der Belastungszeiten von 10^{-4} bis 10^3 s einen Rückgang der Festigkeit um nur 50% festgestellt hat; weit weniger, als für einen Wärmedurchschlagsvorgang zu erwarten wäre. Es erscheint daher denkbar, daß die bei hohen Feldstärken erfolgende innere Feldemission von Ionen im Netzwerk lokale Feldinhomogenitäten zurückläßt, so daß an diesen Stellen die für einen rein elektrischen Durchschlag erforderliche Feldstärke erreicht wird. — Ein gleicher Vorgang ist denkbar in unmittelbarer Nähe der Elektroden auf Grund der hier herrschenden raumladungsbedingten Feldverzerrungen.

Abschließend sei den Herren Dr. N. NEUROTH für die Durchführung der UR- und UV-Messungen und Dipl.-Phys. O. LINDIG für die Bestimmung der Rasch-Hinrichsen-Koeffizienten des spezifischen Widerstandes der untersuchten Gläser gedankt.

5. Schrifttum

[1] GÜNTHERSCHULZE, A.: Über die dielektrische Festigkeit. München: Kösel & Pustet 1924.
[2] GÜNTHERSCHULZE, A.: Die dielektrische Festigkeit von Flüssigkeiten und festen Körpern. Jb. Radioakt. u. Elektronik **19** (1922) S. 92—111.
[3] HAYDEN, J. R. L. und STEINMETZ, C. P.: Insulation failure — Apyroelectric effect. Electr. World **80** (1922) S. 865—868.
[4] WAGNER, K. W.: Versuche und Theorie des Wärmedurchschlags. Sitzungsber. Preuß. Akad. d. Wiss. Berlin. Math. Phys. Kl. 1922, S. 438.
[5] VERMEER, J.: The electric strength of glasses with different sodium contents. Physica **22** (1956) S. 1247 bis 1253. [Ref. Glastechn. Ber. **33** (1960) S. 144.]
[6] FRANZ, W.: Dielektrischer Durchschlag. In: Handb. d. Physik. Bd. 17. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. S. 154—263. spez. S. 171.
[7] EITEL, W., PIRANI, M. und SCHEEL, K.: Glastechnische Tabellen. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1932. S. 283—290. [Siehe auch: Glastechn. Ber. **9** (1936) S. 459.]
[8] GLASER, G.: Über die elektrische Leitfähigkeit und Durchschlagfestigkeit dünner Glasfolien. Z. angew. Phys. **4** (1952) S. 12—16. [Ref. Glastechn. Ber. **27** (1954) S. 26.]
[9] v. HIPPEL, A.: Der elektrische Durchschlag in Gasen und festen Isolatoren. Ergebn. exakt. Naturwiss. **14** (1935) S. 79—129. spez. S. 114ff. [Ref. Glastechn. Ber. **14** (1941) S. 33.]
[10] FRÖHLICH, H.: Theory of electric breakdown in ionic crystals. Proc. Roy. Soc. London **160** (1937) S. 230—241.
[11] FRANZ, W.: Zur Theorie des elektrischen Durchschlags kristallischer Isolatoren. Z. Phys. **113** (1939) S. 607 bis 636.
[12] v. HIPPEL, A. und MURER, R. J.: Electric breakdown of glasses and crystals as a function of temperature. Phys. Rev. **59** (1941) S. 820—823. [Ref. Glastechn. Ber. **20** (1947) S. 57.]
[13] AUSTEN, E. W. und WHITEHEAD, S.: The electric strength of some solid dielectrics. Proc. Roy. Soc. London, Ser. **A 176** (1940) S. 33—50.
[14] HUND, F.: Einführung in die theoretische Physik. Bd. 5. Leipzig: Bibliograph. Inst. 1951. S. 49—55.
[15] O. Verf.: Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch. I. Theoretische Grundlagen. Hütte e. V. Akad. Verein Berlin. Berlin: Ernst 1955. S. 369.
[16] WHITEHEAD, S.: Dielectric breakdown of solids. Oxford: Clarendon Press 1951.
[17] POOLE, H. H.: The temperature variation of the electric conductivity of mica. Phil. Mag. **32** (1916) S. 112—129.
[18] VERMEER, J.: The electrical conduction of glass at high field strength. Physica **22** (1956) S. 1257—1268. [Ref. Glastechn. Ber. **33** (1960) S. 387.]
[19] VERMEER, J.: On the relation of ionic conductivity and breakdown strength of glass. Physica **22** (1956) S. 1269 bis 1278. [Ref. Glastechn. Ber. **35** (1962) S. 251.]

(41704)

DK 536.2:536.33:666.1.031.2:621.039.57

Ein Beitrag zum Energietransport durch gekoppelte Leitung und Strahlung in oxydkeramischen Schmelzen

Von PETER BÜHRING, Berlin

(Vortrag auf der Gemeinschaftstagung Glas—Keramik am 28. Oktober 1964 in Würzburg)

(Eingegangen am 12. September 1964)

Im Zusammenhang mit Untersuchungen über die Eignung oxydkeramischer Schmelzen als Spaltstofflösungsmittel für Hochtemperatur-Kernreaktoren wurden Möglichkeiten studiert, Aussagen über den Transport der im Innern solcher Schmelzen entstehenden thermischen Energie an ein Kühlmittel machen zu können. — Zwei Berechnungsschritte können unterschieden werden: Einmal die Energiefortleitung vom Schmelzinnern zum Rand („inneres" Problem) simultan durch Wärmestrahlung und Wärmeleitung, zum anderen die Energieübertragung vom Rand der Schmelze an ein Kühlmittel („äußeres" Problem) durch konduktiven und/oder konvektiven Wärmeübergang.

Die vorliegenden Ausführungen gehören ursprünglich zu einer umfassenderen Untersuchung über das thermische Verhalten oxydkeramischer Schmelzen als Werkstoffe zur Energieübertragung bei hohen Temperaturen. Da die Anforderungen an diese Schmelzen (z. B. Homogenität, Strahlungsdurchlässigkeit) die gleichen sind, die an Glasschmelzen gestellt werden, sofern es sich um Klarglasschmelzen und nicht um Schmelzen farbiger Gläser handelt, gelten für beide auch die gleichen Überlegungen hinsichtlich des Energietransportes.

Der Inhalt des Kapitels über den inneren Energietransport gilt genauso für Glasschmelzen; denn aus der Glasindustrie stammen wesentliche Beiträge zur Problematik des gekoppelten Wärmestrahlungs- und -leitungstransportes. Nach einem kurzen Literaturüberblick wird auf eine Möglichkeit zur Berechnung des Energiestromes und Temperaturfeldes im Innern von Schmelzwannen mit Hilfe eines elektrischen Analogieverfahrens hingewiesen.

In einem zweiten Kapitel wird der Wärmetransport aus einer Schmelze durch die freie Oberfläche (Strahlung) und die festen Behälterwände (Leitung und Konvektion) behandelt. Die dort gewonnenen Einsichten sind nur prinzipiell auf Glasschmelzwannen übertragbar, weil die Kühlung von Schmelzwannen lediglich zum Schutz der Behälterwände durchgeführt wird, d. h. das Bestreben ist, den Energiefluß zu minimalisieren. Bei der ursprünglichen Zielsetzung bestand die Aufgabe, unter Einhaltung bestimmter Wandtemperaturen einen möglichst hohen Energiefluß durch die Behälterwände zu erreichen. Die Berechnungsmethoden, auf die es hier allein ankommt, dürften in beiden Fällen die gleichen sein.

1. Inneres Energietransportproblem

Dieses Problem umfaßt die Fortleitung der Wärme im Innern von Glasschmelzwannen gleichzeitig durch Wärmestrahlung und Wärmeleitung. Die Kenntnis dieses simultanen Transportvorganges ist von großer Bedeutung für das Schmelzen von Gläsern, da sich nur dann Aussagen über die Temperaturgradienten im Innern der Schmelzen sowie Art und Größe der Energiezufuhr machen lassen.

Darüberhinaus ist auf anderen Gebieten der Technik, oft durch den Übergang zu höheren Temperaturen bedingt, eine ständig zunehmende Zahl von Anwendungsbereichen vorhanden: Kessel- und Ofenbau, gasgekühlte Kernspaltreaktoren, Energiewandler mit

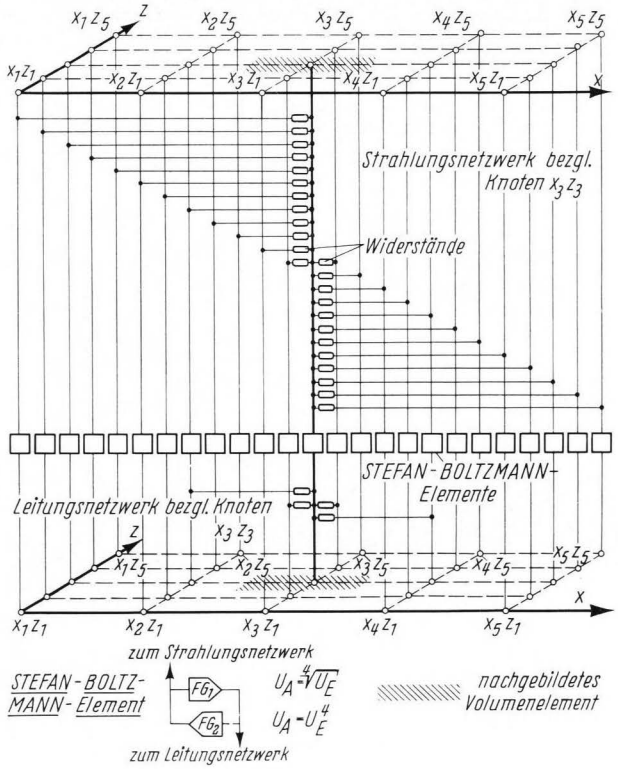

Bild 1. Schema eines Strahlungs-Leitungsnetzwerkes mit 25 Knoten.

Plasmen, Raumfahrt- und Raketentechnik (Wiedereintrittsprobleme).

1.1. Kurzer Literaturüberblick über das Strahlungs-Leitungs-Problem

Grundlegende Hinweise und Ansätze zur Berechnung der Temperaturverteilung und des Energiestromes sind in [1] gemacht, nachdem vorher schon von den gleichen Verfassern Formeln über die Eindringtiefe von Strahlung in absorbierenden und streuenden Medien [2] abgeleitet worden waren. Grundsätzliche Hinweise zur mathematischen Behandlung dieses Problems (Integrodifferentialgleichungen) und einige numerische Lösungen sind, fußend auf [1 und 2], in [3] erarbeitet worden. Weitere deutsche Veröffentlichungen [4 und 5] haben grundsätzliche Gedanken und mathematische Ansätze zum Problem der simultanen Leitung und Strahlung zum Inhalt, in anderen sind die Verfasser um vereinfachte Lösungsmöglichkeiten der schwierigen Gleichungen bemüht und versuchen effektive Wärmeleitzahlen (reine Leitung + Strahlungsleitung) für Gläser zu berechnen [6 und 7].

Den wohl umfassendsten Überblick über alle Transportvorgänge, an denen die Strahlung beteiligt ist, mit ausführlichen physikalischen Grundlagen, Ableitungen von Formeln, Hinweisen zur Lösung mathematisch formulierter Probleme und Lösungen spezieller Fälle gab VISKANTA in seiner Dissertation [8]. Als wichtigste Fortsetzungen sind aus dieser Arbeit Abhandlungen über simultane Strahlung und Leitung [9] bei verschiedenen Randbedingungen [10] hervorgegangen. Neuere Arbeiten, die Überblicke über den Stand der Forschung über mit der Strahlung gekoppelte Transportvorgänge geben, stammen von EINSTEIN [11] und LICK [12].

In allen genannten Arbeiten finden sich Hinweise auf die außergewöhnlichen mathematischen Schwierigkeiten; gleichzeitige Strahlung und Leitung führt wegen der unterschiedlichen Abhängigkeit von der Temperatur zu nichtlinearen Integrodifferentialgleichungen, für die bisher keine analytischen Lösungen gefunden werden konnten. Aufwendige Näherungsverfahren [8 und 9] lassen jedoch auch nur numerische Lösungen zu. Alle Betrachtungen und Lösungsversuche beschränkten sich auf den eindimensionalen Fall, die analytische Behandlung zwei- und dreidimensionaler Probleme erweist sich als praktisch undurchführbar.

Da die Schwierigkeiten weniger auf die Wärmeleitung als auf das Vorhandensein von Strahlung zurückgehen, liegt es nahe, insbesondere die Berechnung der Wärmestrahlung zu vereinfachen oder durch Anwenden eines Analogieverfahrens zu umgehen. Die Einführung eines Differenzenverfahrens in die Strahlungsaustauschrechnungen geht auf HOTTEL [13][1]) zurück, so daß an Stelle einer Integralgleichung ein System linearer Gleichungen gelöst werden muß. Schon 1936 berichtete PASCHKIS von einem elektrischen Widerstandsnetzwerk, mit dessen Hilfe die Wärmestrahlungsvorgänge in Öfen nachgebildet worden waren [14]. In neuerer Zeit hat OPPENHEIM auf die Bedeutung der elektrisch analogen Nachbildung von Strahlungs- [15] und auch Strahlungs- und Leitungs- oder/und Konvektionsprobleme [16] hingewiesen. Während PASCHKIS in direkter Analogie zum OHMschen Gesetz die linerare Temperaturdifferenz als Spannung einführte, was ein etwas umständliches iteratives Verfahren zum Bestimmen des Potentialfeldes zur Folge hat (es gestattet allerdings die Simulierung der Wärmeleitung im gleichen Netzwerk), empfahl OPPENHEIM ein Widerstandsnetzwerk für Strahlungsvorgänge, bei dem die Potentialdifferenz dem Unterschied der Emissivitäten ($\sim T^4$) der betrachteten Punkte analog ist. Simultane Strahlungs- und Leitungsvorgänge können durch untereinander in jedem Knotenpunkt durch „Stefan-Boltzmann-Elemente" [16] (Verstärker mit entsprechender Charakteristik) verbundene Strahlungs- und Leitungsnetzwerke nachgebildet werden. Bild 1 zeigt die Schemaskizze eines Strahlungs-Leitungsnetzwerkes für 25 Knoten. Der Entwurf und Aufbau eines solchen Netzwerkes sowie Arbeiten daran über gekoppelte Strahlungs- und Leitungsvorgänge werden vorbereitet.

[1]) Eine Zusammenfassung früherer Arbeiten von HOTTEL ist in dem Buch von W. H. MCADAMS: Heat Transmission, New York, Toronto, London: McGraw-Hill 1954 erschienen. [Ref. Glastechn. Ber. **32** (1959) S. 213.]

1.2. Reine Strahlung im eindimensionalen Fall

Als einfachster Fall eines reinen Strahlungsproblemes ohne innere Wärmequellen wurde der Temperaturverlauf und der Wärmetransport zwischen zwei unendlich ausgedehnten Platten, zwischen denen sich ein absorbierendes und streuendes Medium befand, mit Hilfe eines Netzwerkes ermittelt. Dieses eindimensionale Strahlungsproblem ist von USISKIN und SPARROW in [17] und von VISKANTA [8] gemeinsam mit GROSH [18] ausführlich behandelt worden, numerische Lösungen liegen in beiden Arbeiten als graphische Darstellungen vor. Der Aufbau des elektrischen Widerstandsnetzwerkes erfolgte ebenso wie die Berechnung der Widerstände nach [16]; für die Bestimmung der Durchlässigkeit eines absorbierenden Mediums wurde die Formel aus [2] verwendet. Wie aus [17 und 18] zu entnehmen ist, hängt die Lösung des Problems bei Annahme temperaturunabhängiger optischer Eigenschaften (charakterisiert durch den Absorptionskoeffizienten k) in dimensionsloser Form nur von dem ebenfalls dimensionslosen Parameter $k \cdot H$ (H-Plattenabstand) ab. Überprüft man die Netzwerkschaltung in den beiden Grenzfällen $kH = 0$ (vollkommen durchlässiges Medium) und $kH = \infty$ (vollkommen undurchlässiges Medium), dann zeigt sich, daß

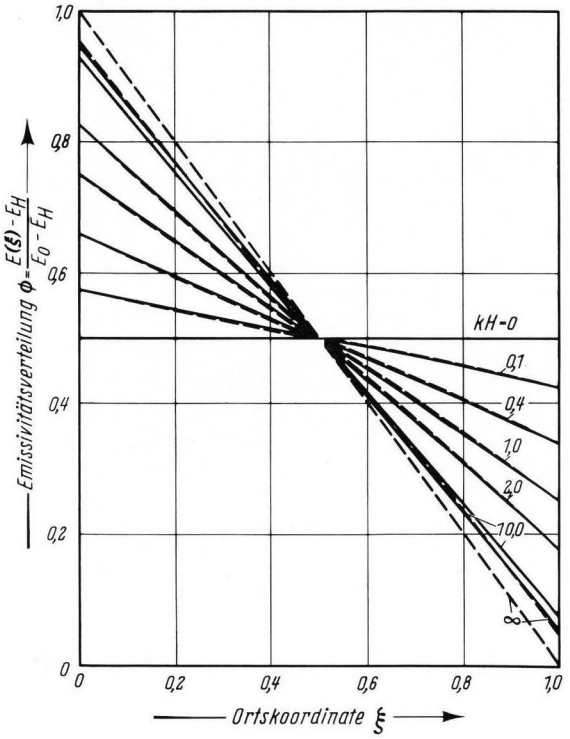

Bild 2. Emissivitätsverteilung Φ als Funktion des Abstandes ξ und der optischen Dicke kH.

Es gilt: $E(0) \neq E_0$; $E(1) \neq E_H$

der vollkommen diathermane Fall genau, der undurchlässige Fall jedoch nur mit einem Fehler nachgebildet werden kann, der umgekehrt proportional der Zahl der Schichten ist, in die der Abstand H unterteilt wurde. Es wird untersucht, ob sich dafür Korrekturfunktionen finden lassen.

In Bild 2 ist die Emissivitätsverteilung Φ in Abhängigkeit von der Ortskoordinate ξ und der optischen Dicke kH in dimensionsloser Form gezeichnet; zum Vergleich sind die durch numerische Lösung der exakten Gleichung gewonnenen Verläufe [17 und 18] mit eingetragen. Bild 3 zeigt, ebenfalls in dimensionsloser Form, die Energiestromdichte $q/(E_0 - E_H)$ in Abhängigkeit von der optischen Dicke kH, wobei die mit Hilfe des Netzwerkes gewonnenen Ergebnisse mit denen nach [17 und 18] verglichen werden. Es ist den Bildern zu entnehmen, daß Netzwerksergebnisse für die Werte der optischen Dicke $0 \leqq kH \leqq 2{,}0$ keiner Korrektur bedürfen.

Diese allerersten Untersuchungen von Strahlungsvorgängen am Netzwerk lassen erwarten, daß sich auch

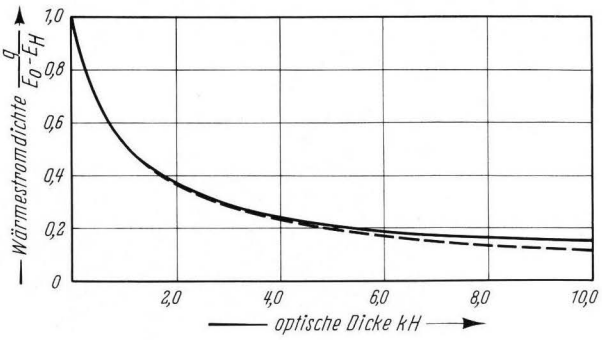

Bild 3. Wärmestromdichte $\frac{q}{E_0 - E_H}$ als Funktion der optischen Dicke kH.

——— nach Netzwerk

— — — — nach [18]

zweidimensionale Probleme (Zylindergeometrie) gekoppelter Strahlung und Leitung erfolgreich lösen lassen.

2. Energietransport aus einer oxydkeramischen Schmelze

Der Hinweis, daß die Untersuchungen eigentlich einem anderen Zweck dienten, soll hier wiederholt werden. Die einzelnen Abschnitte werden trotzdem in dieser Studie belassen, weil aus den hier folgenden Rechenschritten die Randbedingungen für das in Abschnitt 1 beschriebene „innere Wärmetransportproblem" gewonnen werden können. Auch bei Glasschmelzwannen wird an der freien Oberfläche die Energiestromdichte durch einen Wärmestrahlungsvorgang bestimmt, und die Temperaturen an den festen Behälterwänden stellen sich auf Grund konduktiven und konvektiven Wärmeüberganges ein.

2.1. Energietransport durch die freie Oberfläche

Die von einer ebenen Fläche in einen geschlossenen diathermanen Hohlraum durch Strahlung übertragbare Energie war in [19] für bestimmte feste optische und geometrische Kennwerte berechnet worden ([19] Bild 10). Für einen verfeinerten Entwurf genügt die Ermittlung der insgesamt übertragbaren Energie nicht, sondern man muß die Strahlungsenergiestromdichten in Abhängigkeit von der Geometrie des Systems kennen, um den „Strahlungsraum" sinnvoll gestalten zu können.

Derartige Strahlungsaustauschprobleme sind mathematisch schwer zu behandeln, weil die Geometrie des Strahlenverlaufes auch bei einfachen Flächenkonstellationen schon zu komplizierten Ausdrücken führt. Als Beispiel sei hier das System zweier simultaner Integralgleichungen (1) und (2) aufgeschrieben, nach dem die Energiestromdichten für den sehr einfachen Fall des Halbkugelraumes (zweiflächiger Raum) berechnet werden können.

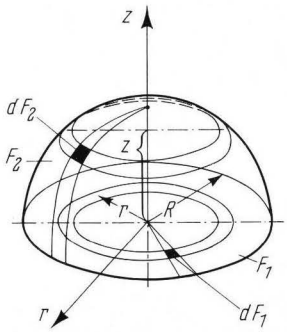

Bild 4. Halbkugelraum als zweiflächiger Strahlungsraum.

Lösungsmöglichkeiten von Systemen linearer Integralgleichungen gaben. Selbst bei einfachen geometrischen Verhältnissen sind bisher keine geschlossenen Lösungen gefunden worden [20, 22 und 23], was vor allem auf die komplizierten Ausdrücke für Einstrahlzahlen oder Winkelverhältnisse, die in den Integralgleichungen als Kerne wieder erscheinen, zurückzuführen ist. Zusammenstellungen und Hinweise für die Berechnung von Einstrahlzahlen sind außer in [20 bis 23] vor allem in [24 bis 26] enthalten, wovon die letzten beiden Arbeiten Angaben über Einstrahlzahlen bei Rohrwänden (Kesselbau) enthalten.

In der Mehrzahl der Fälle werden die den Strahlungsaustausch beschreibenden Integralgleichungen durch

$$H_1(r) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_1^4 + 2(1-\varepsilon) \int_0^R H_2(z) \frac{R^4 + (2z^2 - R^2) r^2}{[R^4 + r^4 + 2r^2(2z^2 - R^2)]^{3/2}} z\, dz \tag{1}$$

$$H_2(z) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_2^4 + \frac{4(1-\varepsilon)}{R} \int_0^R H_1(r) \frac{R^4 + (2z^2 - R^2) r^2}{[R^4 + r^4 + 2r^2(2z^2 - R^2)]^{3/2}} z\, r\, dr + \frac{1-\varepsilon}{R} \int_0^R H_2(z)\, dz. \tag{2}$$

Es bedeuten:

H : abgestrahlter Energiestrom je Flächeneinheit („Helligkeit")
R : Halbmesser des Halbkugelraumes
r, z : laufende Koordinaten
T : absolute Temperatur
ε : Emissionszahl
σ : Strahlungszahl des schwarzen Körpers
Zeiger 1 : ebene Grundfläche
Zeiger 2 : Halbkugelfläche

Die Energiestromdichten q errechnen sich aus:

$$q_1(r) = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} [\sigma \cdot T_1^4 - H_1(r)] \tag{3}$$

$$q_2(z) = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} [\sigma \cdot T_2^4 - H_2(z)]. \tag{4}$$

Die Energieströme über die Flächen F_1 und F_2 erhält man durch Integration der Gleichungen (3) und (4) zu

$$Q_1 = 2\pi \int_0^R q_1(r)\, r\, dr \tag{5}$$

$$Q_2 = 2\pi \cdot R \int_0^R q_2(z)\, dz \tag{6}$$

und, da es sich um ein geschlossenes System handelt,

$$Q_1 = -Q_2 = Q_{Str}, \tag{7}$$

wobei Q_{Str} der Energiestrom ist, der durch Strahlung durch die freie Oberfläche der Schmelze tritt.

Der Strahlungsenergieaustausch in Systemen unterschiedlicher geometrischer Gestalt ist häufig untersucht worden. Sparrow und Mitarbeiter berechneten die Energiestromdichten in zylindrischen [20] und quaderförmigen [21] einseitig offenen Hohlräumen sowie den Strahlungsaustausch zwischen zwei Kreisscheiben [22]. Ebenfalls den Wärmeaustausch durch Strahlung in Hohlzylindern behandelten Usiskin und Siegel [23], die zudem in ihrer Arbeit eine knappe Analyse der numerische Integration nach dem Verfahren der sukzessiven Approximation mit Hilfe von Digitalrechenmaschinen gelöst [20, 22 und 23]. Zum Vergleich sind in [23] die Lösungen enthalten, die sich mittels Approximation des Kernes durch eine leicht-integrierbare Form und durch Ansatz einer geeigneten Potenzreihe für die gesuchte Funktion mit Bestimmung der freien Konstanten ergeben.

Haben die im System enthaltenen Körper (Flächen) unterschiedliche Temperatur, so kann man die Lösung für den allgemeinen Fall aus den Teillösungen für den isothermen Fall und den Fall mit Übertemperatur über Null superponieren [22 und 23] (es ist dann die doppelte Anzahl von Integralgleichungen zu lösen).

Dieser kurze Einblick in die Literatur zeigt, welche Schwierigkeiten bei der Berechnung von Strahlungsaustauschvorgängen auftreten. Schon bei dem durch die Gleichungen (1) und (2) beschriebenen System, es ist das einfachste, als Strahlungsraum denkbare, wäre ein größerer Digitalrechner erforderlich, um den Rechenzeitaufwand in erträglichen Grenzen zu halten.

2.2. Energietransport durch die festen Behälterwände (Leitung und Konvektion)

In diesem Kapitel werden Unterlagen für die Berechnung der Wärmestromdichte q (Bild 11 in [19]) der festen Behälterwände zusammengestellt.

Zuvor soll kurz auf die Überlegungen hingewiesen werden, die zum Entwurf des Schmelzbehälters (vgl. [19], Bild 8) führten: Ein Aufbau des Schmelztiegels ähnlich den Schmelzkammern moderner Hochleistungskessel (in Stampfmasse aus Siliciumcarbid eingebettete Stiftrohre) ließ sich bei den gewünschten Wärmestromdichten nicht verwirklichen, weil der Temperaturabfall in der mindestens anzunehmenden Stampfmassenschicht wegen der schlechten Wärmeleitfähigkeit bei hohen Temperaturen zu groß ist [27]. Deshalb wurde an folgenden Aufbau gedacht: Das Schmelzgefäß wird wie ein Rührbehälter aus einem Stahlmantel mit außen aufgeschweißten Halbrohren aufgebaut. Da die Temperaturen in der Gefäßwand von der Kühlmittelseite her

bestimmt werden, läßt sich erreichen, daß keine unzulässigen Erwärmungen auftreten und die Temperatur auf der Gefäßinnenseite so niedrig wird, daß die Schmelze am Rand in einer dünnen Schicht erstarrt. Durch diese Konstruktion sind auch die Korrosionsprobleme auf der Werkstoffseite und die Gefahr der chemischen Zersetzung der Schmelze durch Einflüsse vom Rande her beseitigt, weil ein nahtloser Übergang von der erstarrten Schmelze zur Schmelzflüssigkeit vorhanden ist.

Bild 5 zeigt ein Symmetriestück der Behälterwand, wobei der Radius des Schmelzgefäßes ohne großen Fehler als ∞ angenommen werden kann.

Nach Komossa [28] (Bild 25) läßt sich der Wärmeleitwiderstand W der Wand mit den aufgeschweißten Rohren unter Benutzung der Korrekturfunktionen

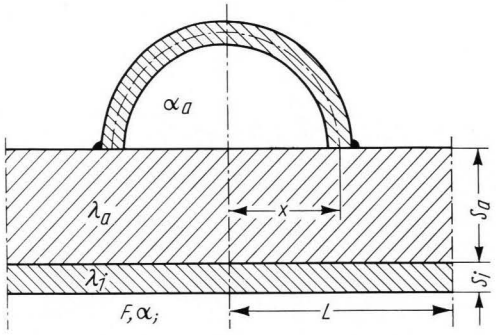

Bild 5. Symmetriestück der Behälterwand.

F: innere Oberfläche
L: Länge des Symmetriestückes
S: Wanddicke
x: mittlerer Rohrhalbmesser
α: Wärmeübergangszahl
λ: Wärmeleitzahl
a: außen
i: innen

$\varepsilon = f\,(x/L, S/L)$ und $\xi = f\,(\lambda_a/\alpha_i\, S, S/L)$, dargestellt in den Bildern 6 und 7, berechnen aus

$$W = \frac{1}{\varepsilon \cdot \xi} \cdot \frac{S}{1 \cdot L \cdot \lambda_a}. \tag{8}$$

Die Wanddicke S kann man für den angegebenen Fall aus

$$S = S_a + \frac{\lambda_a}{\lambda_i} S_i;\ \lambda_i < \lambda_a \tag{9}$$

ermitteln. Die Wärmedurchgangszahl k bezogen auf die innere Fläche F ergibt sich schließlich aus

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{L}{x} \cdot \frac{1}{\alpha_a} + 1 \cdot L \cdot W. \tag{10}$$

Bei Kenntnis der Temperaturdifferenz zwischen Innen- und Außenseite ist somit auch die Wärmestromdichte q durch die Behälterwand bestimmbar.

2.2.1. Wärmeleitung in der erstarrten Schmelze

Entsprechend dem vorgeschlagenen Aufbau des Schmelzgefäßes ist als die innere Schicht S_i die erstarrte Schmelze aufzufassen, für die überschläglich die Wärmeleitzahlen ermittelt wurden. Nach [19] (Bild 3) kommen für keramische Gemische, deren Schmelztemperaturen etwa unterhalb 1900 °C liegen, die Zusammensetzungen 10—40% BeO, Rest Al_2O_3 und 40—65% BeO, Rest MgO in Frage. Diesen Gemischen wird bis zu 4% UO_2 beigegeben, so daß den Untersuchungen ternäre Systeme BeO-Al_2O_3-UO_2 und BeO-MgO-UO_2 zugrunde liegen. Die Wärmeleitfähigkeit der Oxyde BeO, Al_2O_3 und MgO wurden [19] (Bild 2) entnommen, die von UO_2 stammen aus [29].

In [30] sind von Eucken die grundsätzlichen Gedanken und Methoden zum Berechnen von Wärmeleitzahlen erstarrter keramischer Schmelzen zusammengestellt worden. Danach ist für eine genauere Bestimmung der Wärmeleitwerte die Kenntnis des Gefügebildes der keramischen Schmelze erforderlich. Grundsätzlich ergibt sich folgendes Bild: In die zusammenhängend erstarrte Glasschmelze sind diskret verteilte Kristalle keramischer Oxyde oder anderer in der Schmelze auftretender chemischer Verbindungen (Eutektika) eingebettet mit im allgemeinen wesentlich besserer oder schlechterer Wärmeleitzahl, als sie die Glasmasse besitzt.

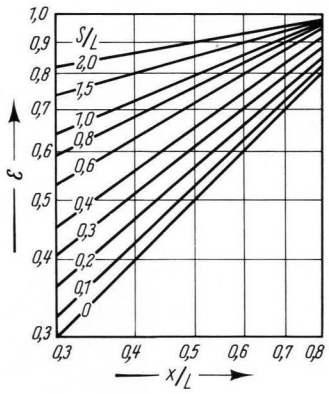

Bild 6. Korrekturfunktion ε nach [25].

L: Länge des Symmetriestückes
S: Wanddicke
x: mittlerer Rohrhalbdurchmesser
α: Wärmeübergangszahl
λ: Wärmeleitzahl
a: außen
i: innen

In [31] sind für eine Reihe binärer und ternärer keramischer Systeme unter anderem Untersuchungen der Gefügebilder vorgenommen worden. Für die hier untersuchten Dreistoffsysteme lassen sich dort durchaus Vergleiche finden (ersetzt man z. B. das ohnehin nur gering vorhandene UO_2 durch ThO_2), allein fehlen in [31] ungefähre quantitative Angaben der vorhandenen Kristalle und Strukturen, die aber nach [30] zur Berechnung unbedingt

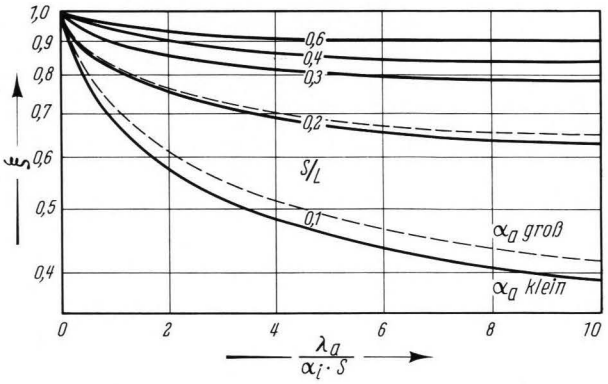

Bild 7. Korrekturfunktion ξ nach [25].

L: Länge des Symmetriestückes
S: Wanddicke
α: Wärmeübergangszahl
λ: Wärmeleitzahl
a: außen
i: innen

erforderlich sind, denn neben der Kristallart (stoffliche Eigenschaften), der Kristallform (rund, nadelig, flächig o. ä.) müssen auch die Anteile der Kristalle am Gesamtsystem bekannt sein. Wegen dieser fehlenden werkstoffkundlichen Angaben läßt sich also eine verfeinerte Berechnung der Wärmeleitzahlen erstarrter oxydkeramischer Schmelzen nicht durchführen.

Die Wärmeleitzahlen wurden daraufhin nur nach der einfachen Mischungsformel, die nach Angaben von

EUCKEN [27] einen oberen Grenzwert gibt, berechnet:

$$\lambda_i = \sum_{k=1}^{n} r_k \cdot \lambda_k \qquad k = 1, 2, 3\ n \qquad (11)$$

r: Volumenanteil, λ: Wärmeleitzahl

Zeiger: k: k-te Komponente,

i: erstarrte Schmelze (innere Schicht).

Die graphischen Darstellungen der aus (11) ermittelten Wärmeleitzahlen sind auf den Bildern 8 und 9

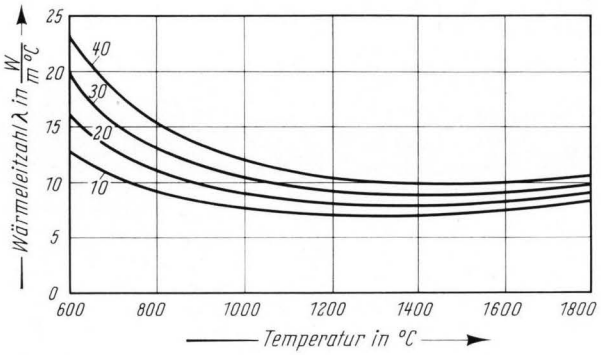

Bild 8. Wärmeleitzahlen λ erstarrter oxydkeramischer Schmelzen der Zusammensetzung $BeO\text{-}Al_2O_3\text{-}UO_2$ als Funktion der Temperatur t.
Die Kurven gelten für einen UO_2-Gehalt bis zu 4 %.

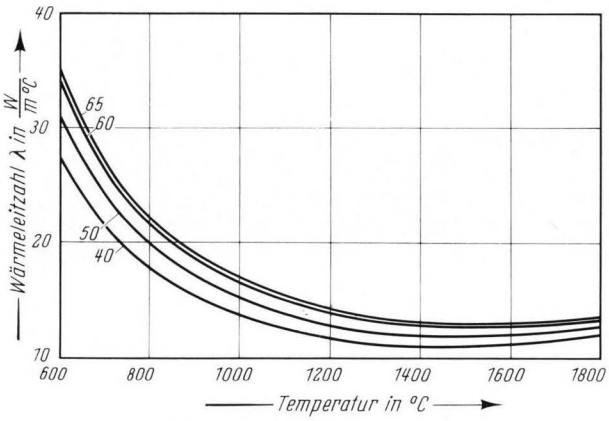

Bild 9. Wärmeleitzahlen λ erstarrter oxydkeramischer Schmelzen der Zusammensetzung $BeO\text{-}MgO\text{-}UO_2$ als Funktion der Temperatur t.
Die Kurven gelten für einen UO_2-Gehalt bis zu 4 %.

zu sehen. Über die Genauigkeit können gar keine Angaben gemacht werden, da zu den oben beschriebenen Vereinfachungen erhebliche Fehler der Dichte und linearen Ausdehnungskoeffizienten kommen, die für die Rechnung benötigt wurden.

2.2.2. Wärmeleitung in der Gefäßwand

Als Werkstoffe für den Mantel des Schmelzgefäßes kommen nur hochwarmfeste Stähle bzw. Metalle in Frage, die einerseits mit der Schmelze auf der Gefäßinnenseite, andererseits mit dem Kühlmittel (Wasser/Dampf, flüssige Metalle) nicht korrodieren. Um genügend hohe Wärmestromdichten zu erreichen, muß die Temperaturdifferenz zwischen dem Stahlmantel und dem Kühlmittel genügend groß sein, wodurch wegen des ebenfalls gewünschten hohen Temperaturniveaus besondere Anforderungen an die Werkstoffe zu stellen sind. Der Metallmantel soll in der Lage sein, Temperaturen von 1200 °C auf der Innenseite ständig auszuhalten. Eine Plattierung des Behälters innen mit einem hochschmelzenden Metall guter Wärmeleitfähigkeit (Nickel, Molybdän) empfiehlt sich aus diesem Grunde. Der Behälter könnte dann aus einem hochwarmfesten martensitischen NiCr-Stahl gefertigt werden, über dessen Dauerbeanspruchbarkeit bis $\approx$ 700 °C und Korrosionsverhalten gegenüber Wasser/Dampf aus dem Kesselbau genügend Erfahrungen vorliegen.

2.2.3. Wärmeübergang an ein Kühlmittel

Nach dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Aufbau des Schmelzbehälters ist es vorstellbar, daß, im Falle der Kühlung des Gefäßes durch Wasser, nach einer verhältnismäßig kurzen Vorwärmzone das Wasser in den Halbrohren zu verdampfen beginnt. Für diese Bedingungen müssen die Wärmeübergangszahlen bestimmt werden. Für den Wärmeübergang bei erzwungener Konvektion findet man u. a. in [32, 33, 34] Berechnungsunterlagen. Für den Bereich des Siedens ist die Literatur in den letzten Jahren stark angewachsen, so daß es im Rahmen dieser Arbeit unmöglich war, auch nur annähernd die erschienenen Arbeiten auszuwerten. Als erste Anhaltspunkte, die weitere Hinweise enthalten, mögen [35, 36, 37, 38] dienen.

Wegen der zunehmenden Bedeutung der flüssigen Metalle als Kühlmittel bei hohen Temperaturen und großen Wärmestromdichten wurden die Arbeiten über den Wärmeübergang bei kleinen Prandtl-Zahlen von LYON [39] und AZER und CHAO [40 und 41] mit in diese Zusammenstellung aufgenommen.

3. Schrifttum

[1] CZERNY, M. und GENZEL, L.: Energiefluß und Temperaturverteilung im Glasbad von Schmelzwannen als Folge von Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Glastechn. Ber. **25** (1952) S. 387–392.

[2] CZERNY, M. und GENZEL, L.: Über die Eindringtiefe räumlich diffuser Strahlung in Glas. Glastechn. Ber. **25** (1952) S. 134–139.

[3] WALTHER, A., DÖRR, J. und ELLER, E.: Mathematische Berechnung der Temperaturverteilung in der Glasschmelze mit Berücksichtigung von Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Glastechn. Ber. **26** (1953) S. 133 bis 140.

[4] GEFFCKEN, W.: Zur Fortleitung von Wärme in Glas bei hohen Temperaturen, I. Teil. Glastechn. Ber. **25** (1952) S. 392–396.

[5] GENZEL, L.: Der Anteil der Wärmestrahlung an Wärmeleitvorgängen. Zeitschr. f. Physik **135** (1953) S. 177 bis 195. [Ref. Glastechn. Ber. **26** (1953) S. 354.]

[6] CZERNY, M., GENZEL, L. und HEILMANN, G.: Über den Strahlungsstrom im Innern von Glaswannen. Glastechn. Ber. **28** (1955) S. 185–190.

[7] CZERNY, M. und GENZEL, L.: Zur Berechnung des Strahlungsstromes im Glasbad von Schmelzwannen. Glastechn. Ber. **30** (1957) S. 1–7.

[8] VISKANTA, R.: Heat transfer in thermal radiation absorbing an scattering media. Forschungsbericht: ANL-6170 (1960).

[9] VISKANTA, R. und GROSH, R. J.: Heat transfer by simultaneous conduction and radiation in an absorbing medium. Trans. of the American Soc. of Mechanical Engineers (ASME), (Ser. C.) J. Heat Transfer (Easton) **84** (1962) S. 63–72.

[10] VISKANTA, R. und GROSH, R. J.: Effect of surface emissivity on heat transfer by simultaneous conduction and radiation. Int. J. Heat Mass Transfer (Oxford) **5** (1962) S. 729–734.

[11] EINSTEIN, T. H.: Radiant heat transfer to absorbing gases with flow and conduction. In: Conference on Nuclear Propulsion, Monterey, Cal., 16. 8. 1962. (Hrsg. Space Nuclear Propulsion AEC/NASA usw.): TID-7653 (P. I), 1962, S. 89—97.

[12] LICK, W.: Energy transfer by radiation and conduction. In: Proc. 1963 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute. (Hrsg. ROSHKO, A. u. a). Stanford (Cal.) 1963. S. 14—26.

[13] HOTTEL, H. C. und COHEN, E. S.: Radiant heat exchange in a gas filled enclosure. Amer. Inst. Chem. Eng. J. (New York) **4** (1958) S. 3—14.

[14] PASCHKIS, V.: Elektrisches Modell zur Verfolgung von Wärmestrahlungsvorgängen, insbesondere in elektrischen Öfen. Elektrotechn. u. Maschinenbau (Wien) **54** (1936) S. 617—621.

[15] OPPENHEIM, A. K.: The engineering radiation problem — an example of the interaction between engineering and mathematics. Z. angew. Math. u. Mech. **36** (1956) S. 81—93.

[16] OPPENHEIM, A. K.: Radiation analysis by the network method. Trans. ASME (New York) **78** (1956) S. 725 bis 735.

[17] USISKIN, C. M. und SPARROW, E. M.: Thermal radiation between parallel plates separated by an absorbing-emitting nonisothermal gas. Int. J. Heat Mass. Transfer (Oxford) **1** (1960) S. 28—36.

[18] VISKANTA, R. und GROSH, R. J.: Heat transfer in a thermal radiation absorbing and scattering medium. In: Internat. Developments in Heat Transfer, T. 2, New York: 1961. S. 820—828.

[19] MIALKI, W.: Untersuchungen über das thermische Verhalten von neutronenvermehrenden Glasschmelzen. Tätigkeitsbericht des Instituts für Allgemeine und Kern-Verfahrenstechnik der TU Berlin. Zum Forschungsvorhaben AtT 35 des Bundesministeriums f. Atomkernenergie, Berlin, 2. April 1963 (unveröffentlicht).

[20] SPARROW, E. M., ALBERS, L. U. und ECKERT, E. R. G.: Thermal radiation characteristics of cylindrical inclosures. Trans. of the American Soc. of Mechanical Engineers (ASME) (Ser c) J. Heat Transfer (Easton) **84** (1962) S. 73—81.

[21] SPARROW, E. M. und GREGG, J. L.: Radiant emission from a parallel-walled groove. (Shorter Communication). Trans. of the American Soc. of Mechanical Engineers (ASME) (Ser. C) J. Heat Transfer (Easton) **84** (1962) S. 270—271.

[22] SPARROW, E. M. und GREGG, J. L.: Radiant interchange between circular disks having arbitrarily different temperatures. Trans. of the American Soc. of Mechanical Engineers (ASME) (Ser. C) J. Heat Transfer (Easton) **83** (1961) S. 494—502.

[23] USISKIN, C. M. und SIEGEL, R.: Thermal radiation from a cylindrical enclosure with specified wall heat flux. Trans. of the American Society of Mechanical Engineers (ASME) (Ser. C) J. Heat Transfer (Easton) **82** (1960) S. 369—374.

[24] JAKOB, M.: Heat transf. Bd. 2. New York: Wiley 1957.

[25] HOTTEL, H. C.: Radiant heat transmission between surfaces separared by non-absorbing media. Trans ASME (New York) **53** (1931) S. 265—273.

[26] PICH, R.: Die Ermittlung der Winkelverhältnisse bei ebenen Strahlungsproblemen. Wärme **69** (1962) S. 114—119.

[27] ZINZEN, A.: Zur Berechnung von Schmelzfeuerungen. Brennstoff, Wärme, Kraft **11** (1959) S. 117—119.

[28] KOMOSSA, H.: Zur Lösung stationärer Wärmeleitprobleme mit Hilfe von Analogieverfahren. Diss. TH Karlsruhe 1956.

[29] BATES, L.: Thermal conductivity of UO_2 improves at high temperatures. Nucleonics (New York) **19** (1961) S. 83—86.

[30] EUCKEN, A.: Die Wärmeleitfähigkeit keramischer feuerfester Stoffe; ihre Berechnung aus der Wärmeleitfähigkeit der Bestandteile. VDI-Forschungsheft Nr. 353. Berlin: VDI-Verl. 1932. [Ref. Glastechn. Ber. **10** (1932) S. 520.]

[31] GELLER, R. F. u. a.: Studies of binary and ternary combinations of magnesia, calcia, baria, beryllia, alumina, thoria, and circonia in relation to their use as porcellains. J. Res. Nat. Bur. Stand. **36** (1946) S. 277 bis 312.

[32] GRÖBER, H., ERK, S. und GRIGULL, U.: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. 3. Aufl. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1961.

[33] PLANK, R.: Handbuch der Kältetechnik. Bd. 3. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1959.

[34] MCADAMS, W. H.: Heat transmission. New York, Toronto, London: Mac Graw Hill 1957. [Ref. Glastechn. Ber. **32** (1959) S. 219.]

[35] JENS, W. A. und LOTTES, P. A.: Analysis of heat transfer, burnout, pressure drop, and density data for high pressure and water. (Hrsg. Argonne National Laboratory (Ill.): ANL-4627 (1951).

[36] OWENS, W. L. und SCHROCK, V. E.: Heat transfer and pressure gradients in boiling of subcooled water by forced convection. (Hrsg. California Univ., Berkeley (Inst. of Eng. Res.): TID-13078 (1959).

[37] WOODSON, C. W. und BATSH, J. M.: A collection of boiling heat transfer and burnout correlations. (Hrsg. General Electric Co., Hanford Atomic Products Operation, Ritchland (Wash.): HW-71684 (1961).

[38] SCHAEFER, J. W. und JACK, J. R.: Investigation of forced-convection nucleate boiling of water for nozzle cooling at very high heat fluxes. (Hrsg. National Aeronautics and Space Administration): NASA-TH-D-1214 (1962).

[39] LYON, R. N.: Liquid metal heat-transfer coefficients. Chem. Engng. Progr. (New York) **47** (1951) S. 75—79.

[40] AZER, N. Z. und CHAO, B. T.: A mechanism of turbulent heat transfer in liquid metals. Int. J. Heat Mass Transfer (Oxford) **1** (1960) S. 121—138.

[41] AZER, N. Z. und CHAO, B. T.: Turbulent heat transfer in liquid metals — fully developed pipe flow with constant wall temperature. Int. J. Heat Mass Transfer (Oxford) **3** (1961) S. 77—83. (41448)

DK 666.1.036.5:666.173.036

Einige Versuche über die Ursachen von Dimensionsschwankungen am Dannerrohr

Von HORST BAJORAT und WERNER WEISS, Berlin

(Mitteilung aus dem Glasentwicklungslaboratorium der Osram G. m. b. H., Berlin)

(Vortrag auf der 38. Glastechnischen Tagung am 13. Mai 1964 in Frankfurt (Main))

(Eingegangen am 1. September 1964)

Das Rohrziehverfahren nach Danner ist der Arbeit der handwerklichen Röhrenzieher abgesehen. Der Rohrdurchmesser wird u. a. von Blasluftdruck und Ziehgeschwindigkeit bestimmt, die an verschiedenen Zügen registriert und deren Schwankungen festgestellt werden.

Unter normalen Ziehbedingungen ergeben Züge von 27 bis 62 m Länge Rohre mit Durchmesserschwankungen bis zu $\pm$ 3%. Diese können durch Glättung kurzperiodischer Schwankungen von Blasluftdruck und Ziehgeschwindigkeit nicht vermindert werden. Lediglich hermetische Abdeckung der heißesten Zugpartien zum Schutz des Glases von unregelmäßigen Abkühlungen kann die Durchmesserschwankungen um den Faktor 2 bis 3 erniedrigen. Ovalitäten im Rohr stehen in direkter Beziehung zur periodischen Schwankung der Pfeifendrehung.

Das maschinelle Rohrziehverfahren nach DANNER (1917) arbeitet nach dem Prinzip der handwerklichen Röhrenzieher, wobei deren diskontinuierliche Arbeit durch kontinuierliche Vorgänge ersetzt ist. So erhält die Glasmacherpfeife die Form eines langen, leicht in die Lotrechte geneigten keramischen Hohlzylinders, der in