

Thermoelastische Kennzahlen von Gläsern und Metallen

Von Matthias Coenen, Mainz

(Mitteilung aus den Schott Glaswerken, Mainz)

(Eingegangen am 23. Juni 1980, endgültige Manuskriptfassung am 25. September 1981)

Die interessanteste der thermoelastischen Kennzahlen ist die Grüneisen-Zahl, die im Idealfall konstant ist und deshalb geeignet erscheint, bei der Entwicklung ungewöhnlicher Gläser bestimmte Eigenschaften, wie Wärmedehnung, spezifische Wärme und Elastizitätsmodul, abzuschätzen. Abweichungen von der Konstanz geben Hinweise auf die Glasstruktur.

Um die Zusammenhänge zu verdeutlichen, wurde in Weiterführung früherer Arbeiten [1 und 2] von vier Silicatgläsern die longitudinale und transversale Schallgeschwindigkeit bei hoher Frequenz gemessen (2 MHz). Damit waren Relaxationserscheinungen auszuschließen. Ferner wurden Dichte, spezifische Wärme und Wärmedehnung bestimmt. Dieselben Messungen wurden an

Gold und Blei durchgeführt, die wegen ihrer kubisch flächenzentrierten Kristallstruktur allgemein als isotrop angesehen werden.

Aus den Meßwerten wurden Grüneisen-Zahl und Kirchhoff-Zahl sowie die thermische und elastische Debye-Temperatur berechnet und miteinander verglichen. Es ergab sich, daß die Grüneisen-Zahl linear von der Kirchhoff-Zahl abhängt in Übereinstimmung mit der Elastizitätstheorie nach Duhem [3 und 4], jedoch mit anderen Konstanten, als Druyvesteyn [5] sie fand für mehrwertige kubische Metalle. Die thermische Debye-Temperatur der Gläser ist größer als die elastische. Auf die praktische Bedeutung der Ergebnisse wird hingewiesen.

Thermoelastic parameters of glasses and metals

The most interesting of thermoelastic characteristics is the Grüneisen parameter which, ideally, would be constant and thus be useful to evaluate specific properties such as thermal expansion, specific heat and elastic modulus in developing unusual glasses. Deviations from the constant value give insights into glass structure.

To elucidate the relations work reported in earlier publications [1 and 2] has been extended to measure the longitudinal and transverse phonon velocity at high frequency (2 MHz) in four silicate glasses. By these means relaxation phenomena could be separated out. The density, specific heat and thermal expansion were also determined. The same measurements were also made on

gold and lead which, because of their face centred cubic crystal structure may generally be considered isotropic.

The data were used to calculate the Grüneisen and Kirchhoff numbers as well as the thermal and elastic Debye temperatures and the values then compared with each other. It was found that the Grüneisen parameter was linearly dependent on the Kirchhoff number in accordance with the Duhem elasticity theory [3 and 4], however with different values as Druyvesteyn [5] found for multivalent cubic metals. The thermal Debye temperature is higher for glasses than the elastic one. The practical significance of the results is considered.

Caractéristiques thermoélastiques des verres et des métaux

La plus intéressante des caractéristiques thermoélastiques est la constante de Grüneisen qui ne varie pas dans le cas idéal et qui paraît appropriée pour évaluer lors de la mise au point de verres peu courants, des propriétés comme la dilatation thermique, la chaleur massique et le module élastique. Des écarts par rapport à cette constance donnent des indications sur la structure du verre.

Pour faire apparaître plus nettement les relations, on a complété des études antérieures [1 et 2] en mesurant sur quatre verres silicatés la vitesse de propagation longitudinale et transversale du son à haute fréquence (2 MHz), ce qui a permis d'éliminer les phénomènes de relaxation. En outre on a déterminé la densité, la chaleur spécifique et la dilatation thermique. Ces

mêmes mesures ont été effectuées sur l'or et le plomb qui peuvent être considérés comme isotropes, du fait de leur structure cubique à faces centrées.

A partir des mesures, on a calculé la constante de Grüneisen, celle de Kirchhoff et la température de Debye thermique et on les a comparées. On montre que la constante de Grüneisen varie linéairement avec celle de Kirchhoff en accord avec la théorie de l'élasticité de Duhem [3 et 4], mais avec d'autres constantes que celles que Druyvesteyn [5] a trouvées pour les métaux cubiques à valence multiple. La température de Debye thermique est plus élevée que celle élastique. On fait remarquer la signification pratique de ces résultats.

Bereits den ersten Verfassern, die sich mit der exakten Messung der Eigenschaften von Gläsern beschäftigten, war aufgefallen, daß elastische und thermische Eigenschaften miteinander zu tun haben [6 bis 8]. Eine Deutung war aber erst auf Grund der Gittertheorie der Festkörper möglich, die bisher nur wenig auf Gläser angewendet wurde.

1. Theoretische Grundlagen

Die Gittertheorie nach Debye [9] erlaubt es, eine charakteristische Frequenz ν der Gitterschwingungen

sowohl aus elastischen als auch aus thermischen Größen zu berechnen. Die Frequenz ν hängt mit charakteristischen Temperatur θ (Debye-Temperatur) zusammen:

$$\theta = h \cdot \nu / k$$

mit $\nu = \bar{c} \sqrt[3]{3} N / (4 \pi V_A)$.

Hierin sind h das Wirkungsquant nach Planck Boltzmann-Konstante, V_A das Atomvolumen die mittlere Phononengeschwindigkeit.

Somit kann ν aus der Dichte D , der longitudinalen (v_L) und transversalen (v_T) Schallgeschwindigkeit berechnet werden:

$$\nu = v_L \cdot \left(\frac{9 N D}{4 \pi \cdot A \cdot [1 + 2 (v_L/v_T)^3]} \right)^{1/3} \quad (2)$$

Hierin sind N die Loschmidt-Zahl und A die mittlere Atommasse. Die Atommasse zusammengesetzter Stoffe berechnet man aus der Molzahl x_i des Stoffes i , der Molmasse M_i und der Anzahl n_i der Atome je Formelzeichen [10]:

$$A = \sum x_i \cdot A_i, \quad A_i = M_i/n_i \quad (3)$$

θ kann aber auch aus der isochoren Atomwärme berechnet werden:

$$C_V = c_V \cdot A = 3 R \cdot f(\theta/T) \approx c_p \cdot A \quad (4)$$

Bei Festkörpern kann die Differenz zwischen der isochoren (c_V) und der isobaren (c_p) spezifischen Wärme vernachlässigt werden. Es bedeuten R die Gaskonstante und $f(\theta/T)$ die in [11] tabellierte Debye-Funktion.

Die Debye-Temperatur ist im Idealfall unabhängig von der Temperatur, ändert sich aber mit dem Volumen V . Die relative Änderung ist die Grüneisen-Zahl γ [12]

$$\gamma = - d \ln \theta / d \ln V \quad (5)$$

Sie ist eine Funktion des thermischen Volumenausdehnungskoeffizienten α_V , der Volumenwärme $C = c_p \cdot D$ und der adiabatischen Kompressibilität β_S

$$\gamma = \alpha_V / (C \cdot \beta_S) \quad (6)$$

und bestimmt zusammen mit der Gay-Zahl

$$\Gamma = \alpha_V \cdot T \quad (7)$$

(T in Kelvin) den Adiabatenexponenten als Quotient der isothermen (β_T) zur adiabatischen (β_S) Kompressibilität und der isobaren (C_p) zur isochoren (C_V) Atomwärme

$$\beta_T / \beta_S = C_p / C_V = 1 + \gamma \cdot \Gamma \quad (8)$$

Für isotrope Festkörper sollte gelten: $\gamma \approx 2$ [12].

Die Gitterschwingungen werden durch Temperaturänderungen und elastische Verformungen beeinflusst. Der Energieanteil U eines isotropen Körpers auf Grund elastischer Verformungen ist als Funktion der Hauptdilatationen x, y, z [13]:

$$U = G \cdot [(x^2 + y^2 + z^2) + \kappa \cdot (x + y + z)^2] \quad (9)$$

Weitere Ansätze sind:

$$U = -A_1 \cdot V^{-m/3} + A_2 \cdot V^{-n/3}, \quad (\text{nach Mie, siehe [11]}); \quad (10)$$

$$U = U_0 + K \cdot \frac{\Delta V^2}{V}; \quad (11)$$

$$U_0 = -K \cdot V \cdot 9/(m \cdot n), \quad (\text{nach Grüneisen [12]}). \quad (12)$$

Es bedeuten: G = Torsionsmodul, $\kappa = \mu/(1-2\mu)$ = Kirchhoff-Zahl, μ = Poisson-Zahl, A_1, A_2 = Konstanten, K = Kompressionsmodul, V = Volumen, m = Anziehungsexponent, n = Abstoßungsexponent.

Alle Ansätze gelten für ungerichtete Bindungen, d. h. Ionenkristalle mit heteropolarer Bindung oder Molekulkristalle mit Van der Waals-Bindung. Nach der Rarikonstanten-Theorie von Cauchy [14] sollte gelten: $\kappa = 0,5$.

Aus dem Vergleich der Energieansätze (Gleichungen (9 bis 12)) hat Nemilov [15] die umgeformte Beziehung abgeleitet:

$$m \cdot n = 3(1 + 3\kappa) \quad (13)$$

Aus Gleichung (9) wird für $x = y = z = s$

$$U = 3 G \cdot s^2 (1 + \mu)/(1 - 2 \mu) = 3 G s^2 (1 + 3 \kappa) \quad (14)$$

Das elastische Potential ist dann:

$$U_p = 6 G \cdot s^2 (1 - \mu)/(1 - 2 \mu) = 6 G s^2 (1 + \kappa) \quad (15)$$

Gläser können allgemein als isotrop angesehen werden, es sei denn, sie seien bei der Heißverarbeitung stark deformiert worden, wie Fasern oder Folien [16]. Trotzdem konnte aber in [1] die Beziehung $\kappa = 0,5$ nicht bestätigt werden.

Die Kirchhoff-Zahl variierte vielmehr zwischen 0,15 und 2,5. Es wurde dort eine Proportionalität zwischen der Kirchhoff-Zahl und der Gay-Zahl bei T_g gefunden:

$$\Gamma = 44 \cdot 10^{-3} \cdot \kappa$$

Sanditov u. a. [17] bevorzugen wegen Gleichung (14) den Ausdruck

$$\Gamma = a \cdot (1 + \mu)/(1 - 2 \mu) = a \cdot (1 + 3 \kappa)$$

Aus der Kombination von Gleichung (13) nach Nemilov [15] mit der 1. Grüneisen-Regel

$$\gamma = (m + n + 3)/6 \quad (16)$$

folgt eine Beziehung zwischen γ und κ der Art

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma' \tag{17}$$

Beide Größen hängen von m und somit auch voneinander ab:

$$2 \gamma_0 = 1 + m^{-1} + m/3 ; \quad \gamma' = 9/(6 m) \tag{18}$$

Zu einer Beziehung nach Gleichung (17) führt auch die Auflösung nach κ einer von Druyvesteyn [5] unter Wegfall der anharmonischen Glieder aufgestellten Abhängigkeit zwischen γ und μ aus Ansätzen von Duhem [3] und Murnaghan [18]. Es gilt:

	γ_0	γ'	
[3]	0,818	0,995	} fast identisch.
[18]	1,105	0,991	
Gleichung (18) $m = 1,5$	1,0833	1,000	

Im Mittel gilt angenähert

$$\gamma = 1 + \kappa = (1 - \mu)/(1 - 2 \mu) \tag{15}$$

Ein Vergleich mit Gleichung (15) sagt aus, daß die Beziehungen nur für isotrope Körper mit ungerichteten Bindungen gelten. Das trifft offenbar zu für mehrwertige kubische Metalle (Eisen, Cobalt, Nickel, Aluminium, Wolfram, Molybdän), dagegen nicht für einwertige kubisch raumzentrierte (Alkalimetalle) und großatomige kubisch flächenzentrierte Metalle (Kupfer, Silber, Gold), auch nicht für eine Großzahl (etwa 200) von Gläsern, deren Werte γ und

κ nach Gleichung (6) aus [19] berechnet wurden. Hierbei ist zu beachten, daß der Wert des Elastizitätsmoduls nicht unbedingt adiabatisch ist. Bild 1a zeigt eine Übersicht der Literaturwerte.

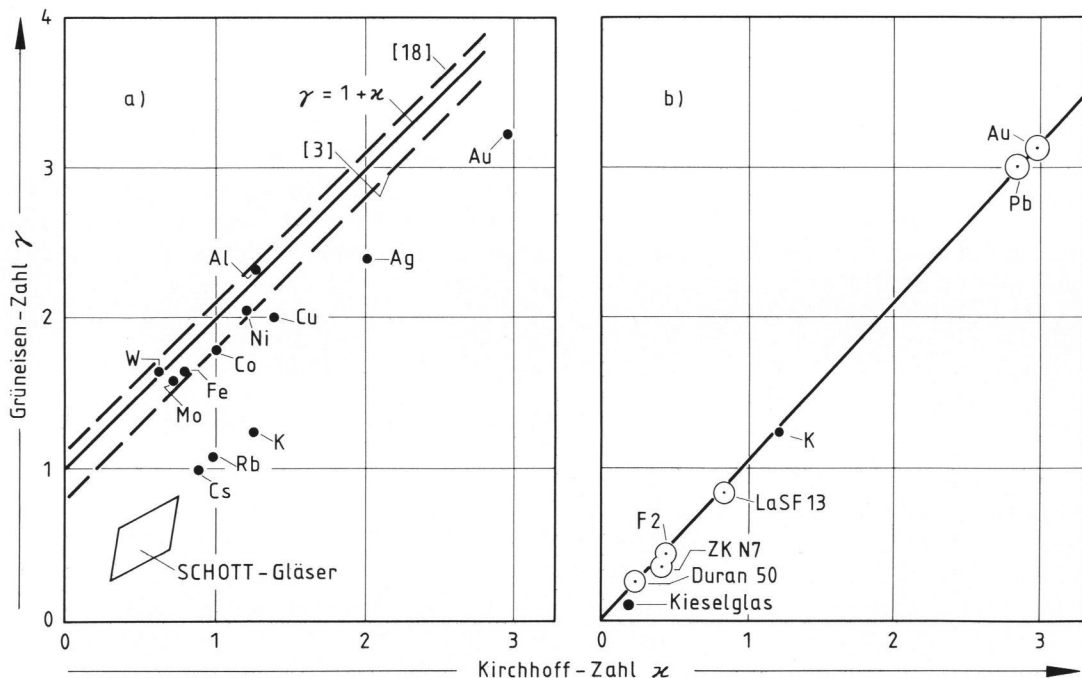
2. Problemstellung und Untersuchungen

Durch Vergleich der Grüneisen-Zahl mit der Kirchhoff-Zahl ist zu klären, inwieweit Silicatgläser elastisch isotrop sind. Die Ergebnisse sind zu vergleichen mit einwertigen Metallen dichtester Kugelpackung, die am ehesten als isotrop angesehen werden können.

2.1. Untersuchungsprogramm

Von zwei Flintgläsern (LaSF 13, F 2) und zwei Krongläsern (ZK N7, DURAN 50) wurden aus der Mitte von optisch gekühlten Gußblöcken zylindrische Proben mit 5 mm Durchmesser und 40 bis 60 mm Länge herausgearbeitet, poliert und spannungsoptisch kontrolliert. Die gleichen Abmessungen hatten Proben aus Blei und Gold, die dankenswerterweise von einem metallografischen Institut zur Verfügung gestellt worden waren. Auch sie waren aus größeren Gußblöcken herausgearbeitet worden. So konnte man gewiß sein, daß die Proben von der Herstellung her keine Vorzugsrichtung hatten.

Von allen Proben wurden die Dichte durch Auftrieb in Toluol, die spezifische Wärme in einem Mischkalorimeter, der Ausdehnungskoeffizient in einem Dilatometer und die longitudinale und transversale Schallgeschwindigkeit bei 2 MHz nach der Impulsmethode gemessen. Alle Werte wurden auf 20 °C bezogen.



Bilder 1a und b. Grüneisen-Zahl als Funktion der Kirchhoff-Zahl von Metallen und Gläsern, a) Literaturwerte, b) Meßwerte.

Tabelle 1. Ausgangswerte

Substanz	$A \cdot 10^3$ in kg/Tom	v_L in $m s^{-1}$	v_T in $m s^{-1}$	D in $kg m^{-3}$	c_p in $J/(K kg)$	$\alpha_V \cdot 10^6$ in K^{-1}
Au	196,97	2 028	1 200	19 300	129,3	42,6
Pb	207,19	1 421	842	11 000	129,3	87,0
LaSF 13	43,20	4 700	2 903	5 100	427,0	18,6
F 2	32,94	4 034	2 367	3 620	560,0	24,0
ZK N7	21,45	5 479	3 495	2 465	720,0	14,7
DURAN 50	19,02	5 216	3 410	2 230	530,0	9,9

A = Atommasse, v_L = longitudinale und v_T = transversale Schallgeschwindigkeit, D = Dichte, c_p = isobare spezifische Wärme, α_V = Volumenausdehnungskoeffizient, Tom = Kilogramm-Atom

2.2. Schallmeßmethode

Die Proben mit planparallel polierten Enden wurden Kopf an Kopf an einen Kieselglasstab von 10 mm Durchmesser und 200 mm Länge geklebt, dessen Enden ebenfalls planparallel poliert waren. Die Proben wurden in einem Umluftthermostaten auf $(20 \pm 0,1)^\circ C$ gehalten. Das obere Ende des Kieselglasstabes, der weich in einem Stativ eingespannt war, wurde mit dem Sender- und Empfängerenteil eines Ultraschall-Impulsgenerators für Longitudinal- oder Transversalschwingungen über eine Paraffinschicht kontaktiert.

Der Generator konnte die Zeitdifferenz Δt zwischen dem Reflex am unteren Kieselglasstabende und dem Reflex am unteren Probenende digital mit einer Genauigkeit von 30 ns messen. Von jeder Substanz wurden Proben unterschiedlicher Länge vermessen.

Die Schallgeschwindigkeit ergibt sich aus der Zeitdifferenz und der Probenlänge L

$$v = L/\Delta t. \tag{19}$$

Die Meßgenauigkeit war etwa 1‰.

Aus den Geschwindigkeiten wurden Poisson-Zahl,

$$\mu = 0,5 \cdot (v_L/v_T)^2 - 1, \tag{20}$$

die adiabatische Kompressibilität,

$$\beta_S = 3(1 - 2\mu)/(D \cdot v_L^2), \tag{21}$$

die elastische Debye-Temperatur [2], die Kirchhoff-Zahl [10] und die Grüneisen-Zahl [6] berechnet.

3. Ergebnisse

Die Meßwerte sind in Tabelle 1 festgehalten, die abgeleiteten Werte in Tabelle 2.

Die Grüneisen-Zahl ist in Bild 1b als Funktion der Kirchhoff-Zahl aufgetragen. Vergleichsweise sind für Kalium, Rubidium, Cäsium und Kieselglas die aus Literaturwerten berechneten Größen mit

Tabelle 2. Abgeleitete Werte

Substanz	$\beta_S \cdot 10^{12}$ in Pa^{-1}	μ	κ	γ	θ_{el} in K	θ_{th} in K
Au	5,44	0,428	2,972	3,138	154	160
Pb	20,26	0,425	2,833	3,019	88	88
LaSF 13	10,09	0,311	0,823	0,846	404	733
F 2	27,01	0,235	0,443	0,438	269	733
ZK N7	22,00	0,229	0,422	0,367	470	952
DURAN 50	32,68	0,170	0,257	0,256	460	1 200

β_S = adiabatische Kompressibilität, μ = Poisson-Zahl, κ = Kirchhoff-Zahl, γ = Grüneisen-Zahl, θ_{el} = elastische und θ_{th} = thermische Debye-Temperatur

eingetragen. Es ergibt sich ein Zusammenhang gemäß Gleichung (17) mit den Konstanten $\gamma_0 \approx 0$; $\gamma' = 1,07$.

4. Diskussion

Die elastischen Debye-Temperaturen der Gläser sind kleiner als die thermischen, während sie bei den Metallen übereinstimmen. Weder die Metalle noch die Gläser verhalten sich elastisch und thermisch wie isotrope Körper.

In Metallen bewirkt das Elektronengas ein anisotropes elastisches Verhalten, auch bei einer völlig isotropen Kristallstruktur. Es wirkt wegen seiner negativen Ladung einer Dehnung des positiven Gitters entgegen, sträubt sich aber kaum gegen Scherung. Daraus ergibt sich eine im Vergleich zu elastisch isotropen Körpern große longitudinale und kleine transversale Schallgeschwindigkeit, woraus eine große Poisson-Zahl [17], große Kirchhoff-Zahl [10] und große Grüneisen-Zahl [6] folgen. Der Effekt wird kleiner mit höherer Wertigkeit und kleinerem Atomradius (Beispiele: Eisen, Cobalt, Nickel, Aluminium, Kupfer).

Die Silicatgläser bestehen aus einem Sauerstoffnetzwerk, das von den kleinen, hochgeladenen Netzwerkbildnern mit gemischter Atom-Ionen-Bindung zum Sauerstoff zusammengehalten wird. Je höher der Anteil an der (gerichteten) Atombindung ist, um so mehr sträubt sich das Netzwerk gegen Scherbewegung. Die somit im Vergleich zu elastisch isotropen Körpern große transversale Schallge-

schwindigkeit hat den umgekehrten Effekt wie bei den großen, einwertigen Metallen zur Folge: kleine Poisson-Zahl, kleine Kirchhoff-Zahl, kleine Grüneisen-Zahl.

Große, leicht polarisierbare Ionen in Gläsern wirken auf die elastischen Eigenschaften ähnlich wie das Elektronengas in Metallen und heben teilweise die Wirkung der Atombindung wieder auf (LaSF 13, PbOhaltig).

Die Überhöhung der thermischen gegenüber der elastischen Debye-Temperatur der Gläser kann damit erklärt werden, daß in den Gläsern Atomgruppen vorliegen, die wie ein einzelnes Teilchen schwingen. So ist auch verständlich, daß der Überhöhungseffekt in Gläsern mit kleinen, hochgeladenen, leicht polarisierenden Kationen (DURAN 50) größer ist als in Gläsern mit großen, leicht polarisierbaren Ionen (Flintgläser). Bei der Ermittlung der mittleren Teilchenzahl je Formelzeichen in Gleichung (3) dürfte man also nicht jedes Atom mitzählen. Andere Verfasser übertragen die Unterschiede auf die Grüneisen-Zahl [20].

5. Zusammenfassung

- a) Silicatgläser sind elastothermisch verwandt mit einwertigen Metallen großer Atomradien.
- b) Bei beiden Stoffgruppen ist die Grüneisen-Zahl eine lineare Funktion der Kirchhoff-Zahl; beide Gruppen sind elastisch anisotrop, jedoch aus verschiedenen Ursachen heraus.
- c) Gläser haben infolge der elastischen Anisotropie eine kleine Poisson-Zahl und kleine Grüneisen-Zahl. Die kleine Grüneisen-Zahl kann einen kleinen Ausdehnungskoeffizienten und einen negativen Temperaturkoeffizienten der Kompressibilität bzw. positiven Temperaturkoeffizienten der elastischen Moduli zur Folge haben.
- d) Die elastische Anisotropie der Gläser steigt mit dem Anteil der Atombindung der Netzbildner zum Sauerstoff und sinkt mit der Konzentration an großen, leicht polarisierenden Ionen.
- e) Die elastische Anisotropie der Gläser ist verbunden mit einer scheinbaren Überhöhung der thermischen Debye-Temperatur gegenüber der elastischen.

6. Literatur

- [1] Coenen, M.: Sprung im Ausdehnungskoeffizienten und Leerstellenkonzentration bei T_g von glasigen Systemen. Glastechn. Ber. **50** (1977) S. 74–78.
- [2] Coenen, M.: Isotherme und adiabatische Eigenschaften von Gläsern. In: XI. Int. Glaskongreß, Prag 1977. Sammelband I. Prag: ČVTS-Dum techn. 1977. S. 371–380.
- [3] Duhem, P.: Recherches sur l'élasticité. Paris: Gauthier-Villars 1906. S. 19–154.
- [4] Duhem, P.: Sur les équations du mouvement et la relation supplémentaire au sein d'un milieu vitreux. C. r. Séanc. Acad. Sci. **136** (1903) S. 343–345.
- [5] Druyvesteyn, M. J.: An approximate calculation of the thermal expansion of solids II. Physica **8** (1941) S. 862–867.
- [6] Winkelmann, A.: Über die Elastizitätskoeffizienten verschiedenen zusammengesetzter Gläser in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur. Ann. Phys. (N.F.) **61** (1897) S. 105–141.
- [7] Wandersleb, E.: Über die anomale Änderung des longitudinalen Elastizitätsmoduls einiger Gläser mit der Temperatur und über den Einfluß gewisser Schwingungen auf den Elastizitätsmodul nach vorausgegangenen Erwärmungen. Ann. Phys., 4. Folge, **8** (1902) S. 367–371.
- [8] Auffenberg, H.: Über die Abhängigkeit des thermischen Ausdehnungskoeffizienten von der Temperatur beim Quarz und einigen Gläsern mit anomal sich änderndem Elastizitätsmodul. Univ. Jena, Phil. Fak., Diss. 1905.
- [9] Debye, P.: Zur Theorie der spezifischen Wärmen. Ann. Phys., 4. Folge, **39** (1912) S. 789–839.
- [10] Coenen, M.: Spezifische Wärme von Schmelzen und Gläsern. Glastechn. Ber. **50** (1977) S. 115–120.
- [11] Landolt-Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik. 2. Aufl. Bd. II. Berlin: Springer 1944. S. 673¹).
- [12] Grüneisen, E.: Zusammenhang zwischen Kompressibilität, thermischer Ausdehnung, Atomvolumen und Atomwärme der Metalle. Ann. Phys., 4. Folge, **26** (1908) S. 393–402.
- [13] Kirchhoff, G.: Über die Gleichungen des Gleichgewichtes eines elastischen Körpers bei nicht unendlich kleinen Verschiebungen seiner Theile. Sitzungsber. math.-naturw. Klasse, Kais. Akad. Wiss. **9** (1852) S. 762–773.
- [14] Eucken, A.: Lehrbuch der chemischen Physik. Bd. II, T. 2. Leipzig: Akad. Verlagsges. Geest & Portig 1944. S. 599–620.
- [15] Nemilov, S. V.: Interconnection of velocity of propagation of sound, mass, and chemical interaction energy. Dokl. phys. Chem., Proc. Acad. Sci. USSR, Phys. chem. Section **181** (1968) S. 635–637.
- [16] Coenen, M.: Einfluß der Anisotropie auf die Relaxation von Silikatgläsern und allgemeine Systematik der Dämpfungsmaxima in Gläsern. In: Physics of non-crystalline solids. Amsterdam: North Holland Publ. Co. 1965. S. 444–460.
- [17] Sanditov, D. S.; Damdinov, E. B. und Idanov, E. B.: Correlation between some mechanical and heat characteristics of inorganic glasses. Soviet J. Glass Physics Chem. **6** (1980) S. 305–309.
- [18] Murnaghan, F. D.: Finite deformations of an elastic solid. Amer. J. Math. **59** (1937) S. 235–260.
- [19] Schott Glaswerke: Katalog „Optisches Glas“. Nr. 3111. Mainz 1980.
- [20] Sato, Y. und Anderson, O. L.: A comparison of the acoustic and thermal Grüneisen parameters for three glasses at elevated pressure. J. Physics Chem. Solids **41** (1980) S. 401–410. [Ref. Glastechn. Ber. **54** (1981) Nr. 4, 81R0566.] 82R0935

¹) Mie, G.: Zur kinetischen Theorie der einatomigen Körper. Ann. Phys., 4. Folge, **11** (1903) S. 657–697.