - Nichtlineare Antworten und Bifurkationen aufgrund von Parameterverschiebung

AP3 widmete sich der Identifikation von Knoten, die bei Parameteränderung das System destabilisieren. Zuerst wurde ein Kuramoto-Modell, bestehend aus global gekoppelten Oszillatoren, als Beispiel für ein homogenes System betrachtet. Mit der bereits vorgestellten Methode der Fourier-Harmonischen-Zerlegung konnte die gesamte nichtlineare Antwort des Systems analysiert werden. Zunächst ermöglicht die Methode die Unterscheidung zwischen Oszillatoren, die an die externe Antriebskraft gebunden sind (phasen-gelockter Zustand), und solchen, die mit der Zeit ihre Frequenz ändern (driften). Diese Unterscheidung ermöglicht es uns, den Oszillator zu bestimmen, der aufgrund der systemeigenen Eigenschaften am anfälligsten für externe Störungen ist (Meilenstein M3a). Beispielsweise werden Oszillatoren driftend, d. h. sie verlieren ihr gelocktes Verhalten, wenn ihre Eigenfrequenz den kritischen Punkt überschreitet, der durch die inverse Besselfunktion und die Signalstärke bestimmt wird. Zweitens erleichtert unser analytisches Werkzeug die Untersuchung der kollektiven Synchronisation über den Kuramoto-Ordnungsparameter, dessen Vorhersagen mit den numerischen Ergebnissen im Zeitverlauf eng übereinstimmen. Bemerkenswert ist auch, dass wir zwar nur eine harmonische Zerlegung bis zur ersten Harmonischen durchführen, aber dennoch das Verhalten der höheren Harmonischen des Kuramoto-Ordnungsparameters genau vorhersagen können. Als ein einfaches Modell eines Stromnetzsystems wurde ein weiteres Kuramoto-Modell mit Trägheitstermen versehen. Auf externe periodische Antriebskräfte kann man vom Modell eine subharmonische Reaktion erwarten - ein Phänomen, das mit der Resonanz zusammenhängt, die Differentialgleichungen zweiter Ordnung innewohnt. Unsere Methode zur Zerlegung der Fourier-Harmonischen trennt die periodische nichtlineare Antwort in ihre ganzzahligen und subharmonischen Komponenten auf und ermöglicht so die Vorhersage von kritischem oder kippendem Verhalten (Meilenstein M3b). Das im Projekt entwickelte Verfahren kann auch angewandt werden, um die vollständige nichtlineare Antwort eines vernetzten Systems zu approximieren und zu analysieren, selbst wenn das System nicht von Natur aus oszillierend ist. So können beispielsweise sowohl die periodische nichtlineare Antwort als auch der nichtlineare Betriebs-Offset in Kontexten wie Genregulationsnetzwerken oder Systemen, die aus Sattelknoten-Bifurkationen bestehen, genau erfasst

werden (Meilenstein M3c).

3 Wichtigste Positionen des zahlenmäßigen Nachweises

Positionen	Ausgaben insgesamt (in €)
0812 Beschäftigte E12-E15	132.725,80
0822 Beschäft.-entg.	4.137,84
0843 Sachausgaben	0
0846 Dienstreisen	2.700,16
Summe	139.563,80

Die Ausgaben für die Beschäftigung einer wissenschaftlichen Hilfskraft überschritten die in der Pos. 822 bewilligten Mittel um mehr als 120%, sodass eine Umwidmung von 100 Euro von Pos. 812 in die Pos. 822 beantragt und genehmigt wurde. Grund für die Mehrausgaben waren einerseits die gestiegenen Vergütungssätze für wissenschaftliche Hilfskräfte an der TU Dresden, andererseits aber auch die umfangreichen Analysen der Dynamik von parametergestörten Netzwerken, die im Rahmen von AP3 notwendig waren und eine längere Bearbeitungszeit benötigten.

4 Notwendigkeit und Angemessenheit der geleisteten Arbeit

Der Wandel hin zu 100% erneuerbaren Energien stellt das bisher zentral organisierte Stromnetz vor große Herausforderungen durch schwankende Einspeisungen, veränderte Verbrauchsgewohnheiten und die wachsende Rolle von Prosumern. Die daraus resultierenden nichtlinearen Phänomene in Stromnetzen können bis jetzt nicht hinreichend untersucht und beschrieben werden. Die Projektarbeiten waren notwendig und angemessen, um ein besseres Verständnis der Auswirkungen von Leistungsfluktuationen sowie von Parameteränderungen auf die kollektive Dynamik und Funktion von Stromnetzen zu erzielen. Für die Antragsteller war es nicht möglich, für das beantragte Vorhaben eigene Mittel, die über die Grundausstattung einer universitären Arbeitsgruppe hinausgehen, einzubringen. Eine Durchführung der dargestellten Projektteile war somit nur nach beantragter finanzieller Förderung möglich.

5 Voraussichtlicher Nutzen

In früheren Studien hatte man sich auf die Vorhersage der nichtlinearen Antwort konzentriert, wenn sowohl das nichtlineare System als auch die externe periodische Störung bekannt sind. Mit unserer Methode können wir nun das inverse Problem angehen - die Bestimmung der Eigendynamik selbst, wenn die periodische Antwort und das externe Antriebssignal bekannt sind. Wir haben ein analytisches Toolkit entwickelt, das auf der harmonischen Fourier-Zerlegung basiert, um die unbekannte Eigendynamik aus diesen periodischen Eingaben abzuleiten. Der Ansatz wandelt ein komplexes Differentialgleichungsproblem in eine Reihe von algebraischen Gleichungen um, die die nichtlineare Antwort des Systems,

einschließlich des nichtlinearen Betriebs-Offsets und der Kippunktvorhersage, vollständig charakterisieren. Ein systematisches Lösungsverfahren für die algebraischen Gleichungen ist bisher unbekannt. Trotzdem kann daraus zukünftig ein starkes Instrumentarium zur Erforschung und Approximation der vollständigen nichtlinearen Antwort eines nichtlinearen vernetzten Systems unter einem periodischen Antriebssignal entwickelt werden. Diese Methode kann möglicherweise auf stochastische Signale, Signale mit verschiedenen Frequenzen, quasi-periodische Antwortvorhersage usw. erweitert werden und leistet somit einen relevanten Beitrag zur Erforschung des nichtlinearen Antwortverhaltens von Stromnetzen. Für Netzbetreiber kann perspektivisch auf diese Weise ein Toolbox für eine Vielzahl von praktischen Anwendungen erstellt werden.

6 Bekannt gewordener Fortschritt anderer Stellen

Zum Thema Störungsausbreitung sind Ergebnisse bekannt geworden, die unsere Arbeiten komplementieren. Im Paper "Transformation starts at the periphery of networks where pushback is less"(Sci. Rep. 14, 2024) wird anhand numerischer Simulationen gezeigt, dass bei einem Netzwerk mit anziehender Wechselwirkung zwischen den einzelnen Knoten (d.h. Knoten gleichen ihren Zustand an den ihrer Nachbarn an) Knoten mit kleinerer Zentralität leichter zu einer Kipp-Kaskade führen können.

In unserem Modell konnte auch beobachtet werden, dass ein Netzwerk instabiler ist (d.h. die kritische Störungsstärke kleiner), wenn ein Knoten mit kleinerer Zentralität gestört wird. Zusätzlich beachten wir jedoch auch die Kopplungsstärke, da sich der Einfluss verschiedener Zentralitätsmaße in Abhängigkeit davon verändert. In dem oben erwähnten Artikel wird zum Einfluss der Kopplungsstärke nur erwähnt, dass für kleinere Kopplung der Einfluss der Zentralität insgesamt schwächer wird.

7 Im Rahmen des Projektes erfolgte und geplante Veröffentlichungen

1. Börner, G., Schröder, M., Thümler, M. & Timme, M. Perturbation-response dynamics of coupled nonlinear systems. *Chaos* **34**, 103149 (2024).
2. Zhang, X. *u. a.* Extreme responses in fluctuation-driven networks. *in Vorbereitung* (2025).
3. Fleck, J. L. *u. a.* On tipping points in stochastically driven nonlinear systems. *in Vorbereitung* (2025).