

STOFF- / ENERGIEWANDLUNG UND ARBEITSLEISTUNG BEI VERBRENNUNGSMOTOREN

Thermodynamische und verbrennungs-
technische Grundlagen

Walter Kleinschmidt
Univ.-Prof. i.R. Dr.-Ing. PD
Universität Siegen
Department Maschinenbau

Vorwort

Zu dem hier angesprochenen Fachgebiet existiert eine sehr umfangreiche Fachliteratur. Die vorliegende Schrift geht die Thematik aber in einer sehr eigenständigen kurzgefassten und prägnanten Weise an. Zudem sind Ausführungen und Gesichtspunkte enthalten, die der Verfasser bisher nicht an anderer Stelle gefunden hat.

Der Text wurde aus Unterlagen des Verfassers zusammengestellt, die während seiner früheren Lehr- und Forschungstätigkeit an der Universität Siegen im damaligen Fachbereich Maschinentechnik, Lehrgebiet Energietechnik / Kolbenmaschinen entstanden sind.

Mönchengladbach, 2021

W. Kleinschmidt

Inhalt

1	Stoffwandlung bei Verbrennungsmotoren.....	3
1.1	Verbrennungsgleichung, Elementbilanzen und Messgleichungen	3
1.2	Zur Kinetik der Expansion in Verbrennungsmotoren	10
1.2.1	Verbrennung bei Luftmangel	11
1.2.2	Verbrennung bei Luftüberschuss.....	13
1.3	Berücksichtigung von Messfehlern	14
1.4	Anmerkungen.....	16
1.5	Gleichungsanhang	19
2	Energiewandlung bei Verbrennungsmotoren.....	21
2.1	Integrale Energiebilanz	21
2.2	Differentielle Energiebilanz	24
3	Arbeit und Wirkungsgrad des offenen Vergleichsprozesses...	32
3.1	Einfacher Viertaktzyklus.....	32
3.2	Erweiterter Viertaktzyklus	36
3.3	Gleichungen zum erweiterten Viertaktzyklus und Dimensionsanalyse	45

1 STOFFWANDLUNG BEI VERBRENNUNGSMOTOREN

Ein Verbrennungsmotor stellt aus thermodynamischer Sicht ein offenes System mit chemischen Reaktionen (Verbrennung) dar (vergl. **Bild 1.1**), d. h. dass die Stoffströme auf der Systemgrenze aus unterschiedlichen chemischen Spezies zusammengesetzt sind. Zur weitgehend vollständigen Beschreibung der realen Stoffwandlung durch Verbrennung bedarf es der mengenmäßigen Quantifizierung der in **Bild 1.1** aufgeführten Spezies auf der Eingangs- und auf der Ausgangsseite des Prozesses. Im Folgenden wird gezeigt, wie dies für einen gegebenen Motor in einem bestimmten Betriebspunkt mit Hilfe von Elementbilanzen und speziellen theoretischen Überlegungen unter Hinzunahme der Ergebnisse aus Abgasmessungen bewerkstelligt werden kann. Die Ausführungen sind mit Ausnahme der für Motoren speziellen theoretischen Überlegungen auf andere technische Systeme mit Verbrennungsprozessen übertragbar.

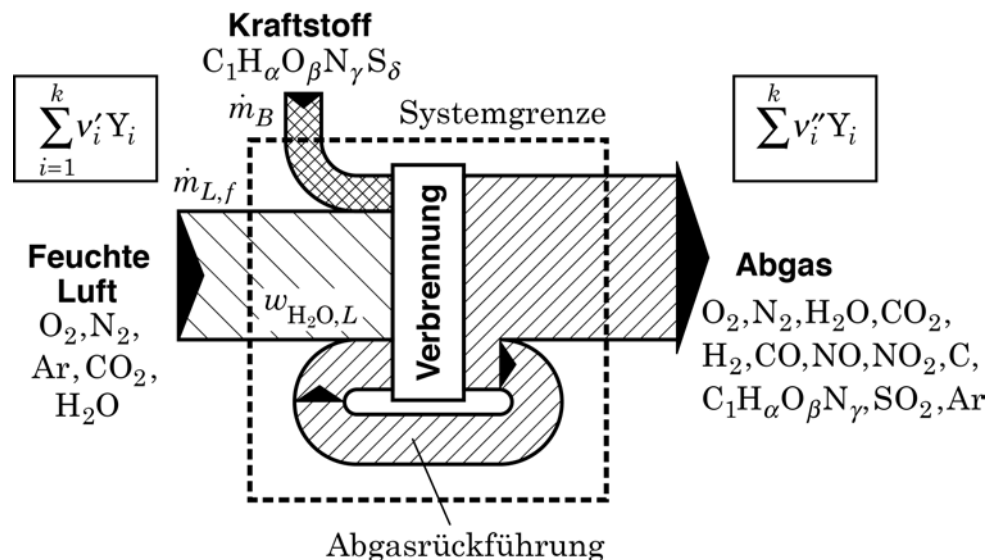


Bild 1.1: Stoffwandlung bei technischen Systemen mit Verbrennung

1.1 Verbrennungsgleichung, Elementbilanzen und Messgleichungen

In Anlehnung an die aus der Chemie bekannte Formelschreibweise verwendet man zur Beschreibung der Stoffwandlung in Verbrennungsmotoren (und anderen technischen Systemen mit Verbrennung) eine *Verbrennungsgleichung* der Form

$$\sum_{i=1}^k \nu'_i Y_i = \sum_{i=1}^k \nu''_i Y_i \quad . \quad (1.-1)$$

Hierin stehen die Y_i ($i=1 \dots k$) für die chemischen Symbole der insgesamt an dem Prozess als Reaktanden bzw. als Reaktionsprodukte beteiligten k chemischen Spezies (vergl. **Bild 1.1**). Die stets positiven Zahlen ν'_i, ν''_i auf der linken bzw. rechten

Seite der Gleichung sind die sogenannten stöchiometrischen Koeffizienten, die die Mengenrelationen bei der Stoffwandlung zum Ausdruck bringen. Mit den vorzeichenbehafteten Differenzen $\nu_i = \nu_i'' - \nu_i'$ gilt für die Stoffmengenänderungen der Spezies Y_i infolge der Verbrennung die mehrgliedrige Proportion

$$\Delta n_{Y_1} : \Delta n_{Y_2} : \dots : \Delta n_{Y_k} = \nu_{Y_1} : \nu_{Y_2} : \dots : \nu_{Y_k}, \quad (1.-2)$$

die auch in

$$\frac{\Delta n_{Y_1}}{\nu_{Y_1}} = \frac{\Delta n_{Y_2}}{\nu_{Y_2}} = \dots = \frac{\Delta n_{Y_k}}{\nu_{Y_k}} \quad (1.-3)$$

umgeschrieben werden kann.

Üblicherweise normiert man die Verbrennungsgleichung (1.-1), indem man für den stöchiometrischen Koeffizienten des in den Prozess eingehenden Kraftstoffes $\nu_B' = 1$ setzt.

Die Stoffwandlung durch Verbrennung ist vollständig beschrieben, wenn die Zahlenwerte aller stöchiometrischen Koeffizienten bekannt sind.

Die Reaktanden sind der hier als gegeben vorausgesetzte Kraftstoff, gekennzeichnet durch die auf C_1 normierte mittlere Summenformel $C_1 H_\alpha O_\beta N_\gamma S_\delta$, die Bestandteile O_2 , N_2 , Ar und CO_2 der trockenen Luft und die über den Stoffmengenanteil $x_{H_2O,L}$ zu quantifizierende Menge H_2O in der feuchten Umgebungsluft bzw. in der eventuell befeuchteten Ansaugluft. Die Indizes α , β , γ , δ in der mittleren Summenformel des Kraftstoffs lassen sich mit den Beziehungen

$$\alpha = \frac{h}{c} \frac{M_C}{M_H} \quad \beta = \frac{o}{c} \frac{M_C}{M_O} \quad \gamma = \frac{n}{c} \frac{M_C}{M_N} \quad \delta = \frac{s}{c} \frac{M_C}{M_S} \quad (1.-4)$$

aus der Elementaranalyse c , h , o , n , s des Kraftstoffes ermitteln.

Tabelle 1: Zusammensetzung von trockener Luft

Spezies i	Stoffmengenanteil in %	Massenanteil in %	Molmasse kg/kmol	Verhältnis ν_i' / ν_{O_2}'
N_2	78,086	75,519	28,013	3,729
O_2	20,942	23,135	32,00	1
Ar	0,934	1,288	39,94	0,045
CO_2	0,038	0,058	44,01	0,0018
<i>Luft L</i>			28,965	3,776

Wegen der festen Zusammensetzung der trockenen Luft können die stöchiometrischen Koeffizienten von N_2 , Ar, CO_2 auf der Eingangsseite über ν_{O_2}' ausgedrückt werden (siehe **Tabelle 1**). Dasselbe gilt für den Koeffizienten von H_2O , wobei aber

noch die Abhängigkeit vom Stoffmengenanteil $x_{\text{H}_2\text{O},L}$ in der feuchten Luft zu berücksichtigen ist:

$$\nu'_{\text{H}_2\text{O}} = 4,776 \nu'_{\text{O}_2} \frac{x_{\text{H}_2\text{O},L}}{1 - x_{\text{H}_2\text{O},L}} \quad \text{mit} \quad x_{\text{H}_2\text{O},L} = \varphi_L \frac{p_{S,\text{H}_2\text{O}}(T)}{p_u} \quad (1.-5)$$

Hierin sind φ_L die relative Luftfeuchtigkeit, $p_{S,\text{H}_2\text{O}}(T)$ der temperaturabhängige Sättigungsdruck von Wasser und p_u der Umgebungsdruck.

Hinsichtlich der Reaktionsprodukte kommt man – sofern es nicht um Verbrennungsgaszustände mit Temperaturen oberhalb von 1800 K geht – mit den in **Bild 1.1** genannten 12 Abgasspezies aus. Dabei ist angenommen, dass die unverbrannten Kohlenwasserstoffe HC mit unverbranntem Kraftstoff gleichgesetzt werden können, was in akzeptabler Näherung zutrifft.

Da bei chemischen Reaktionen die Stoffmengen der *Elemente*, aus denen die miteinander reagierenden Spezies aufgebaut sind, unverändert bleiben, kann für jedes Element j eine Bilanzgleichung der Form

$$\sum_{i=1}^k b_{j,i} (\nu''_i - \nu'_i) = \sum_{i=1}^k b_{j,i} \nu_i = 0 \quad j = 1, \dots, a \text{ (Anzahl der Elemente)} \quad (1.-6)$$

formuliert werden, mit den Koeffizienten

$$b_{j,i} = \frac{n_{j,i}}{n_i} = \frac{\text{Stoffmenge von Element } j \text{ aus gedanklicher Spaltung der Verbindung } i}{\text{Stoffmenge der Verbindung } i} \quad (1.-7)$$

Man kann auch sagen: $b_{j,i}$ ist gleich der Anzahl der Atome des Elementes j in der Verbindung i . Für CO_2 ist z. B. $b_{\text{C},\text{CO}_2} = 1$ und $b_{\text{O},\text{CO}_2} = 2$. Die a Elementbilanzen gemäß den Gleichungen (1.-6) stellen Bedingungsgleichungen für die stöchiometrischen Koeffizienten auf der linken und der rechten Seite der Verbrennungsgleichung (1.-1) dar.

Für den **Modellfall der vollständigen Verbrennung**, der dadurch gekennzeichnet ist, dass auf der rechten Seite der Verbrennungsgleichung nur die sechs Spezies CO_2 , H_2O , SO_2 , O_2 , N_2 und Ar vorkommen, reichen die Elementbilanzen aus, um unter bestimmten Bedingungen alle stöchiometrischen Koeffizienten festzulegen. So lassen sich für einen bekannten Kraftstoff $\text{C}_1\text{H}_\alpha\text{O}_\beta\text{N}_\gamma\text{S}_\delta$ unter der Voraussetzung eines genügend hohen Sauerstoffangebotes, d. h. bei Restsauerstoff im Abgas, zu vorgegebenen Werten ν'_i der Reaktanden alle Werte ν''_i der Reaktionsprodukte aus den sechs Elementbilanzen für O, H, C, S, N und Ar bestimmen. Wenn man den Sauerstoffgehalt des Abgases mit $\nu''_{\text{O}_2} = 0$ vorgibt, kann man auch den Mindestsauerstoffbedarf $\nu'_{\text{O}_2,\min}$ (und damit den Mindestluftbedarf $l_{\min}$) für die vollständige Verbrennung des Kraftstoffes ermitteln.

Zur Festlegung der **realen motorischen Verbrennungsgleichung** in einem bestimmten Motorbetriebspunkt reichen die Elementbilanzen allein nicht mehr aus. Nach Vorgabe des Wasseranteils $x_{\text{H}_2\text{O},L}$ in der Ansaugluft weist die auf $\nu'_\text{B} = 1$

normierte Verbrennungsgleichung (1.-1) noch 13 unbekannte stöchiometrische Koeffizienten auf: den Koeffizienten ν'_{O_2} auf der linken Seite und die 12 Koeffizienten ν''_i gemäß **Bild 1.1** auf der rechten Seite. Folglich werden zur vollständigen quantitativen Beschreibung der Stoffwandlung zusätzlich zu den sechs Elementbilanzen sieben weitere Gleichungen benötigt. An dieser Stelle können geeignete Messwerte ins Spiel gebracht werden, mit denen sich unter Berücksichtigung der jeweiligen Messfehler **Messgleichungen** formulieren lassen.

Erstens) Stoffmengenanteile $x_i^{(M)}$ aus Abgasmessungen

Da Abgasmessungen im partiell getrockneten bzw. im feuchten Abgasstrom durchgeführt werden können, sind dementsprechend zwei verschiedene Formen der Messgleichungen zu unterscheiden. Für einen im *getrockneten Abgas* gemessenen Stoffmengenanteil der Spezies i gilt

$$x_i^{(Mtr)}(1 + \delta_i) = \frac{\nu''_i}{\sum_{j \neq H_2O} \nu''_j} (1 - x_{H_2O,K}) \quad (1.-8)$$

Hierin sind δ_i der relative Messfehler und $x_{H_2O,K}$ der nach der partiellen Trocknung durch Kühlung im Abgas verbliebene H_2O -Stoffmengenanteil. Da der getrocknete Abgasstrom nahezu mit Wasser gesättigt sein dürfte, gilt mit der Kühltemperatur T_K

$$x_{H_2O,K} = \frac{p_{S,H_2O}(T_K)}{p_u} \quad (1.-9)$$

Bei Messungen im *feuchten Abgas* ist einfacher

$$x_i^{(Mf)}(1 + \delta_i) = \frac{\nu''_i}{\sum_j \nu''_j} \quad (1.-10)$$

Für den Kohlenstoff C (Ruß) im Abgas wird üblicherweise kein Stoffmengenanteil ermittelt. Man kann aber mithilfe der bekannten MIRA-Korrelation auf der Basis einer Rauchwertmessung ($R_B^{(M)}$) einen Näherungswert für ν''_C ermitteln, wonach sich mit $R_B = R_B^{(M)}(1 + \delta_R)$ eine Messgleichung der Form

$$h_{MIRA}(R_B) = \nu''_C \quad (1.-11)$$

für den Rauchwert R_B ergibt. Als Korrelationsbeziehung kann die Gleichung

$$h_{MIRA}(R_B) = 1,07 \cdot 10^{-3} (1 + \lambda_V l_{min}) (0,0278 R_B - 0,0008 R_B^2 + 0,0029 R_B^3) \quad (1.-12)$$

herangezogen werden.

Zweitens) Verhältnis $(\dot{m}_{Lf} / \dot{m}_B)^{(M)}$ aus Massenstrommessungen

Aus der Messung der beiden Massenströme "feuchte Luft" und Kraftstoff gewinnt man mit den Angaben aus **Tabelle 1** eine Bedingungsgleichung für den stöchiometrischen Koeffizienten ν'_{O_2} auf der linken Seite der Verbrennungsgleichung,

$$\left(\frac{\dot{m}_{Lf}}{\dot{m}_B}\right)^{(M)} (1 + \delta_{K+L}) (1 - x_{\text{H}_2\text{O},L}) \frac{M_B}{M_L} = 4,776 \nu'_{\text{O}_2} \quad (1.-13)$$

Diese Messgleichung wird allerdings nur in speziellen Fällen Anwendung finden, da man meistens bestrebt ist, die erforderlichen Massenstrommessungen zu vermeiden.

Wenn man nun die **6 Elementbilanzen** mit **Messgleichungen für 7 Abgasspezies** zu einem Gleichungssystem verbindet, sind die **13 unbekannten Koeffizienten** in der Verbrennungsgleichung festgelegt. Im Hinblick auf die an Motorprüfständen üblicherweise installierten Abgasmesseinrichtungen bieten sich hier Messgleichungen an für O_2 , CO_2 , CO , NO , NO_2 , C (Ruß) und $\text{C}_1\text{H}_\alpha\text{O}_\beta\text{N}_\gamma\text{S}_\delta$ (näherungsweise gleichgesetzt den unverbrannten Kohlenwasserstoffen). Das vollständige Gleichungssystem ist im Gleichungsanhang 1.5 zusammengestellt.

Aus den Koeffizienten ν'_i , ν''_i lassen sich insbesondere weiter ermitteln:

- Die vollständige Zusammensetzung in Stoffmengenanteilen
im feuchten Abgas

$$x''_{i,f} = \frac{\nu''_i}{\sum_j \nu''_j} \quad (1.-14)$$

und im trockenen Abgas

$$x''_{i,tr} = \frac{\nu''_i}{\sum_j \nu''_j - \nu''_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{x''_{i,f}}{1 - x''_{\text{H}_2\text{O},f}} \quad (1.-15)$$

- Das Luft/Kraftstoffverhältnis

$$\frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_B} = \frac{(\nu'_{\text{O}_2} + \nu'_{\text{N}_2} + \nu'_{\text{Ar}} + \nu'_{\text{CO}_2}) M_L}{\nu_B M_B} = 4,776 \nu'_{\text{O}_2} \frac{M_L}{M_B} \quad (1.-16)$$

und das Luftverhältnis

$$\lambda_V = \frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_B l_{\min}} \quad (1.-17)$$

mit dem Mindestluftbedarf

$$l_{\min} = 3,776 \left(1 + \frac{\alpha}{4} + \delta - \frac{\beta}{2} \right) \frac{M_L}{M_B} \quad (1.-18)$$

Die rechnerische Auswertung des vorstehend entwickelten Gleichungssystems kann allerdings auf Schwierigkeiten stoßen, falls sich die Messfehler nicht hinreichend sicher beziffern lassen. Wenn man diese dann vereinfachend ignoriert, d.h. zu null setzt, können sich sehr unbefriedigende Auswertungsergebnisse einstellen.

Bild 1.2 zeigt beispielhaft für einen Messdatensatz, wie augenfällig fehlerhaft die Ergebnisse von so vorgenommenen Auswertungsrechnungen ausfallen können:

Die über dem berechneten Luftverhältnis $\lambda_V^{(A)}$ dargestellten Verläufe der simultan ermittelten Stoffmengenanteile $x_i'' = \nu_i'' / \sum \nu_j''$ der fünf in der Bildlegende genannten Abgasspezies sind gegenüber den bekannten prinzipiellen Verläufen dieser Spezies erheblich verzerrt.

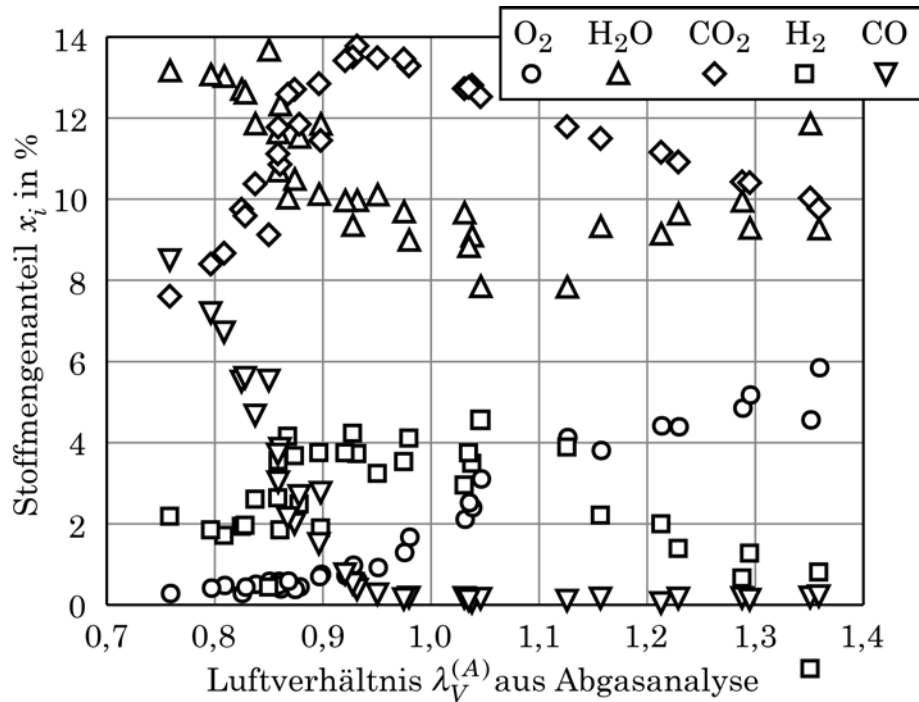


Bild 1.2: Auswertungsergebnisse von Abgasmessungen an einem PKW-Ottomotor ohne Berücksichtigung von Messfehlern

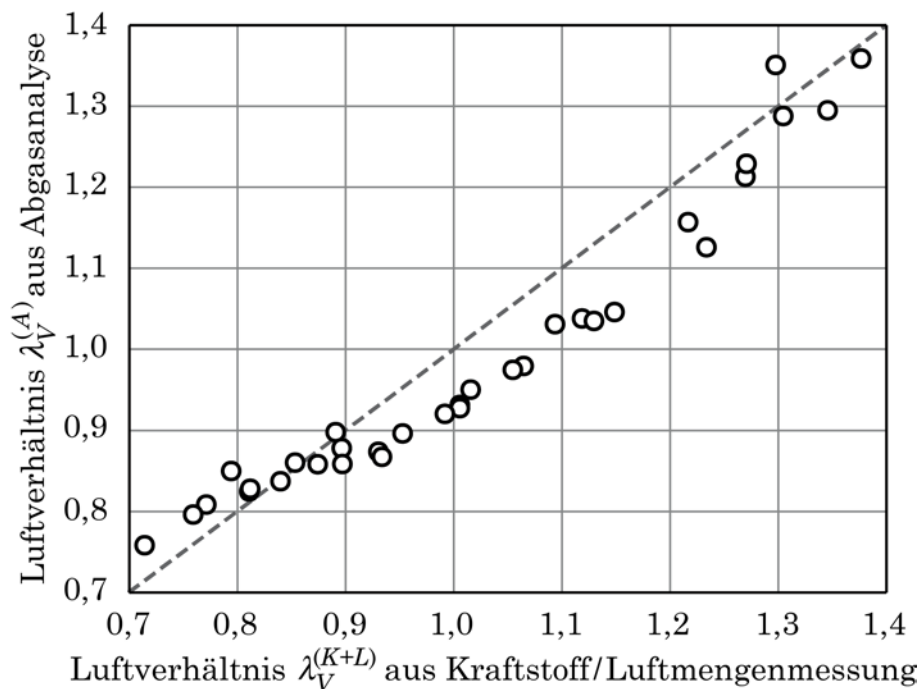


Bild 1.3: Luftverhältnis zu den Auswertungsergebnissen in **Bild 1.2** im Vergleich zu Werten aus einer Kraftstoff/Luftmengenmessung

Für denselben Messdatensatz ist in **Bild 1.3** das rechnerisch erhaltene Luftverhältnis $\lambda_V^{(A)}$ über den entsprechenden Werten $\lambda_V^{(K+L)}$ aus einer begleitenden

Kraftstoff/Luftmengenmessung aufgetragen. Da der relative Fehler der Letzteren 1% kaum übersteigen dürfte, wird deutlich, dass neben der Abgaszusammensetzung auch das Luftverhältnis fehlerhaft berechnet wird.

Das vorstehende Auswertungsbeispiel zeigt, dass im Allgemeinen eine zumindest näherungsweise Berücksichtigung von Messfehlern unverzichtbar ist. Dabei wird es hauptsächlich auf die Messfehler derjenigen Abgasspezies ankommen, die bei der motorischen Verbrennung unvermeidlich sind und die zudem in größeren Stoffmengenanteilen auftreten können. Es sind dies in erster Linie CO_2 und je nach Motor und Betriebspunkt auch noch CO und O_2 . Deshalb reicht es aus, wenn man sich zur näheren Untersuchung der Fehlerproblematik auf die Auswirkung von Messfehlern für diese drei Spezies in den Elementbilanzen für O und C konzentriert. Dabei werden im Folgenden der Einfachheit halber Messungen im feuchten Abgasstrom angenommen.

Durch Einsetzen der Messgleichungen für die o.g. Spezies in die Elementbilanzen erhält man die beiden nachstehenden Gleichungen, in denen die für die Betrachtung unwesentlichen Glieder weggelassen und die linke Seite mit LS abgekürzt wurden:

● O-Bilanz

$$\frac{\text{LS}_\text{O}}{\sum v_j''} = 2x_{\text{O}_2}^{(M)}(1 + \delta_{\text{O}_2}) + 2x_{\text{CO}_2}^{(M)}(1 + \delta_{\text{CO}_2}) + x_{\text{CO}}^{(M)}(1 + \delta_{\text{CO}}) + \dots \quad (1.-19)$$

Mit einem implizit definierten mittleren Fehlerterm $\delta_{m,\text{O}}$ kann umgeschrieben werden in

$$\frac{\text{LS}_\text{O}}{\sum v_j''} = \left(2x_{\text{O}_2}^{(M)} + 2x_{\text{CO}_2}^{(M)} + x_{\text{CO}}^{(M)} \right) (1 + \delta_{m,\text{O}}) + \dots \quad (1.-20)$$

● C-Bilanz

$$\frac{\text{LS}_\text{C}}{\sum v_j''} = x_{\text{CO}_2}^{(M)}(1 + \delta_{\text{CO}_2}) + x_{\text{CO}}^{(M)}(1 + \delta_{\text{CO}}) + \dots \quad (1.-21)$$

Analog zu oben kann auch hier mit einem implizit definierten mittleren Fehlerterm geschrieben werden

$$\frac{\text{LS}_\text{C}}{\sum v_j''} = \left(x_{\text{CO}_2}^{(M)} + x_{\text{CO}}^{(M)} \right) (1 + \delta_{m,\text{C}}) + \dots \quad (1.-22)$$

Unter der Näherungsannahme, dass die mit den Gleichungen (1.-20) und (1.-22) eingeführten mittleren Fehlergrößen nicht allzu sehr differieren,

$$1 + \delta_m \approx 1 + \delta_{m,\text{O}} \approx 1 + \delta_{m,\text{C}} \quad , \quad (1.-23)$$

müsste es möglich sein, den Messfehlereinfluss bei der Auswertungsrechnung angenähert zu erfassen, wenn man die Abgasmesswerte von O_2 , CO_2 , CO mit dem mittleren relativen Messfehler δ_m korrigiert. Hierzu sind die Messgleichungen (1.-8) und (1.-10) umzuschreiben in

$$x_i^{(Mtr)}(1 + \delta_m) = \frac{v_i''}{\sum_{j \neq \text{H}_2\text{O}} v_j''} (1 - x_{\text{H}_2\text{O},K}) \quad i = \text{O}_2, \text{CO}_2, \text{CO} \quad (1.-24)$$

bzw.

$$x_i^{(Mf)}(1 + \delta_m) = \frac{v_i''}{\sum_j v_j''} \quad i = \text{O}_2, \text{CO}_2, \text{CO} \quad (1.-25)$$

In den übrigen Messgleichungen werden die Fehler $\delta_i = 0$ gesetzt.

Durch die Einführung des mittleren relativen Messfehlers δ_m erhöht sich die Anzahl der zu bestimmenden Unbekannten um eins. Somit erfordert die näherungsweise Berücksichtigung von Messfehlern eine weitere Gleichung, die eine hinreichend sichere physikalisch-chemische Zusatzinformation zu den Elementbilanzen einbringt.

Die Berücksichtigung des mittleren Fehlers δ_m kann auch *implizit* erfolgen, so dass er in den Auswertungsgleichungen gar nicht mehr in Erscheinung tritt. Hierzu werden zweckmäßigerweise die Messgleichungen für CO und O₂ durch die Messgleichung für CO₂ dividiert, die danach gestrichen wird. Wenn man davon ausgeht, dass die drei betrachteten Spezies in demselben Abgasstrom gemessen werden, ist es irrelevant, ob es sich dabei um einen getrockneten oder um einen feuchten Strom handelt. Dann gilt mit dem auf (M) verkürzten Hochindex

$$\frac{x_i^{(M)}(1 + \delta_m)}{x_{\text{CO}_2}^{(M)}(1 + \delta_m)} = \frac{x_i^{(M)}}{x_{\text{CO}_2}^{(M)}} = \frac{v_i''}{v_{\text{CO}_2}''} \quad , \quad i = \text{CO}, \text{O}_2 \quad (1.-26)$$

Der mittlere Fehler δ_m hebt sich bei der Division heraus. Deshalb bleibt zwar die Anzahl der Unbekannten unverändert, es verringert sich aber die Anzahl der Gleichungen, da die Messgleichung für CO₂ wegfällt. Somit ist auch hier eine weitere Gleichung zur Schließung des Gleichungssystems erforderlich. Das Gleichungssystem wird bei voller Gleichwertigkeit nur etwas vereinfacht.

Im Hinblick auf die benötigte Zusatzgleichung erweist sich eine reaktionskinetische Analyse des Expansionsvorgangs in Verbrennungsmotoren als hilfreich.

1.2 Zur Kinetik der Expansion in Verbrennungsmotoren

Während der Brennphase befindet sich das in Otto- und Dieselmotoren entstehende Verbrennungsgas wegen der dann herrschenden hohen Gastemperaturen näherungsweise im partiellen OHC-Gleichgewicht. Das bedeutet, dass alle Elementarreaktionen zwischen den O, H und C haltigen Verbrennungsgasspezies in Gleichgewichtsnähe ablaufen, im Unterschied zu den für die parasitäre Stickoxidbildung verantwortlichen N-O Reaktionen. Gegen Ende der Brennphase und in der anschließenden Expansion kommt es jedoch auch bei den O-H-C Reaktionen

zu zunehmenden Gleichgewichtsabweichungen, die sich je nach dem Luftverhältnis der Verbrennung auch merklich auf die Hauptabgaszusammensetzung hinter dem Motor auswirken. Bei Luftmangel müssen diese reaktionskinetischen Effekte berücksichtigt werden, bei Luftüberschuss sind sie aber in dem hier interessierenden Zusammenhang nicht so wesentlich.

1.2.1 Verbrennung bei Luftmangel

Die chemische Umsetzung während der Expansion wird durch die beiden Elementarreaktionen



dominiert, in denen OH und H als Kettenträger agieren. In **Bild 1.4** links sind die mit einem Realprozessprogramm für Ottomotoren berechneten Verläufe der Stoffmengenanteile der sechs involvierten Spezies über dem Kurbelwinkel aufgetragen (Motorbetriebspunkt mit $\lambda_V=0,8$). Die Anteile der Kettenträger bleiben während der gesamten Expansion verschwindend klein gegenüber denen von CO, H₂O, CO₂ und H₂. Unter diesen Umständen wird der Vorgang in sehr guter Näherung durch eine einzige Bruttogleichung



beschrieben, die in der Literatur häufig als "Wassergasreaktion" bezeichnet wird.

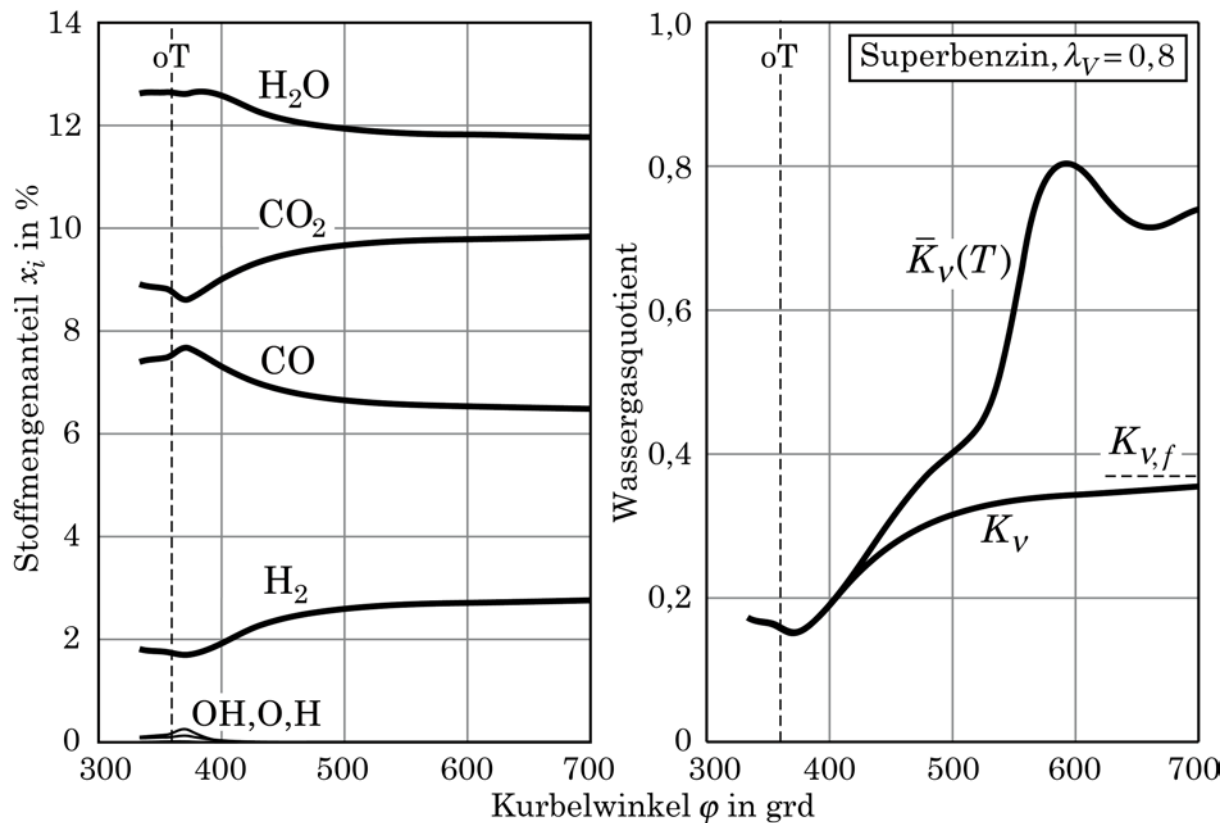


Bild 1.4: Wassergasreaktion während der Expansion im Ottomotor
Stoffmengenänderungen links und Nichtgleichgewichtsverhalten rechts

Die Abweichung einer chemischen Reaktion von ihrem Gleichgewicht lässt sich ganz allgemein durch die Angabe ihrer Affinität

$$A = -\Delta G_{mR}^{\circ}(T) - R_m T \sum_k \nu_i \ln \frac{p_i''}{p^{\circ}} \quad (1.-29)$$

kennzeichnen. Im Gleichgewicht ist diese Größe gleich null und mit zunehmender Entfernung vom Gleichgewicht nimmt sie je nach der Richtung der Gleichgewichtsabweichung wachsende positive bzw. negative Werte an. ΔG_{mR}° ist die freie Standardreaktionsenthalpie, p_i'' der Partialdruck der Spezies i in der reagierenden Gasmischung und $p^{\circ} = 1 \text{ atm}$ der Standarddruck der chemischen Thermodynamik. Gleichung (1.-29) kann umgeschrieben werden in

$$\frac{A}{R_m T} = \sum_k \nu_i \ln \frac{\bar{p}_i''}{p^{\circ}} - \sum_k \nu_i \ln \frac{p_i''}{p^{\circ}}. \quad (1.-30)$$

Hierin bezeichnet $\bar{p}_i''$ den gedanklichen Gleichgewichtswert des Partialdrucks der Spezies i bei der Temperatur T .

Mit

$$p_i'' = x_i'' p = \frac{\nu_i''}{\sum \nu_j''} p \quad (1.-31)$$

gilt für die Wassergasreaktion (1.-28)

$$\frac{A}{R_m T} = \ln \underbrace{\frac{\bar{\nu}_{\text{CO}_2} \bar{\nu}_{\text{H}_2}}{\bar{\nu}_{\text{CO}} \bar{\nu}_{\text{H}_2\text{O}}}}_{\bar{K}_v(T)} - \ln \underbrace{\frac{\nu_{\text{CO}_2}'' \nu_{\text{H}_2}''}{\nu_{\text{CO}}'' \nu_{\text{H}_2\text{O}}''}}_{K_v} = \ln \frac{\bar{K}_v(T)}{K_v}. \quad (1.-32)$$

$\bar{K}_v(T)$ ist der gedankliche nur temperaturabhängige Gleichgewichtswert von K_v bei der Temperatur T . Der Unterschied zwischen den beiden Wassergasquotienten¹ K_v und $\bar{K}_v(T)$ ist ein Maß für die dimensionslose Affinität $A/R_m T$ und damit für die Gleichgewichtsabweichung der Reaktion. In **Bild 1.4** rechts ist der Verlauf beider Größen während der Expansion im Ottomotor über dem Kurbelwinkel aufgetragen. Aus dem wachsenden Abstand zwischen den Kurvenzügen ist zu sehen, dass die Abweichung der Wassergasreaktion vom Gleichgewicht mit fortschreitender Expansion deutlich zunimmt. Nach dem Übergang in die Ladungswechselphase des motorischen Prozesses klingt der Anstieg von K_v deutlich ab, sodass sich ein *Endwert* für diesen Ausdruck abzuzeichnen beginnt. Da gleiche Änderungen von Zähler und Nenner als Ursache hierfür ausscheiden, muss das bedeuten, dass die Wassergasreaktion keinen Umsatz mehr liefert. Man kann deshalb sagen, dass die Reaktion bei einem Wert $K_{v,f}$ "einfriert".

¹ Quotienten dieser Form werden in der Literatur als *Gleichgewichtskonstante* der Wassergasreaktion angesprochen. Weil diese Bezeichnung in dem hier gegebenen Zusammenhang sehr unglücklich erscheint, wird die neutrale Bezeichnung "Wassergasquotient" gewählt. Dabei ist gemäß Gleichung (1.-32) zwischen dem kinetischen Wert und dem Gleichgewichtswert dieses Quotienten zu unterscheiden.

Die Geschwindigkeit von chemischen Reaktionen wird durch die Konzentrationen der Reaktionspartner und durch die Temperatur bestimmt. Deshalb muss der Einfrierwert $K_{v,f}$ von den näheren Randbedingungen (Luftverhältnis, Motordrehzahl, Last, Kraftstoff u.a.) abhängig sein, unter denen der Expansionsvorgang abläuft. Dies wird durch eine kinetisch-rechnerische Analyse des Sachverhaltes mit einem Realprozessprogramm für Ottomotoren bestätigt. In **Bild 1.5** sind die Ergebnisse aufgetragen, die unter Variation des Luftverhältnisses und von Last und Drehzahl bei jeweils verbrauchsoptimalem Zündzeitpunkt erhalten wurden. Die Wahl des Kraftstoffs – Superbenzin bzw. Methanol – erwies sich dabei als von nur geringem Einfluss.

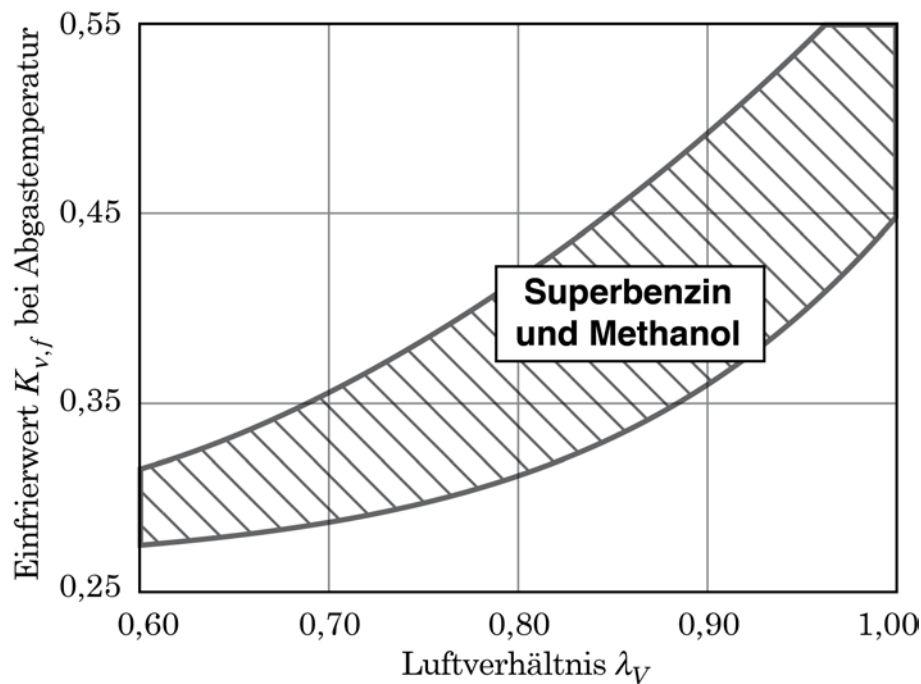


Bild 1.5: Einflussgrößen auf den eingefrorenen Wert des Wassergasquotienten

Aus dem obenstehenden Bild liest man einen Mittelwert von $K_{v,f}^* \approx 0,37$ für den Einfrierwert des Wassergasquotienten ab, der sich bei Bedarf durch die Berücksichtigung einer Abhängigkeit vom Luftverhältnis verfeinern lassen dürfte. Auf diese Weise erhält man eine zusätzliche Bedingungsgleichung

$$\frac{\nu''_{\text{CO}_2} \nu''_{\text{H}_2}}{\nu''_{\text{CO}} \nu''_{\text{H}_2\text{O}}} = \begin{cases} K_{v,f}^* \approx \text{konst} \\ \text{oder } K_{v,f}^*(\lambda_V) \end{cases}, \quad (1.-33)$$

die bei $\lambda_V < 1,0$ zur Festlegung der stöchiometrischen Koeffizienten in der Verbrennungsgleichung (1.-1) herangezogen werden kann.

1.2.2 Verbrennung bei Luftüberschuss

Durch das größere Sauerstoffangebot erfährt der Reaktionsmechanismus gegenüber den Gleichungen (1.-27) eine deutliche Änderung. Die chemische Umsetzung während der Expansion verläuft nun im Wesentlichen über die folgenden Elementarreaktionen:



Im Unterschied zu den Verhältnissen bei $\lambda_V < 1,0$ wird der Bruttovorgang nicht mehr durch die Wassergasgleichung, sondern durch die beiden Gleichungen



beschrieben. Die Ausführungen in dem vorigen Kapitel zum "Einfrieren" der Wassergasreaktion sind somit nicht auf den Luftverhältnisbereich $\lambda_V > 1,0$ übertragbar.

Kinetische Rechnungen bei einem Luftverhältnis oberhalb von 1,0 zeigen aber, dass Wasserstoff H_2 bereits in der späten Expansion nahezu völlig abgebaut wird. Da weiterhin (anders als etwa beim Sauerstoff unter Luftmangelbedingungen) kein Zusammenhang mit den bei der Rechnung nicht berücksichtigten unverbrannten Kohlenwasserstoffen besteht, sollte im Abgas nach dem Motor kein Wasserstoff mehr vorkommen. Hiernach gilt für den stöchiometrischen Koeffizienten von Wasserstoff in der Verbrennungsgleichung (1.-1)

$$\nu''_{\text{H}_2} = 0 \quad \text{für} \quad \lambda_V > 1,0, \tag{1.-36}$$

womit auch für den Luftüberschussbereich eine zusätzliche Bedingung für die Bestimmung der Verbrennungsgleichung gewonnen ist.

1.3 Berücksichtigung von Messfehlern

Gemäß den Ausführungen des vorstehenden Kapitels stehen zur expliziten bzw. impliziten Berücksichtigung des mit Gleichung (1.-23) eingeführten mittleren relativen Messfehlers δ_m die Beziehungen

$$\begin{aligned}
\frac{\nu''_{\text{CO}_2} \nu''_{\text{H}_2}}{\nu''_{\text{CO}} \nu''_{\text{H}_2\text{O}}} &= \begin{cases} K_{v,f}^* \approx \text{konst} \\ \text{oder } K_{v,f}^*(\lambda_V) \end{cases} \quad \text{für } \lambda_V < 1,0 \\
\nu''_{\text{H}_2} &= 0 \quad \text{für } \lambda_V > 1,0
\end{aligned}
\tag{1.-37}$$

zur Verfügung. Eine nähere kinetisch-rechnerische Untersuchung zeigt in recht guter Übereinstimmung mit Auswertungsergebnissen von Abgasmessungen, dass $K_{v,f}^*$ auf einen Wert von 0,34...0,37 festgesetzt werden kann. Weiterhin findet man, dass die ν''_{H_2} -Bedingung im Luftüberschussbereich *rein numerisch gesehen* näherungsweise durch die dann eigentlich nicht mehr gültige Bedingung für den Wassergasquotienten miterfasst werden kann. Der bei Luftüberschuss nur sehr geringe Wert von ν''_{CO} drückt nämlich über den Wassergasquotienten den Wert von ν''_{H_2} auf einen hinreichend kleinen Wert herunter, sodass die genau genommen

zu fordernde Nullsetzung approximiert wird. Folglich kann Gleichung (1.-37) ohne Berücksichtigung einer Abhängigkeit vom Luftverhältnis auf

$$\frac{\nu''_{\text{CO}_2} \nu''_{\text{H}_2}}{\nu''_{\text{CO}} \nu''_{\text{H}_2\text{O}}} = 0,34 \dots 0,37 \quad (1.-38)$$

vereinfacht werden.

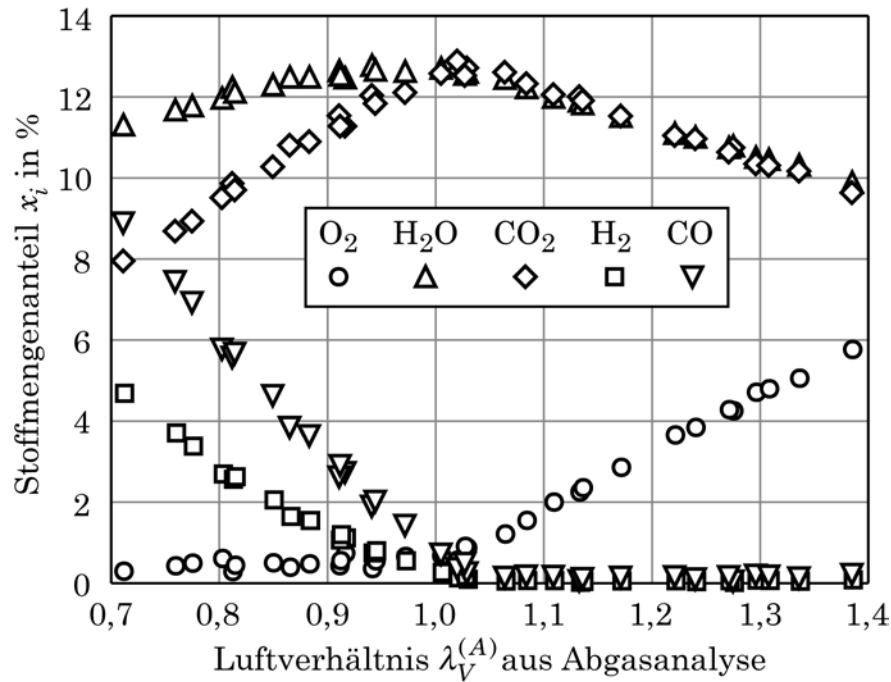


Bild 1.6: Auswertungsergebnisse von Abgasmessungen an einem PKW-Ottomotor mit Messfehlerkorrektur (Messdatensatz wie in **Bild 1.2**)

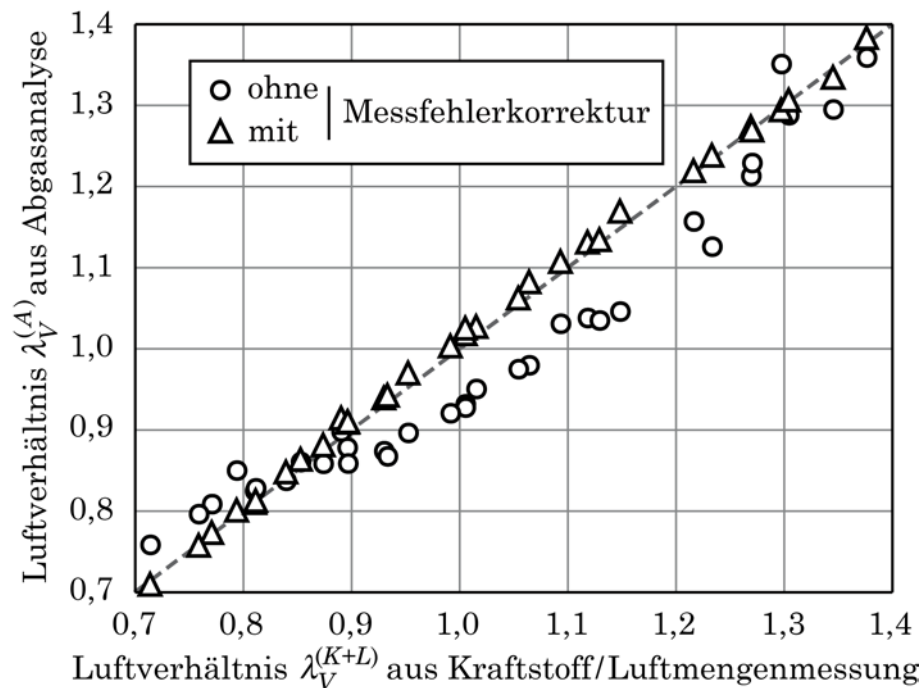


Bild 1.7: Luftverhältnis zu den Auswertungsergebnissen in **Bild 1.6** im Vergleich zu Werten aus einer Kraftstoff/Luftmengenmessung

Unter der nun mit Hilfe von Gleichung (1.-38) möglichen Berücksichtigung des mittleren relativen Fehlers δ_m erhält man statt der Auswertungsergebnisse in **Bild 1.2** und **Bild 1.3** die neuen Ergebnisse in **Bild 1.6** und **Bild 1.7**. Die Auswertungsrechnung wurde mit $K_{v,f}^* = 0,37$ durchgeführt. Offensichtlich ist eine erhebliche Verbesserung aller Resultate zu verzeichnen: Die Verläufe der in **Bild 1.6** über dem Luftverhältnis aufgetragenen Abgasspezies entsprechen nun der Erwartung und gemäß **Bild 1.7** fällt auch der Vergleich zwischen den Werten des Luftverhältnisses aus der Abgasanalyse und denen aus der Kraftstoff/Luftmengenmessung zufriedenstellend aus.

In **Bild 1.8** ist der zugehörige mittlere relative Messfehler, der bei einer expliziten Fehlerberücksichtigung gemäß den Gleichungen (1.-24) bzw. (1.-25) bei der Auswertungsrechnung mit ausgewiesen wird, über dem Luftverhältnis aufgetragen. Offenbar wurden zu dem hier verwendeten Messdatensatz deutliche Fehlerkorrekturen berechnet. Es ist allerdings zu beachten, dass δ_m keinen arithmetischen Mittelwert, sondern eine etwas komplizierte Verbindung der Fehler in den Abgasmesswerten von O_2 , CO_2 und CO darstellt (vergl. die implizite Definition gemäß den Gleichungen (1.-19) bis (1.-23)).

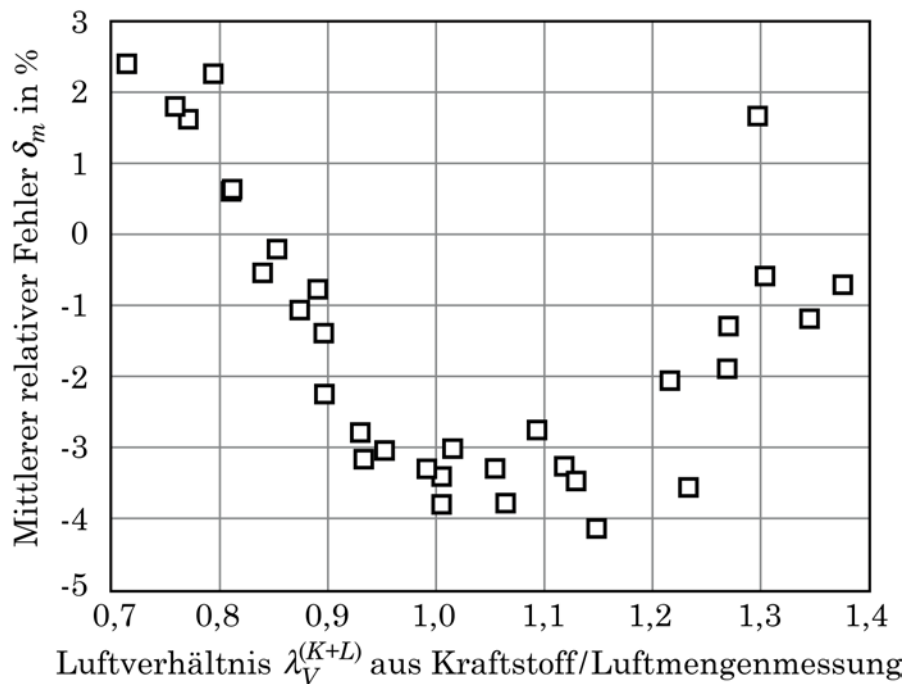


Bild 1.8: Mit kinetischer Zusatzbedingung rechnerisch ermittelter Messfehler (Messdatensatz wie in **Bild 1.2**)

1.4 Anmerkungen

Erstens) Vorstehend wurde gezeigt, wie sich die kinetische Zusatzinformation nach Gleichung (1.-38) vorteilhaft zur näherungsweise expliziten oder impliziten Messfehlerkorrektur verwenden lässt. Man kann aber auch auf die Korrektur verzichten und stattdessen eine der Messgleichungen für O_2 , CO_2 oder CO gegen die Gleichung (1.-38) austauschen. Diese Möglichkeit wäre etwa in Betracht zu

ziehen, wenn für eine der drei genannten Spezies gar kein Messwert oder nur ein sehr unsicherer Messwert vorliegt. Dann sind immer noch zufriedenstellende Auswertungsergebnisse möglich, wenn die Messfehler bei den beiden verbleibenden Spezies hinreichend klein sind.

Auch eine kombinierte Vorgehensweise kann sinnvoll sein: Wenn die Messfehlerkorrektur so wie in **Bild 1.8** größere mittlere Fehler ausweist, mag die Frage interessant sein, ob eventuell eine der verwendeten Abgasmessreihen in besonderer Weise fehlerbehaftet ist. Dann kann man die kinetische Zusatzinformation nach Gleichung (1.-38) der Reihe nach gegen die Messgleichungen für die Spezies O_2 , CO_2 und CO austauschen und dabei prüfen, ob die Streichung einer bestimmten Messreihe zu ähnlich zufriedenstellenden Ergebnissen führt, wie die Verfahrensweise *mit* Messfehlerkorrektur. Bei dem vorstehend verwendeten Messdatensatz ist das für CO_2 der Fall. Demnach dürften die unbefriedigenden Auswertungsergebnisse in **Bild 1.2** und **Bild 1.3** im Wesentlichen auf große Fehler in der CO_2 -Messung zurückzuführen sein.

Zweitens) Mit der Bestimmung der Verbrennungsgleichung erhält man gemäß den Gleichungen (1.-16) und (1.-17) auch stets das in der Praxis besonders interessierende Luftverhältnis λ_V . Für die **Teilaufgabe "Luftverhältnisbestimmung aus der Abgasanalyse"** sind in der Fachliteratur im Laufe der Zeit verschiedene Berechnungsmethoden bekannt geworden. Die erste Berechnung dieser Art wurde 1965 von R. S. Spindt² aufgestellt und ist in etwas erweiterter Form auch heute noch in Gebrauch. In der Folgezeit haben sich weitere Autoren der Problematik angenommen und etwa 30 Jahre später gibt W. M. Silvis³ an, dass ihm bis dahin 72 Berechnungsmethoden bekannt geworden sind, die nach seiner Ansicht aus physikalisch-chemischer Sicht unmöglich alle unabhängig voneinander gerechtfertigt sein können. Vor dem Hintergrund der vorstehenden Ausführungen ist dem uneingeschränkt zuzustimmen. Zur besseren Übersicht sind die Methoden, die zur Bestimmung der Verbrennungsgleichung und damit auch des Luftverhältnisses aus der Abgasanalyse zur Verfügung stehen, in der **Tabelle 2** auf der nächsten Seite zusammengestellt.

Hiernach gibt es nur **3 signifikant verschiedene Berechnungsmethoden**, bzw. allenfalls 4, wenn man im Fall 2a) nochmals zwischen einer expliziten und einer impliziten Fehlerkorrektur unterscheiden möchte. Die Vielzahl der in der Literatur bekannt gewordenen Berechnungsgleichungen ist deshalb nur so zu erklären, dass etliche Gleichungsurheber die Gleichwertigkeit mit den Arbeiten anderer Autoren nicht erkannt haben. In diesem Zusammenhang mögen auch unterschiedliche Näherungsannahmen bei der Aufstellung der Gleichungen eine Rolle gespielt haben.

² Spindt R. S.
Air Fuel Ratios from Exhaust Gas Analysis, SAE paper 650507,
Society of Automotive Engineers, 1965

³ Silvis, W. M.
An Algorithm for Calculating the Air/Fuel Ratio from Exhaust Emissions,
SAE paper 970514, Society of Automotive Engineers, 1997

Die weiter oben angesprochene und nach wie vor sehr häufig verwendete Methode nach Spindt fällt unter 2a), d. h. sie arbeitet mit Fehlerkorrektur, was dazu geführt haben dürfte, dass sie sich gegenüber anderen mehr fehleranfälligen Methoden nach 1) und 2b) weitgehend durchgesetzt hat. Spindt schreibt in seinem Aufsatz von 1965: "This analysis shows that small errors in measurement do not significantly affect the air-fuel ratio determination". Dabei wird aber nicht deutlich, ob es ihm bewusst war, dass er diese Unempfindlichkeit gegenüber Messfehlern durch eine implizit vorgenommene Fehlerkorrektur gemäß Gleichung (1.-26) herbeigeführt hatte. Auch in der späteren Fachliteratur haben diese Fehlerkorrektur und ihre Bedeutung keine ausdrückliche Erwähnung gefunden.

Tabelle 2: Methoden zur rechnerischen Ermittlung der Verbrennungsgleichung

	Grundlage	Voraussetzungen
1	Nur Elementbilanzen	Ausreichende Anzahl n von Abgasmesswerten mit bekannten oder bekanntermaßen vernachlässigbaren Messfehlern
2	Elementbilanzen und kinetische Zusatzbedingung	a) Anzahl n der Abgasmesswerte wie unter 1 , aber keine Kenntnis von Messfehlern erforderlich; die kinetische Zusatzbedingung wird zur näherungsweisen Fehlerkorrektur verwendet
		b) Wie unter 1 , aber mit nur $n-1$ Abgasmesswerten; die kinetische Zusatzbedingung ersetzt einen Abgasmesswert

Drittens) Die Berechnungsmethode nach **1** in **Tabelle 2** kann, da sie allein auf die allgemeingültigen Elementbilanzen abstellt, nicht nur bei Verbrennungsmotoren, sondern ohne jede Einschränkung bei beliebigen technischen Verbrennungsprozessen verwendet werden. Für die Berechnungsmethode nach **2** gilt das nur in dem Maße, in dem auch die kinetische Zusatzbedingung nach Gleichung (1.-37) verallgemeinerbar ist. Bei überstöchiometrischer Verbrennung sind in dieser Hinsicht keine Schwierigkeiten zu erwarten, weil die dafür angegebene Bedingung $\nu''_{H_2} = 0$ hinreichend allgemeingültig sein dürfte. Die für den Fall der unterstöchiometrischen Verbrennung angegebene Bedingung für den Wassergasquotienten wurde allerdings speziell für die Verhältnisse in der Expansion bei Verbrennungsmotoren aufgestellt. Bei Verbrennungsprozessen in anderen technischen Systemen wird man zumindest angepasste Zahlenwerte für den Wassergasquotienten einführen müssen.

1.5 Gleichungsanhang

● Gleichungssystem Elementbilanzen + Messgleichungen

Linke Seite der Verbrennungsgleichung

$$\nu'_B = 1 \quad \nu'_{N_2} / \nu'_{O_2} = 3,729 \quad \nu'_{Ar} / \nu'_{O_2} = 0,045 \quad \nu'_{CO_2} / \nu'_{O_2} = 0,0018$$

$$\nu'_{H_2O} / \nu'_{O_2} = 4,776 \frac{x_{H_2O,L}}{1 - x_{H_2O,L}} \quad \text{mit} \quad x_{H_2O,L} = \varphi_L \frac{p_{S,H_2O}(T)}{p_u}$$

6 Elementbilanzen

$$1 + \nu'_{CO_2} = \nu''_{CO_2} + \nu''_{CO} + \nu''_B + \nu''_C$$

$$\alpha + 2\nu'_{H_2O} = 2\nu''_{H_2O} + 2\nu''_{H_2} + \alpha\nu''_B$$

$$\beta + 2\nu'_{O_2} + \nu'_{H_2O} = 2\nu''_{O_2} + \nu''_{H_2O} + 2\nu''_{CO_2} + \nu''_{CO} + \nu''_{NO} + \beta\nu''_B + 2\nu''_{SO_2}$$

$$\gamma + 2\nu'_{N_2} = 2\nu''_{N_2} + \nu''_{NO}$$

$$\delta = \nu''_{SO_2}$$

$$\nu'_{Ar} = \nu''_{Ar}$$

7 Messgleichungen für O_2 , CO_2 , CO , NO , NO_2 , $C_1H_\alpha O_\beta N_\gamma S_\delta$ und C (Ruß)

$$x_i^{(Mtr)}(1 + \delta_i) = \frac{\nu''_i}{\sum_{j \neq H_2O} \nu''_j} (1 - x_{H_2O,K}) \quad \text{mit} \quad x_{H_2O,K} = \frac{p_{S,H_2O}(T_K)}{p_u}$$

bei Messungen im partiell getrockneten Abgasstrom bzw.

$$x_i^{(Mf)}(1 + \delta_i) = \frac{\nu''_i}{\sum_j \nu''_j}$$

bei Messungen im feuchten Abgasstrom.

$$h_{MIRA}(R_B) = \nu''_C \quad R_B = R_B^{(M)}(1 + \delta_R)$$

mit

$$h_{MIRA}(R_B) = 1,07 \cdot 10^{-3} (1 + \lambda_V l_{min}) (0,0278 R_B - 0,0008 R_B^2 + 0,0029 R_B^3)$$

$$\lambda_V = 4,776 \frac{\nu'_{O_2}}{l_{min}} \frac{M_L}{M_B}$$

● Berücksichtigung von Messfehlern

Kinetische Zusatzgleichung (Bedingung für Wassergasquotient)

$$\frac{\nu_{\text{CO}_2}'' \nu_{\text{H}_2}''}{\nu_{\text{CO}}'' \nu_{\text{H}_2\text{O}}''} = 0,34 \dots 0,37$$

- **Explizite** Fehlerberücksichtigung

$$\delta_i = \delta_m \quad \text{für } i = \text{O}_2, \text{CO}_2, \text{CO}$$

und $\delta_i = 0$ für die anderen Spezies.

- **Implizite** Fehlerberücksichtigung

$$\frac{x_i^{(M)}}{x_{\text{CO}_2}^{(M)}} = \frac{\nu_i''}{\nu_{\text{CO}_2}''} \quad i = \text{CO}, \text{O}_2, \quad \delta_i = 0 \quad \text{für alle Spezies}$$

und Streichung der Messgleichung für CO_2 .

● Vollständige Verbrennung

Verbrennungsgleichung

$$\begin{aligned} \text{C}_1\text{H}_\alpha\text{O}_\beta\text{N}_\gamma\text{S}_\delta + \lambda_V \left(1 + \frac{\alpha}{4} + \delta - \frac{\beta}{2} \right) \text{O}_2 + 3,76 \lambda_V \left(1 + \frac{\alpha}{4} + \delta - \frac{\beta}{2} \right) \text{N}_2 \\ = \text{CO}_2 + \frac{\alpha}{2} \text{H}_2\text{O} + \delta \text{SO}_2 + (\lambda_V - 1) \left(1 + \frac{\alpha}{4} + \delta - \frac{\beta}{2} \right) \text{O}_2 \\ + \left[\frac{\gamma}{2} + 3,76 \lambda_V \left(1 + \frac{\alpha}{4} + \delta - \frac{\beta}{2} \right) \right] \text{N}_2 \end{aligned}$$

Mindestsauerstoffbedarf

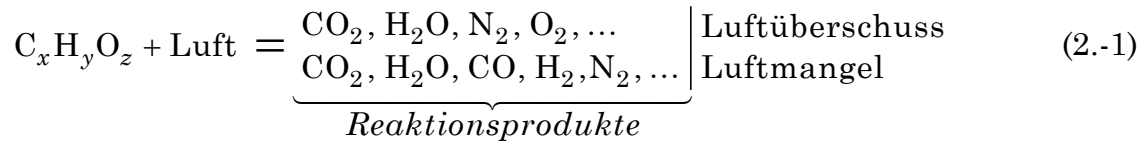
$$\nu'_{\text{O}_2, \min} = 1 + \frac{\alpha}{4} + \delta - \frac{\beta}{2}$$

Mindestluftbedarf

$$l_{\min} = 3,776 \nu'_{\text{O}_2, \min} \frac{M_L}{M_B}$$

2 ENERGIEWANDLUNG BEI VERBRENNUNGSMOTOREN

Die Arbeitsleistung von Verbrennungsmotoren wird aus der „chemischen Energie“ bestritten, die durch die innere Verbrennung eines Kraftstoffes (mittlere Summenformel $C_xH_yO_z$) mit dem Sauerstoff der angesaugten Luft freigesetzt wird.



Diese geläufige Aussage findet ihren formelmäßigen Ausdruck in einer Energiebilanz, wobei zwei verschiedene Formulierungen zu unterscheiden sind.

2.1 Integrale Energiebilanz

Hierbei wird der Motor wegen seiner zyklischen Arbeitsweise als ein offenes periodisch durchströmtes thermodynamisches System aufgefasst (vergl. **Bild 2.1**).

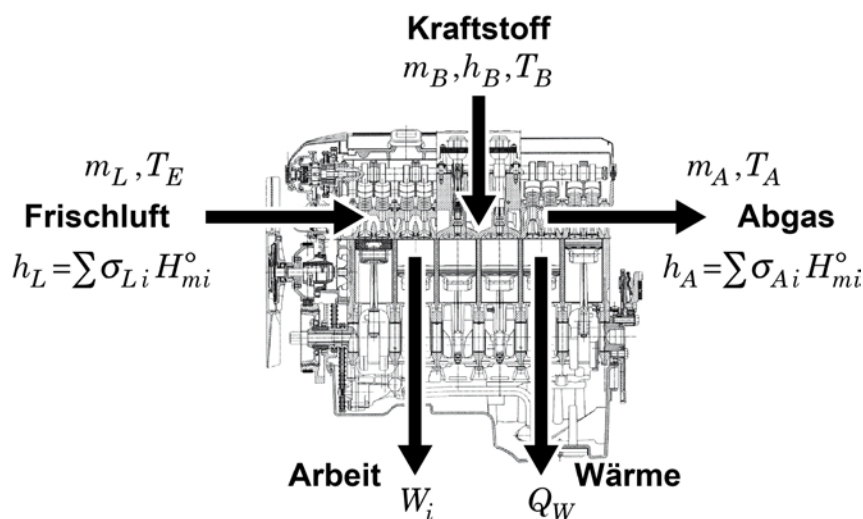


Bild 2.1: Zur integralen Energiebilanz bei Verbrennungsmotoren

Bezeichnungen ⁴:

$m_{B,L,A}$	Kraftstoff-, Luft- bzw. Abgasmasse pro Arbeitsspiel
$h_{B,L,A}$	Spezifische Enthalpie von Kraftstoff, Luft bzw. Abgas
$T_{E,B,A}$	Frischlufte-, Kraftstoff- bzw. mittlere Abgastemperatur
W_i	Innere Arbeit pro Arbeitsspiel
Q_W	Wandwärme pro Arbeitsspiel
σ_{Li}, σ_{Ai}	Spezifische Stoffmenge der Spezies i in der Frischluft bzw. im Abgas
H_{mi}°	Molare Standardenthalpie der Spezies i (temperaturabhängig)

Dem obenstehenden Bild entsprechend gilt die Energiebilanz in der Form

⁴ Die hier verwendeten Größen *pro Arbeitsspiel* sind den entsprechenden zeitlich mittleren Werten der inneren Leistung, des Wandwärmestroms und der zu- bzw. abfließenden Massenströme eines Motors über denselben Faktor proportional.

$$W_i + Q_W = m_A h_A(T_A) - m_B h_B(T_B) - m_L h_L(T_E), \quad (2.-2)$$

die mit $T_B \approx T_E$ und unter Verwendung von Absolutbetragszeichen umgeschrieben werden kann in

$$\underbrace{m_B \left[\overbrace{\frac{m_A}{m_B} h_A - h_B - \frac{m_L}{m_B} h_L}^{\Delta h_R} \right]}_{\text{Durch Verbrennung freigesetzte chemische Energie}} (T_E) = \underbrace{|W_i|}_{\text{Innere Arbeit}} + \underbrace{|Q_W|}_{\text{Wandw\u00e4rme}} + \underbrace{\left| m_A \Delta h_A \right|_{T_E}^{T_A}}_{\text{Thermische Abgasenergie}}. \quad (2.-3)$$

Der mit Δh_R bezeichnete Formelausdruck auf der linken Seite ist die aus der technischen Thermodynamik bekannte spezifische Reaktionsenthalpie, die definiert ist als die Differenz der Enthalpien der Reaktionsprodukte und der Reaktionsteilnehmer⁵ nach Gleichung (2.-1) bei derselben Temperatur T_E . Diese Gr\u00f6\u00dfe kennzeichnet die w\u00e4hrend eines Arbeitsspiels durch Verbrennung freigesetzte chemische Energie, die gem\u00e4\u00df Gleichung (2.-3) in mechanische Arbeit, Wandw\u00e4rme und thermische Abgasenergie ($T_A > T_E$) gewandelt wird.

F\u00fcr die „chemische Energiefreisetzung“ sind im Schrifttum auch andere Bezeichnungen wie „innere Wärmezufuhr“ oder „innere Wärmefreisetzung“ gebr\u00e4uchlich. In der angloamerikanischen Literatur findet man in der Regel die Bezeichnung „heat release“.

Bei vollst\u00e4ndiger Verbrennung w\u00e4re $|\Delta h_R|$ gleich dem spezifischen Heizwert⁶ H_u des Kraftstoffes. Die motorische Verbrennung ist allerdings je nach dem gew\u00e4hlten Luftverh\u00e4ltnis und den n\u00e4heren Prozessrandbedingungen immer leicht bis mitunter sogar deutlich unvollst\u00e4ndig (unverbrannte Kohlenwasserstoffe, CO und H_2 im Abgas), was eine mehr oder weniger gro\u00dfe Verringerung der spezifischen Reaktionsenthalpie zur Folge hat. Dies l\u00e4sst sich \u00fcber die Definition eines Ausbrenngrades η_B gem\u00e4\u00df

$$|\Delta h_R| = \eta_B H_u \quad \text{mit} \quad \eta_B < 1,0 \quad (2.-4)$$

kennzeichnen.

Ungeachtet des jeweils gegebenen Luftverh\u00e4ltnisses wird bei technischen Verbrennungsprozessen sehr h\u00e4ufig der spezifische Heizwert H_u als die mit dem Kraftstoff zugef\u00fchrte massebezogene chemische Energie aufgefasst. Dann kann die Energiebilanz nach Gleichung (2.-3) folgenderma\u00dfen umgeschrieben und unter Einf\u00fchrung einer chemischen Abgasenergie etwas anders interpretiert werden:

$$\underbrace{m_B H_u}_{\text{Chemische Energie des Kraftstoffes}} = \underbrace{|W_i|}_{\text{Innere Arbeit}} + \underbrace{|Q_W|}_{\text{Wandw\u00e4rme}} + \underbrace{m_A \left| \Delta h_A \right|_{T_E}^{T_A}}_{\text{Thermische Abgasenergie}} + \underbrace{(1 - \eta_B) m_B H_u}_{\text{Chemische Energie im Abgas}} \quad (2.-5)$$

⁵ F\u00fcr Verbrennungsreaktionen ist die Reaktionsenthalpie stets negativ.

⁶ Bei motorischer Verbrennung liegt das Wasser im Abgas gasf\u00f6rmig vor.

Die Aufteilung auf die vier Summanden auf der rechten Gleichungsseite hängt von dem betreffenden motorischen Arbeitsverfahren (insbesondere Otto oder Diesel) und den jeweiligen Betriebsrandbedingungen ab. In **Bild 2.2** sind einige Beispiele in Form von Kreisdiagrammen dargestellt ($w_i = |W_i| / V_h$ ist die spezifische innere Arbeit als Maß für die Motorlast, V_h das Zylinderhubvolumen, n die Motordrehzahl und λ_V das Luftverhältnis).

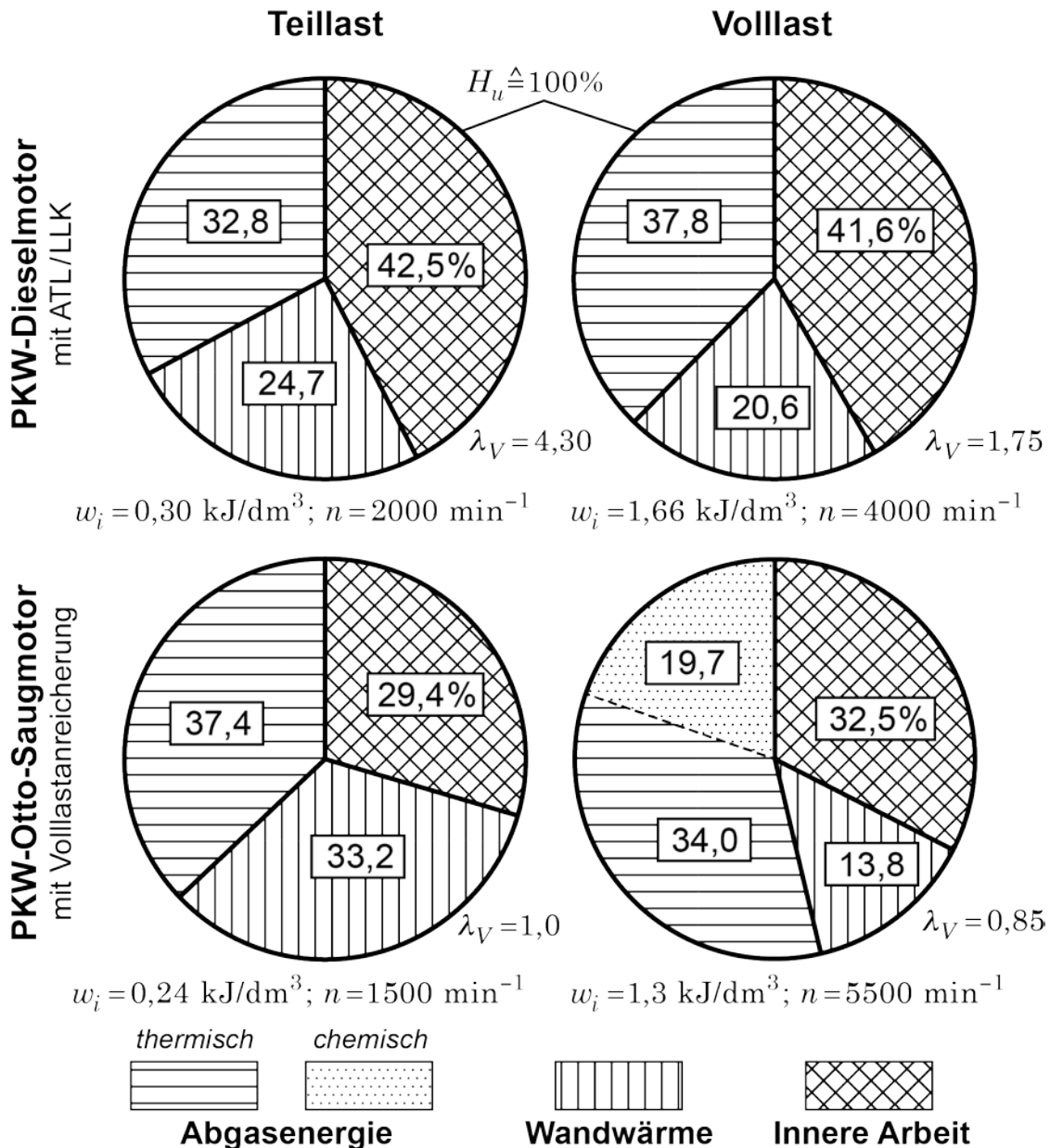


Bild 2.2: Integrale Energiebilanz bei PKW-Motoren

Zur experimentellen Aufnahme der integralen Energiebilanz nach Gleichung (2.-5) sind an einem gegebenen Motor folgende Messwerte aufzunehmen:

- o Innere Arbeit pro Arbeitsspiel
- o Ansaug- und Abgastemperatur
- o Kraftstoffmenge pro Arbeitsspiel und die
- o Abgasanteile der Spezies $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{N}_2, \text{O}_2, \text{CO}, \text{H}_2, \text{C}_x\text{H}_y\text{O}_z$.

Die Messung der Luftmenge wird nicht benötigt, da sich das Luftverhältnis aus der Abgasanalyse ermitteln lässt. Die Wandwärme ergibt sich dann als letztes Glied aus der Summe in Gleichung (2.-5).

2.2 Differentielle Energiebilanz

Neben der integralen Energiewandlung ist oftmals auch der *zeitliche Ablauf* der Wandlung während der Brennphase des motorischen Prozesses von Interesse, da dieser in einem engen Zusammenhang mit der Entwicklung des Zylinderdruckverlaufes über dem Kurbelwinkel steht. Über eine differentielle Energiebilanz ist es möglich, aus einem gemessenen Zylinderdruckverlauf (vergl. **Bild 2.3**) auf den zugrunde liegenden zeitlichen Verlauf der Energiewandlung durch Verbrennung zurückzuschließen. So lassen sich weitere Einsichten in den Verbrennungsablauf gewinnen, die aus dem Druckverlauf selbst nicht unmittelbar ablesbar sind.

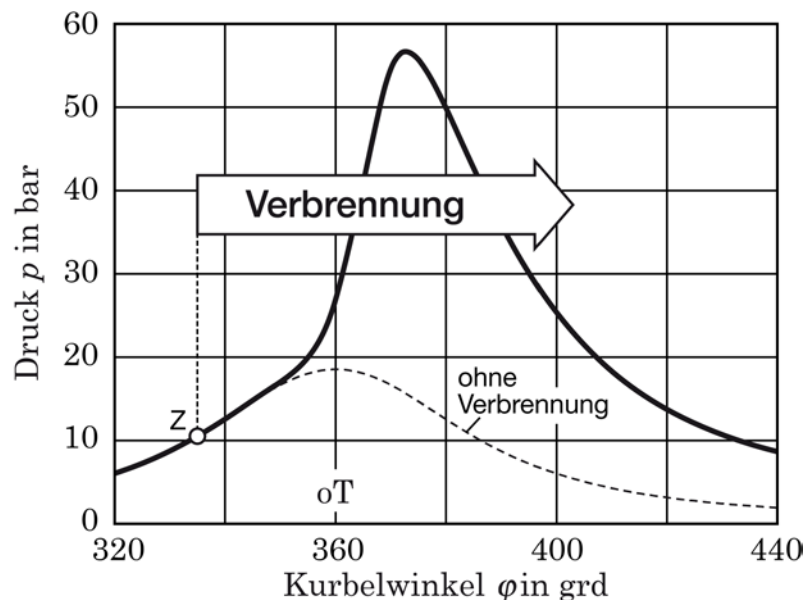


Bild 2.3: Zylinderdruckverlauf im Ottomotor (Vollast, mittlere Drehzahl)

Während der Brennphase stellt der Arbeitsraum eines Motors im Allgemeinen ein offenes thermodynamisches System dar. Mit Blick auf **Bild 2.4** gilt dann für den Arbeitsraum über dem bewegten Kolben eines Motors die Energiebilanz

$$\frac{dU}{d\varphi} = -p \frac{dV}{d\varphi} + \frac{\dot{Q}}{\omega} + h_B \frac{\dot{m}_B}{\omega} \quad (2.-6)$$

Hierin bezeichnen:

- U Innere Energie des Arbeitsrauminhaltes
- p örtlich mittlerer Druck im Arbeitsraum
- V Arbeitsraumvolumen
- $\dot{Q}$ Wandwärmestrom
- $\dot{m}_B$ Massenstrom des evtl. in den Arbeitsraum eintretenden Kraftstoffes
- h_B Spezifische Enthalpie des Kraftstoffes

- φ Kurbelwinkel
 ω Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle

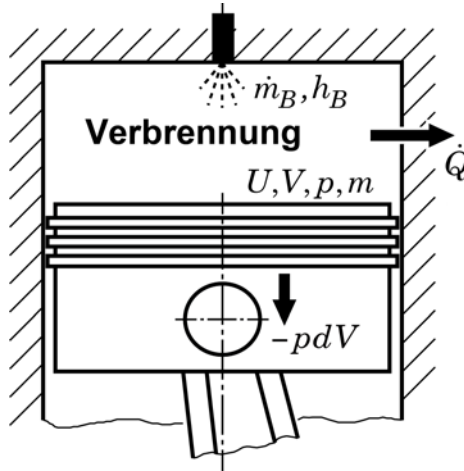


Bild 2.4: Zur Energiefreisetzung während der Brennphase

Mit der Masse m und einem örtlich mittleren Wert der spezifischen inneren Energie u des Arbeitsrauminhaltes wird

$$\frac{dU}{d\varphi} = m \frac{du}{d\varphi} + u \frac{dm}{d\varphi}. \quad (2.-7)$$

Die Massenbilanz für den Arbeitsraum lautet

$$\frac{dm}{d\varphi} = \frac{\dot{m}_B}{\omega}. \quad (2.-8)$$

Einsetzen der beiden vorstehenden Gleichungen in die Gleichung (2.-6) führt auf

$$m \frac{du}{d\varphi} = -p \frac{dV}{d\varphi} + \frac{\dot{Q}}{\omega} + (h_B - u) \frac{\dot{m}_B}{\omega}. \quad (2.-9)$$

Wenn man das chemisch reagierende Arbeitsgas sehr vereinfachend wie eine homogene Mischung idealer Gase behandelt, gilt die kalorische Zustandsgleichung in der Form

$$\frac{du}{d\varphi} = \sum_{i=1}^k \sigma_i C_{mvi}^{\circ}(T) \frac{dT}{d\varphi} + \sum_{i=1}^k U_{mi}^{\circ}(T) \frac{d\sigma_i}{d\varphi}. \quad (2.-10)$$

Die spezifischen Stoffmengen σ_i beschreiben die über dem Kurbelwinkel veränderliche Zusammensetzung des reagierenden Gases. C_{mvi}° und U_{mi}° sind die molare Standardwärmekapazität (bei konstantem Volumen) bzw. die molare innere Standardenergie der Spezies i in der Mischung. Mit Gleichung (2.-10) kann Gleichung (2.-9) in

$$m \sum_{i=1}^k \sigma_i C_{mvi}^{\circ}(T) \frac{dT}{d\varphi} = -p \frac{dV}{d\varphi} + \frac{\dot{Q}}{\omega} + (h_B - u) \frac{\dot{m}_B}{\omega} - m \sum_{i=1}^k U_{mi}^{\circ}(T) \frac{d\sigma_i}{d\varphi} \quad (2.-11)$$

umgeschrieben werden. Die letzten beiden Summanden enthalten Energiedifferenzen zwischen Reaktionsprodukten und Reaktionsteilnehmern. Deshalb können sie, analog zur Reaktionsenthalpie in Gleichung (2.-3), als momentan freigesetzte chemische Energie

$$\frac{dU_R}{d\varphi} = (h_B - u) \frac{\dot{m}_B}{\omega} - m \sum_{i=1}^k U_{mi}^{\circ}(T) \frac{d\sigma_i}{d\varphi} \quad (2.-12)$$

aufgefasst werden. Mit dieser definierenden Beziehung erhält man durch Umstellung von Gleichung (2.-11)

$$\frac{dU_R}{d\varphi} = p \frac{dV}{d\varphi} - \frac{\dot{Q}}{\omega} + m \sum_{i=1}^k \sigma_i C_{mvi}^{\circ}(T) \frac{dT}{d\varphi}. \quad (2.-13)$$

Der Struktur nach entspricht diese Gleichung der Gleichung (2.-3), d. h. sie beschreibt wie die Letztere die Umwandlung von chemischer Energie in Arbeit, Wandwärme und thermische Abgasenergie, jetzt aber in differentieller Formulierung. Durch Integration über die Brennphase *B* des motorischen Arbeitsprozesses wird

$$\Delta U_{RB} = \int_B p dV - \frac{1}{\omega} \int_B \dot{Q} d\varphi + \int_B m \sum_{i=1}^k \sigma_i C_{mvi}^{\circ}(T) dT \quad ^7. \quad (2.-14)$$

Mit Hilfe der Gleichung (2.-13) kann man relativ leicht aus einem *gemessenen* Zylinderdruckverlauf auf den Verlauf der chemischen Energiefreisetzung über dem Kurbelwinkel zurückschließen. Dabei ist die nachstehend entwickelte Näherungsrechnung für die praktische Anwendung meistens ausreichend.

Aus der thermischen Zustandsgleichung für Mischungen idealer Gase

$$pV = m \sum_{i=1}^k \sigma_i R_m T \quad (2.-15)$$

erhält man unter der vertretbaren Annahme $m \sum \sigma_i \approx konst$ durch Differentiation nach dem Kurbelwinkel

$$\frac{dT}{d\varphi} = \frac{1}{m \sum \sigma_i R_m} \left(V \frac{dp}{d\varphi} + p \frac{dV}{d\varphi} \right). \quad (2.-16)$$

Einsetzen in die Gleichung (2.-13) liefert unter Division mit dem Zylinderhubvolumen

$$\frac{1}{V_h} \frac{dU_R}{d\varphi} = \frac{\sum \sigma_i C_{mvi}^{\circ}}{\sum \sigma_i R_m} \left(\frac{V}{V_h} \frac{dp}{d\varphi} + p \frac{d}{d\varphi} \frac{V}{V_h} \right) + p \frac{d}{d\varphi} \frac{V}{V_h} - \frac{\dot{Q}}{V_h \omega}. \quad (2.-17)$$

⁷ Das Integral über die freigesetzte chemische Energie nach der definierenden Gleichung (2.-12) stimmt formelmäßig nicht mit dem definierenden Ausdruck für die chemische Energie in Gleichung (2.-3) überein. Im Unterschied zu anderen Energieformen existiert jedoch keine allgemeine Definition der „chemischen Energie“. Die hier in Erscheinung tretenden Unterschiede sind für praktische Anwendungen zahlenmäßig unbedeutend.

Zur Anwendung dieser Gleichung auf einen gemessenen Zylinderdruckverlauf werden nur benötigt:

- die Geometrieparameter des Kurbeltriebes eines Motors,
- ein geeigneter Mittelwert für $c_v/R = \sum \sigma_i C_{mvi}^\circ / \sum \sigma_i R_m$ und
- ein überschlägiger Ansatz für den Wandwärmeverlust.

Hinsichtlich des gemessenen Druckverlaufes muss allerdings vorausgesetzt werden, dass die Druckverteilung innerhalb des Arbeitsraumes zu jedem Zeitpunkt hinreichend homogen ist und dass Stoßerregungen des Drucksensors durch den Triebwerksgang gering sind bzw. weitgehend ausgefiltert werden können. Die erstgenannte Voraussetzung ist bei Verbrennungsabläufen mit teilweise sehr schnellen Energiefreisetzungen oftmals nicht mehr gegeben.

Für Vergleichszwecke bieten sich folgende Definitionen an: Der dimensionslose energetische Brennverlauf

$$\frac{dy_B}{d\varphi} = \frac{1}{\Delta U_{RB}} \frac{dU_R}{d\varphi} \quad (2.-18)$$

und die ebenfalls dimensionslose energetische Brennfunktion

$$y_B = \frac{1}{\Delta U_{RB}} \int_0^{\Delta\varphi} \frac{dU_R}{d\varphi} d\varphi \quad \text{mit } 0 \leq y_B \leq 1,0 \quad (2.-19)$$

$\Delta\varphi$ ist der Kurbelwinkel gerechnet vom Beginn der Verbrennung und der Integralausdruck ist gleich der bis zu diesem Kurbelwinkel freigesetzten chemischen Energie. ΔU_{RB} bezeichnet die insgesamt während der Brennphase des Arbeitsprozesses freigesetzte chemische Energie (vergl. Gleichung (2.-14)).

Wenn man in Gleichung (2.-12) den ersten Summanden auf der rechten Seite unberücksichtigt lässt und die Temperaturabhängigkeit der inneren Energie vernachlässigt, wird

$$\frac{dU_R}{d\varphi} \approx -m \sum_{i=1}^k U_{mi}^\circ(T_{ref}) \frac{d\sigma_i}{d\varphi} = \Delta U_{mR}^\circ(T_{ref}) \frac{1}{M_B} \frac{dm_{B\varphi}}{d\varphi} \quad (2.-20)$$

Hierin sind $\Delta U_{mR}^\circ(T_{ref})$ die integrale molare Reaktionsenergie des Kraftstoffes bei einer Referenztemperatur (z.B. $T_{ref} = 300 \text{ K}$), M_B die mittlere Molmasse des Kraftstoffes und $dm_{B\varphi}/d\varphi$ die Änderung der Kraftstoffmenge durch Verbrennung über dem Kurbelwinkel. Mit der vorstehenden Näherung lassen sich die Gleichungen (2.-18) und (2.-19) umschreiben in

$$\frac{dy_B}{d\varphi} \approx \frac{1}{m_B} \frac{dm_{B\varphi}}{d\varphi} = \frac{dx_B}{d\varphi} \quad (2.-21)$$

und

$$y_B \approx \frac{1}{m_B} \int_0^{\Delta\varphi} \frac{dm_{B\varphi}}{d\varphi} d\varphi = x_B \quad (2.-22)$$

Das Symbol x_B bezeichnet eine *alternative* massebezogene Brennfunktionsdefinition, die anstelle der freigesetzten chemischen Energie auf die Masse des verbrannten Kraftstoffes abstellt. Unter Ausschluss von Luftverhältniswerten in der Nähe von Eins ist die Näherung nach Gleichung (2.-20) in der Regel recht gut erfüllt, so dass dann die Verläufe über dem Kurbelwinkel nach beiden Brennfunktionsdefinitionen praktisch deckungsgleich sind. Ohne Gültigkeit der Näherung nach Gleichung (2.-20) ist für x_B eine aufwändigere Berechnung erforderlich. Wegen der Verbrennungsgasdissoziation, die bei einem Luftverhältnis in der Nähe von Eins merklich in Erscheinung tritt, strebt die massebezogene Brennfunktion x_B über dem Kurbelwinkel etwas schneller gegen den Endwert Eins als die energetische Brennfunktion y_B .

In **Bild 2.5** sind beispielhaft die für einen Otto-Saugmotor mit Hilfe der Gleichung (2.-17) aus einem gemessenen Zylinderdruckverlauf berechneten Verläufe y_B und $dy_B/d\varphi$ über dem Kurbelwinkel dargestellt. Die Graphen weisen die für eine reine Flammverbrennung typischen Merkmale auf, d. h. einen langsam einsetzenden Energieumsatz und – nach einer Phase mit schnellem Energieumsatz – eine wiederum langsam ausklingende Energiefreisetzung. Hieraus resultieren die moderaten Zylinderdruckanstiege und die bekannte Laufruhe der Ottomotoren.

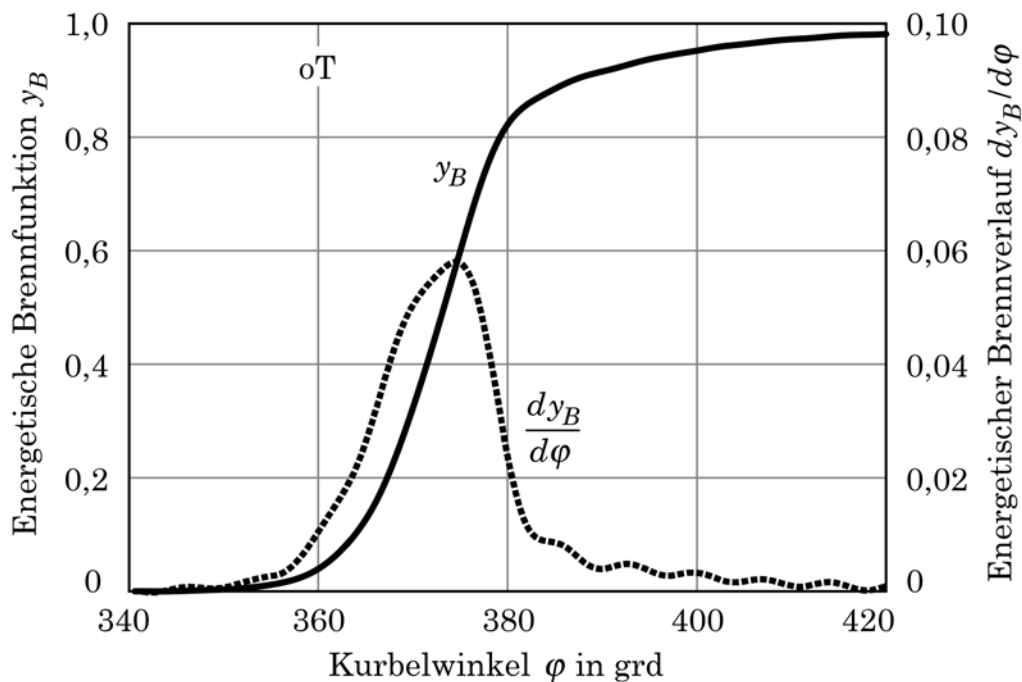


Bild 2.5: Energiefreisetzung bei regulärer Verbrennung im Ottomotor (Vollast und mittlere Drehzahl)

Bild 2.6 zeigt ebenfalls den Verlauf der Energiefreisetzung bei einer Verbrennung im Ottomotor. In diesem Fall ist allerdings aus dem relativ spitzen Maximum im Brennverlauf zu ersehen, dass die intendierte Flammverbrennung durch einen (unerwünschten) schnellen Selbstzündungsvorgang überlagert wird. Solche Selbstzündungsvorgänge führen häufig zu merklichen bis so heftigen Störungen der Druckverteilung im Arbeitsraum, dass zu einem bestimmten Kurbelwinkel kein repräsentativer örtlicher Mittelwert mehr angegeben werden kann.

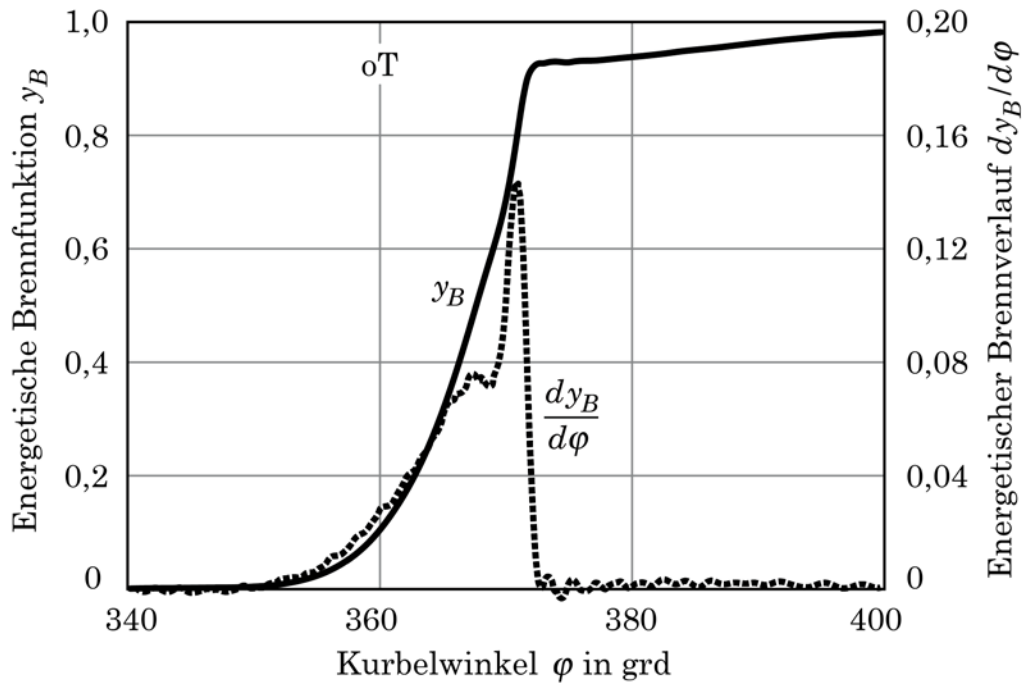


Bild 2.6: Energiefreisetzung bei einer mit Selbstzündungsvorgängen überlagerten Verbrennung im Ottomotor (Vollast und niedrige Drehzahl)

Dann ist keine zufriedenstellende Berechnung der Brennfunktion und insbesondere des Brennverlaufes mehr möglich. In dieser Hinsicht stellt das Auswertungsergebnis in **Bild 2.6** einen Grenzfall dar. Auswertungsversuche für Druckverläufe aus Verbrennungsvorgängen mit noch schnelleren Selbstzündungsvorgängen führen zu mehr oder weniger verrauschten Verläufen $dy_B/d\phi$.

Zur Berechnung der Graphen in **Bild 2.5** und **Bild 2.6** wurde als Funktionsansatz für die Wandwärme verwendet

$$\frac{\dot{Q}}{V_h \omega} = -c_q \left[\left(\frac{V_{uT}}{V} \right)^{0,135} - 1 \right] \left(\frac{p}{p_{uT}} \right)^{1,25} \quad \text{mit } c_q = 0,01 \frac{\text{kJ}}{\text{dm}^3} . \quad (2.-23)$$

Diese Beziehung liefert eine grobe Approximation der komplizierten Berechnungsausdrücke aus der Theorie der instationären Wärmeübertragung in Verbrennungsmotoren⁸. Der Index uT kennzeichnet Größen im unteren Totpunkt des Kolbens. Für c_v/R gelten Werte von ca. 3,75 bei Otto- und von ca. 3,25 bei Dieselmotoren.

Für die vorstehenden Ausführungen zur rechnerischen Ermittlung der Energiefreisetzung über dem Kurbelwinkel wurde der Inhalt des Arbeitsraumes vereinfachend als homogen angesehen. Mit einer **Zweizonenvorstellung** (Frischgas I und Verbrennungsgas II) wird komplizierter

$$U = m_I u_I + m_{II} u_{II} \quad (2.-24)$$

⁸ Kleinschmidt W.

Instationäre Wärmeübertragung in Verbrennungsmotoren. Theorie, Berechnung und Vergleich mit Versuchsergebnissen. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 12 Nr. 383. Düsseldorf: VDI Verlag 1999

und damit

$$dU = m_I du_I + u_I dm_I + m_{II} du_{II} + u_{II} dm_{II} . \quad (2.-25)$$

Mit der Massenbilanz für den Arbeitsraum

$$dm = dm_I + dm_{II} = dm_B \quad (2.-26)$$

kann Gleichung (2.-25) in

$$dU = m_I du_I + m_{II} du_{II} + u_I dm_B + (u_{II} - u_I) dm_{II} \quad (2.-27)$$

umgeschrieben werden.

Einsetzen in Gleichung (2.-6) liefert unter der Annahme, dass eine eventuelle Kraftstoffzufuhr in den Bereich I erfolgt

$$m_I \frac{du_I}{d\phi} + m_{II} \frac{du_{II}}{d\phi} = -p \frac{dV}{d\phi} + \frac{\dot{Q}}{\omega} + (h_B - u_I) \frac{dm_B}{d\phi} - (u_{II} - u_I) \frac{dm_{II}}{d\phi} . \quad (2.-28)$$

Für Mischungen idealer Gase gilt analog zu Gleichung (2.-10) die kalorische Zustandsgleichung in differenzierter Form

$$\frac{du_{I,II}}{d\phi} = \sum_{i=1}^k \sigma_{i,I,II} C_{mvi}^\circ \frac{dT_{I,II}}{d\phi} + \sum_{i=1}^k U_{mi}^\circ \frac{d\sigma_{i,I,II}}{d\phi} . \quad (2.-29)$$

Hiermit und mit

$$u_{II} - u_I = u_{II}(T_I) + \sum_{i=1}^k \sigma_{i,II} \int_{T_I}^{T_{II}} C_{mvi}^\circ dT - u_I \quad (2.-30)$$

geht Gleichung (2.-28) über in

$$\begin{aligned} m_I \sum_{i=1}^k \sigma_{i,I} C_{mvi}^\circ \frac{dT_I}{d\phi} + m_{II} \sum_{i=1}^k \sigma_{i,II} C_{mvi}^\circ \frac{dT_{II}}{d\phi} &= -p \frac{dV}{d\phi} + \frac{\dot{Q}}{\omega} \\ &- \sum_{i=1}^k \sigma_{i,II} \int_{T_I}^{T_{II}} C_{mvi}^\circ dT \frac{dm_{II}}{d\phi} + (h_B - u_I) \frac{dm_B}{d\phi} - (u_{II}(T_I) - u_I) \frac{dm_{II}}{d\phi} . \quad (2.-31) \\ &- m_I \sum_{i=1}^k U_{mi}^\circ \frac{d\sigma_{i,I}}{d\phi} - m_{II} \sum_{i=1}^k U_{mi}^\circ \frac{d\sigma_{i,II}}{d\phi} \end{aligned}$$

Analog zu Gleichung (2.-11) bemerkt man hier, dass es nun die *vier* letzten Summanden auf der rechten Seite der vorstehenden Gleichung sind, die Energiedifferenzen von Reaktionsteilnehmern und -produkten enthalten, womit der Ausdruck

$$\begin{aligned} \frac{dU_R}{d\phi} &= (h_B - u_I) \frac{dm_B}{d\phi} - (u_{II}(T_I) - u_I) \frac{dm_{II}}{d\phi} \\ &- m_I \sum_{i=1}^k U_{mi}^\circ \frac{d\sigma_{i,I}}{d\phi} - m_{II} \sum_{i=1}^k U_{mi}^\circ \frac{d\sigma_{i,II}}{d\phi} \end{aligned} \quad (2.-32)$$

als Definition⁹ der durch chemische Reaktion freigesetzten Energie aufgefasst werden kann. Hiernach lässt sich Gleichung (2.-31) in die zu Gleichung (2.-17) analoge Form

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_h} \frac{dU_R}{d\varphi} = & \frac{m_I}{V_h} \sum_{i=1}^k \sigma_{i,I} C_{mvi}^{\circ} \frac{dT_I}{d\varphi} + \frac{m_{II}}{V_h} \sum_{i=1}^k \sigma_{i,II} C_{mvi}^{\circ} \frac{dT_{II}}{d\varphi} \\ & + \sum_{i=1}^k \sigma_{i,II} \int_{T_I}^{T_{II}} C_{mvi}^{\circ} dT \frac{d}{d\varphi} \frac{m_{II}}{V_h} + p \frac{d}{d\varphi} \frac{V}{V_h} - \frac{\dot{Q}}{V_h \omega} \end{aligned} \quad (2.-33)$$

umschreiben. Entsprechend der aufwändigeren Modellbildung für den Arbeitsrauminhalt setzt sich die Änderung der thermischen Energie nun aus drei Summanden zusammen.

Wenn die vorstehende Gleichung zur Berechnung der chemischen Energiefreisetzung aus gemessenen Zylinderdruckverläufen verwendet werden soll, muss man sie in ein geeignetes Zweizonen-Berechnungsmodell für Otto- bzw. Dieselmotoren einbetten.

⁹ Hinsichtlich der durch Gleichung (2.-32) definierten „chemischen Energie“ ist auf die Fußnote auf Seite 25 zu verweisen.

3 ARBEIT UND WIRKUNGSGRAD DES OFFENEN VERGLEICHSPROZESSES

Der thermodynamisch-reaktionskinetische Arbeitsprozess in Verbrennungsmotoren ist sehr verwickelt und im Detail nur wissenschaftlich ausgerichteten Fachingenieuren zugänglich. Für theoretisch-rechnerische Grundsatzüberlegungen zur Energiewandlung und Arbeitsleistung kann dieser Prozess aber durch vereinfachte Modellprozesse - man spricht auch von Vergleichsprozessen - mit schematisierter Verbrennung und schematisiertem Ladungswechsel approximiert werden, zu deren Verständnis nur Grundkenntnisse in *Verbrennungsmotoren* und *technischer Thermodynamik* erforderlich sind. Im Folgenden werden zunächst eine sehr einfache und anschließend eine aufwändigere Näherung für den bekannten überwiegend verwendeten Viertaktzyklus behandelt.

3.1 Einfacher Viertaktzyklus

Die theoretisch-rechnerische Prozessanalyse gestaltet sich besonders einfach, wenn man einen Zyklus gemäß **Bild 3.1** mit rein isochorer vollständiger Verbrennung annimmt. Den Kraftstoff denkt man sich dabei schon vor dem Motor der Ansaugluft zugemischt. Der Ladungswechsel (d. h. der Austausch von Verbrennungsgas gegen Frischgas) wird ohne irgendwelche Steuerungseingriffe über einen vollen Ansaug- und einen ebenfalls vollen Ausschiebehub zwischen den Kolbentotpunkten bei gleichem konstantem Druck vor und nach Motor (ohne Drosseleinflüsse) bewerkstelligt.

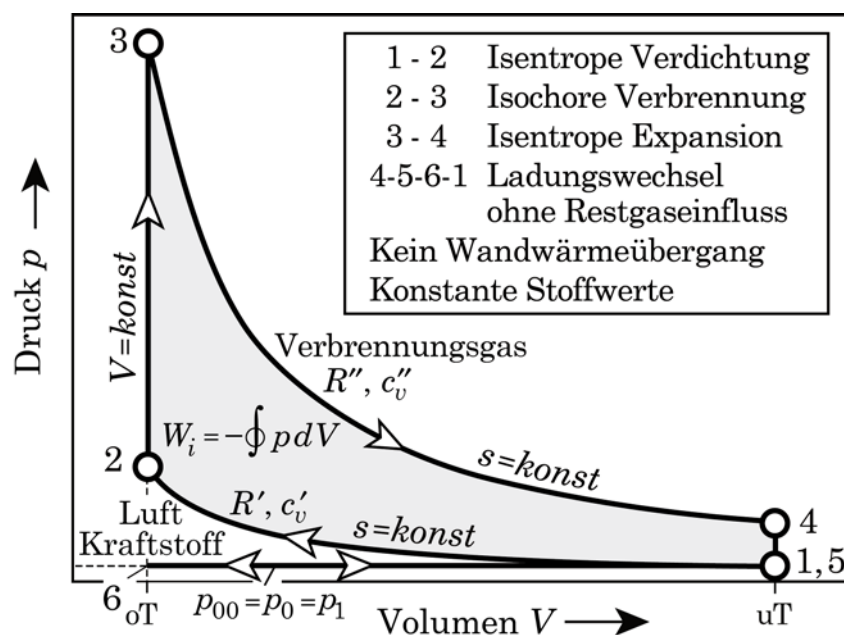


Bild 3.1: Einfacher Viertaktzyklus im pV -Diagramm

Das Frischgas und das im Prozessverlauf gebildete Verbrennungsgas werden als Mischungen idealer Gase mit konstanten, aber unterschiedlichen Werten der spezifischen Wärmekapazitäten c'_v bzw. c''_v und der speziellen Gaskonstanten R' bzw. R'' vorausgesetzt.

Mit den Arbeiten der isentropen Verdichtung 1-2

$$W_{12} = -m c'_v T_1 \left[1 - \varepsilon^{(R/c'_v)'} \right] = -p_1 V_1 \left(\frac{c_v}{R} \right)' \left[1 - \varepsilon^{(R/c'_v)'} \right] \quad (3.-1)$$

und der ebenfalls isentropen Expansion 3-4

$$W_{34} = -m c''_v T_3 \left[1 - \varepsilon^{-(R/c_v)''} \right] = -p_3 V_3 \left(\frac{c_v}{R} \right)'' \left[1 - \varepsilon^{-(R/c_v)''} \right] , \quad (3.-2)$$

dem geometrischen Verdichtungsverhältnis

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_{uT}}{V_{oT}} , \quad (3.-3)$$

der Verbrennungsendtemperatur T_3 , ermittelt aus einer vereinfachten Energiebilanz über die isochore vollständige Verbrennung 2-3,

$$T_3 - T_2 = \frac{m_B H_u}{m c''_v} = \frac{H_G}{c''_v} \quad (H_G = \frac{m_B H_u}{m} \text{ ist der Gemischheizwert}) \quad (3.-4)$$

und der Isentropiebedingung für die Verdichtung

$$\frac{T_2}{T_1} = \varepsilon^{(R/c'_v)'} \quad (3.-5)$$

erhält man für die innere Arbeit $W_i = W_{12} + W_{34}$ bzw. den inneren Wirkungsgrad eines Arbeitszyklus

$$\eta_i = \frac{|W_i|}{m_B H_u} = \left\{ 1 + \frac{c'_v T_1}{H_G} \varepsilon^{(R/c'_v)'} \left[\frac{c''_v}{c'_v} - \frac{1 - \varepsilon^{-(R/c_v)''}}{1 - \varepsilon^{-(R/c'_v)'}} \right] \right\} \left[1 - \varepsilon^{-(R/c_v)''} \right] . \quad (3.-6)$$

Eine numerische Untersuchung des Formelausdruckes in der geschweiften Klammer zeigt, dass dieser sich nur in einem relativ engen Zahlenbereich von etwa 1,034 bis 1,045 bewegt und mithin nur wenig von Eins abweicht. Deshalb kann Gleichung (3.-6) auf die einfache Näherungsbeziehung

$$\eta_i \approx 1 - \varepsilon^{-(R/c_v)''} \quad (3.-7)$$

verkürzt werden, die **zwei wichtige Einflussgrößen** auf den inneren Wirkungsgrad ausweist: das Verdichtungsverhältnis ε und die das *Verbrennungsgas* betreffende Stoffwertkombination $(R/c_v)''$. Steigende Werte beider Größen verbessern den Wirkungsgrad (s. **Bild 3.2**). Gemäß der unverkürzten Gleichung (3.-6) wirkt sich fernerhin ein fallender dimensionsloser Gemischheizwert $H_G/c'_v T_1$ leicht positiv auf den Wirkungsgrad aus.

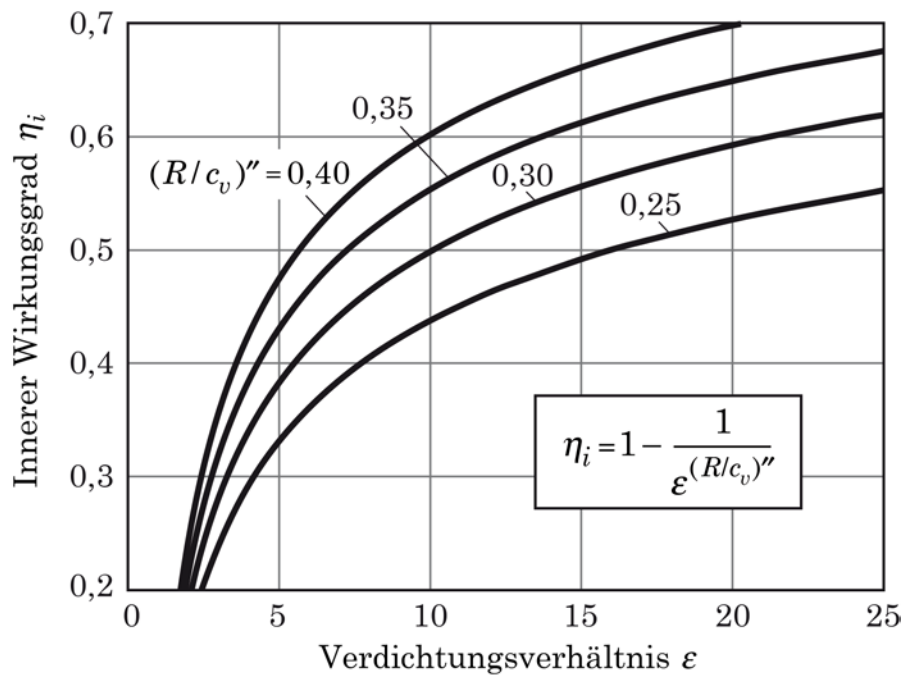


Bild 3.2: Angenäherter innerer Wirkungsgrad des einfachen Viertaktzyklus mit jeweils konstanten Stoffwerten für Frisch- und Verbrennungsgas

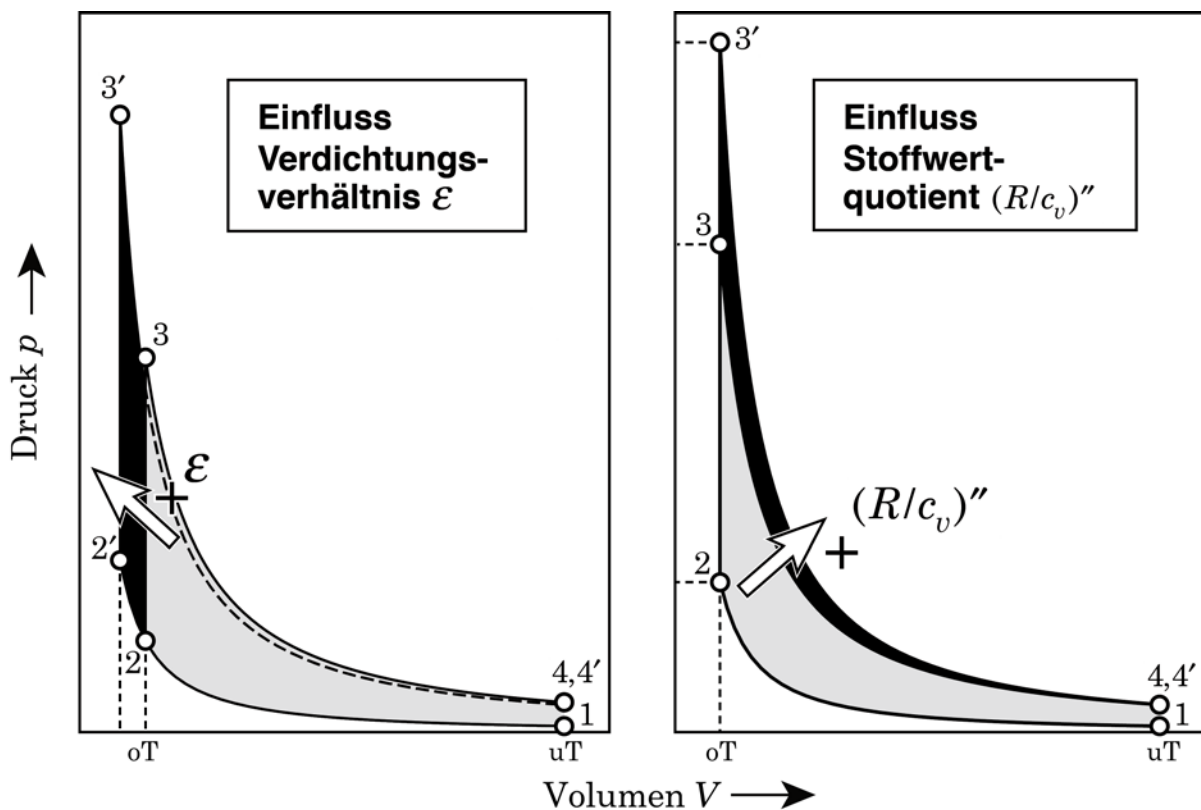


Bild 3.3: Veranschaulichung des Einflusses der Haupteinflussgrößen auf den Wirkungsgrad im pV -Diagramm (Randbedingung: $m_B = \text{konst}$)

Der Einfluss der beiden Haupteinflussgrößen lässt sich unter der Randbedingung $m_B = \text{konst}$ über die Arbeitsfläche im pV -Diagramm veranschaulichen (s. **Bild**

3.3): Ein zunehmendes Verdichtungsverhältnis vergrößert die Flächenanteile sowohl der Verdichtungs- als auch der Expansionsarbeit. Da der Gewinn an Expansionsarbeit größer ist als der Mehraufwand an Verdichtungsarbeit, ergibt sich ein Arbeitsgewinn, der im linken Diagramm in **Bild 3.3** der schwarzen Differenzfläche entspricht, vermindert um einen schmalen Flächenstreifen in der Expansion.

Ein zunehmender Wert der Stoffwertkombination $(R/c_v)''$, die das *thermisch-ka-lorische Zustandsverhalten* des Verbrennungsgases kennzeichnet, hat gemäß dem rechten Diagramm in **Bild 3.3** eine Anhebung des Endpunktes der isochoren Verbrennung und eine etwas steiler verlaufende Expansionslinie zur Folge. Das führt zu einem Arbeitsgewinn vorwiegend im oberen Teil der Expansion.

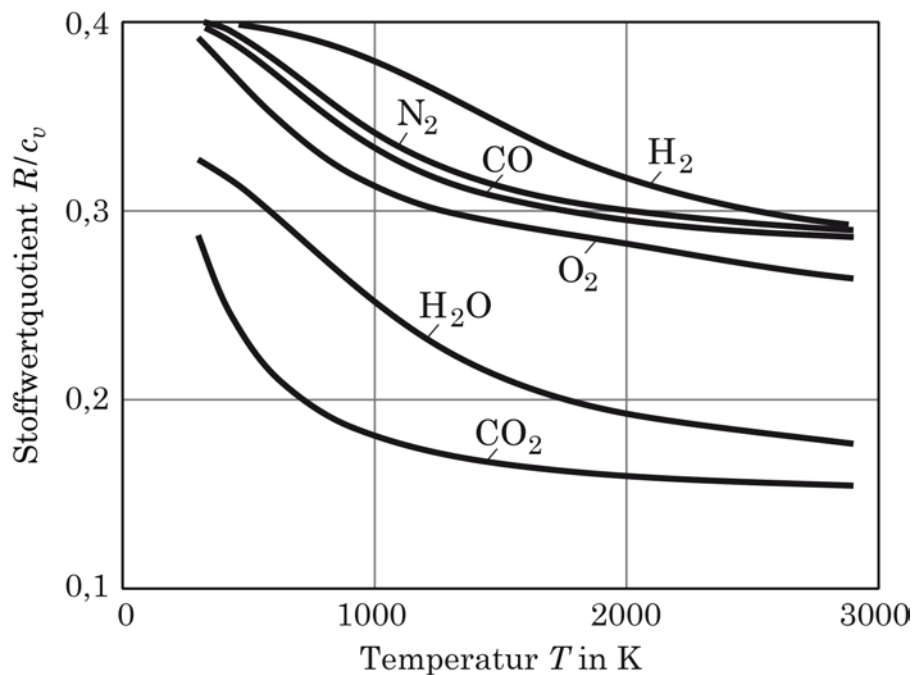


Bild 3.4: Zum Einfluss der Temperatur auf die wirkungsgradrelevante Stoffgröße R/c_v der hauptsächlichsten Verbrennungsgasspezies

Die Stoffwertkombination $(R/c_v)''$ hängt von der stofflichen Zusammensetzung des Verbrennungsgases und von der mittleren Temperatur während der Expansion ab. Deshalb kommt hier implizit der Einfluss des Luftverhältnisses λ_V ¹⁰ der Verbrennung ins Spiel: Große Werte λ_V (magere Verbrennung) ergeben geringe Anteile der gemäß **Bild 3.4** ungünstig wirkenden Spezies CO_2 und H_2O sowie niedrige Temperaturen innerhalb des expandierenden Verbrennungsgases. Das führt zu relativ großen Werten $(R/c_v)''$ und folglich zu günstigen Wirkungsgraden. Niedrige Werte λ_V (fette unvollständige Verbrennung) haben zwar über hohe Abgasanteile von CO und H_2 sowie ebenfalls niedrige Expansionstemperaturen auch große Werte $(R/c_v)''$ zur Folge; der Schluss auf günstige Wirkungsgrade ist

¹⁰ Wenn der Luftverhältniseinfluss nicht nur, wie hier, plausibel gemacht, sondern explizit ausgewiesen werden soll, muss man das Zustandsverhalten des Arbeitsgases eingehend berücksichtigen (siehe nächstes Kapitel).

aber jetzt nicht möglich, weil bei der Ableitung der Gleichung (3.-6) eine vollständige Verbrennung vorausgesetzt wurde.

Der positive Einfluss eines hohen Luftverhältnisses auf den Wirkungsgrad wird noch ein wenig dadurch verstärkt, dass der in der unverkürzten Wirkungsgradgleichung (3.-6) stehende Gemischheizwert $H_G = H_u / (1 + \lambda_V l_{\min})$ bei gegebenem Kraftstoff mit dem Luftverhältnis abfällt.

Wegen des vorausgesetzten einfachen Ladungswechsels gilt unter Vernachlässigung der Kraftstoffmenge m_B für die pro Zyklus angesaugte Luftmenge

$$m_L \approx \rho_0 V_h = \frac{p_0}{R_0 T_0} (V_{uT} - V_{oT}) \quad (m_B \ll m_L) . \quad (3.-8)$$

Zur Lastregelung (Steuerung der Arbeitsabgabe) des Prozesses hat man (vergl. Gleichung (3.-6)) die pro Zyklus zugeführte Kraftstoffmenge m_B entsprechend zu variieren. Wenn man dabei von gegebenen Werten der Dichte ρ_0 vor Motor und des Zylinderhubvolumens V_h ausgeht, ist nach Gleichung (3.-8) auch die Luftmenge m_L pro Zyklus praktisch festgelegt, so dass mit der Variation der Kraftstoffmenge m_B eine Änderung des Luftverhältnisses $\lambda_V \updownarrow = m_L / (m_B \updownarrow l_{\min})$ über einen im Allgemeinen sehr großen Bereich verbunden ist. Diese Art der Regelung, für die sich die Bezeichnung "Qualitätsregelung" eingebürgert hat, erfordert aus verbrennungstechnischer Sicht ein Brennverfahren, das *unabhängig vom Luftverhältnis* eine stabile Verbrennungsführung ermöglicht. Dieser Forderung vermag bisher nur die Strahlverbrennung des konventionellen Dieselmotors praktisch uneingeschränkt zu entsprechen.

Andere Brennverfahren wie vor allem die Flammverbrennung des konventionellen Ottomotors, die nur innerhalb eines gewissen Luftverhältnissbereiches zufriedenstellend arbeiten, erfordern bei der Lastregelung *parallel* zur Variation der Kraftstoffmenge eine abgestimmte Variation der Luftmenge pro Zyklus. Man spricht dann üblicherweise von "Quantitätsregelung". Heute wird meistens zusätzlich eine gezielte Variation der Abgasmenge pro Zyklus gefordert. Zur Bewerkstelligung dieser Variationen sind Steuerungseingriffe in den Ladungswechsel erforderlich, die sich nur über eine erweiterte Modellvorstellung des Viertaktzyklus theoretisch erörtern lassen.

3.2 Erweiterter Viertaktzyklus

Für die Ausführungen dieses Kapitels wird der vorstehend behandelte einfache Viertaktzyklus folgendermaßen erweitert:

- 1) Berücksichtigung des thermodynamischen Zustandsverhaltens von Kraftstoff, Luft und Verbrennungsgas (Mischungen idealer Gase)
- 2) Lastregelung in Verbindung mit Luft- und Abgasmengensteuerung
- 3) Isochor-isobare Verbrennung

Hiernach resultiert der in **Bild 3.5** im pV -Diagramm dargestellte *erweiterte* Viertaktzyklus, bei dem zur Beschreibung der Ladungswechselsteuerung vier zusätzliche Variablen eingeführt wurden:

- Die **Ladungswechsel (LW)-Druckdifferenz**

$$\Delta p_{LW} = p_0 - p_{00} \quad (3.-9)$$

zwischen der Ansaug- und der Ausschiebelinie,

- der **Ausschiebegrad**

$$\alpha = (V_5 - V_6) / V_h \leq 1,0 \quad (3.-10)$$

- der **Ansauggrad**

$$\beta = (V_1 - V_6) / V_h \leq \alpha \quad (3.-11)$$

- und der **Abgasanteil** w_A in der Ansaugluft als Maß für eine eventuelle externe Abgasrückführung.

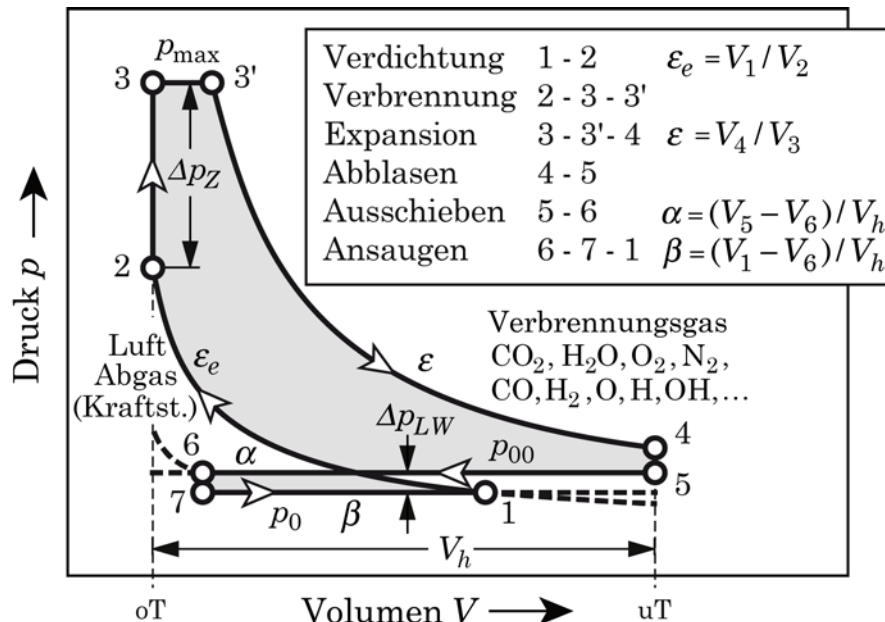


Bild 3.5: Erweiterter Viertaktzyklus im pV -Diagramm

Negative Werte der LW-Druckdifferenz entsprechen einer Ansaugdrosselung und/oder einer thermodynamisch weniger günstig ausgefallenen Abgasturboaufladung. Positive Werte sind hingegen kennzeichnend für eine mechanische Aufladung oder eine thermodynamisch günstig abgestimmte Abgasturboaufladung. Der Ausschiebe- und der Ansauggrad geben an, in welchem Umfang das Hubvolumen zum Ausschieben von Abgas bzw. zum Ansaugen von Frischgas ausgenutzt wird.

Für $\beta < \alpha$ erfolgt die nach dem Ansaugen einsetzende Verdichtung nicht mehr über den vollen Kolbenhub, so dass das **effektive Verdichtungsverhältnis**

$$\epsilon_e = V_1 / V_2 = \epsilon - (\alpha - \beta)(\epsilon - 1) \quad (3.-12)$$

mehr oder weniger von dem geometrischen Verdichtungsverhältnis ε nach unten abweicht.

Zur Beschreibung der isochor-isobaren Verbrennung wird der **relative Zündsprung**

$$\delta_Z = \frac{\Delta p_Z}{\Delta p_{Z,V}} = \frac{p_{\max} - p_2}{\Delta p_{Z,V}} \quad (0 \leq \Delta p_Z \leq \Delta p_{Z,V}) \quad (3.-13)$$

eingeführt, mit dem maximal möglichen Wert $\delta_Z=1$ bei rein isochorer Verbrennung. Bei rein isobarer Verbrennung ist $\delta_Z=0$.

Zur Verdeutlichung des Prozessablaufs:

- **Ansaugen 6-7-1** von Frischgas (trockene Luft bzw. Gemisch aus trockener Luft, Kraftstoff und ggf. extern rückgeführtem Abgas) unter Vermischung mit dem in Punkt 6 noch im Zylinder befindlichen Verbrennungsgas bei dem als konstant vorausgesetzten Druck p_0 vor dem Motor. Der Einstrombeginn 6 über den Einlass und der Kompressionsbeginn 1 fallen jetzt im Allgemeinen nicht mehr mit den Kolbentotpunkten (oT bzw. uT) zusammen. Die in **Bild 3.5** gestrichelt eingetragenen Kurvenzüge 1-uT-1 sollen die Druckverläufe für die beiden möglichen Fälle "1 vor uT" (Expansion und Rückkompression des Gases im Zylinder) bzw. "1 nach uT" (Ansaugen von Arbeitsgas aus dem, und Zurückschieben in den Einlasskanal) andeuten, die im pV -Diagramm keinen Flächenbeitrag ergeben, da sie hin und dann wieder zurück durchlaufen werden.

- **Verdichtung 1-2** des je nach Arbeitsverfahren im Zylinder befindlichen Luft-Verbrennungsgas- bzw. Luft-Verbrennungsgas-Kraftstoffgemisches bei konstanter Entropie bis zum oberen Kolbentotpunkt. Dabei ist $\varepsilon_e \leq \varepsilon$.

- **Verbrennung 2-3-3'**. Isochorer Anteil 2-3 bis zum Erreichen des Zünddruckes $p_3 = p_{\max} = p_2 + \Delta p_Z$ und isobarer Anteil 3-3' (überlagert von der ab oT einsetzen- den Expansion) bis zum Brennschluss. Durch eine geeignete Variation von Δp_Z (gleichbedeutend mit einer Variation von $p_{\max}$) lassen sich Einflüsse aus endlicher Verbrennungsgeschwindigkeit, aus der Klopfgrenze bei Ottomotoren oder aus der begrenzten Strukturfestigkeit des Triebwerkes bei aufgeladenen Motoren behandeln.

- **Expansion 3-3'-4**, anfangs (3-3') überlagert vom isobaren Teil der Verbrennung und dann (3'-4) isentrop weiter bis zum unteren Kolbentotpunkt. Die damit verbundene Volumenänderung entspricht dem Expansionsverhältnis V_4/V_3 , das gleich dem geometrischen Verdichtungsverhältnis ε des Motors ist.

- **Abblasen 4-5** von Verbrennungsgas im unteren Kolbentotpunkt bei konstantem Volumen.

- **Ausschieben 5-6** gegen den als konstant vorausgesetzten Druck p_{00} hinter dem Auslass. Dabei fällt der Zustandspunkt 6 im Allgemeinen nicht mit dem oberen Kolbentotpunkt zusammen. Die gestrichelten Druckverläufe 6-oT-6 beziehen sich auf die beiden möglichen Fälle "6 vor oT" (Abgasrückhaltung im Zylinder) bzw. "6

nach oT'' (Abgasausschieben in den und Rücksaugen aus dem Auslass- und/oder Einlasskanal), die analog zu den Verläufen 1-uT-1 keinen Flächenbeitrag im pV -Diagramm liefern.

- Das **Arbeitsmedium** ist eine Mischung idealer Gase mit veränderlicher Zusammensetzung $\sigma_j = w_j / M_j$ ($j = 1, n$) und mit temperaturabhängigen molaren Wärmekapazitäten C_{mpj}° für alle n Mischungsspezies j .

- Die **Zusammensetzung des Verbrennungsgases** (Spezies: CO_2 , H_2O , CO , O_2 , H_2 , OH , O , H , N_2 , NO , N) entspricht stets der zu den jeweiligen Werten von Druck und Temperatur gehörigen chemischen Gleichgewichtszusammensetzung.

- Der **Kraftstoff** ist durch die Elementaranalyse c , h , o , den spezifischen Heizwert H_u und die Verdampfungswärme Δh_{VB} gekennzeichnet. Wegen $c + h + o = 1$ darf einer der genannten Elementarbestandteile gestrichen werden oder man wählt die Angabe von beispielsweise h/c und o/c . Für den stöchiometrischen Luftbedarf $l_{\min}$ des Kraftstoffes gilt ein Zusammenhang $l_{\min} = l_{\min}(h/c, o/c)$. Damit kann die Kennzeichnung der Kraftstoffzusammensetzung auch durch die Angabe der Größen $l_{\min}$ und o/c bzw. h/c erfolgen.

- Das über den Einlass zugeführte **Frischgas** ist eine Mischung aus trockener Umgebungsluft und extern rückgeführtem Abgas, d. h. die Zusammensetzung des Frischgases ist durch die fixe Zusammensetzung der Umgebungsluft, die Abgaszusammensetzung und durch den Abgasmassenanteil w_A in dem Luft-Abgasgemisch festgelegt.

- **Adiabater Prozessablauf**, d. h. Wärmeverluste bleiben wie beim einfachen Viertaktzyklus unberücksichtigt.

Der erweiterte Viertaktzyklus erlaubt eine beliebig gestufte isochor-isobare Verbrennung und bietet verschiedene Möglichkeiten zur freien Wahl der Luft- und der Abgasmenge pro Zyklus, was insbesondere im Hinblick auf die Lastregelung von Interesse ist.

Die Gleichungen, die zur **thermodynamischen Analyse** des Prozessablaufes zur Verfügung stehen, sind im nächsten Kapitel zusammengestellt. Wegen der Komplexität dieser Gleichungen ist es nicht mehr möglich, geschlossene Formelausdrücke für die Arbeit des Prozesses, den Wirkungsgrad und den Liefergrad anzugeben. Aus den Gleichungen lassen sich jedoch mit Hilfe einer Dimensionsanalyse (siehe Kap. 3.3) für einen vorgegebenen Kraftstoff die beiden folgenden dimensionslosen Einflussgrößenzusammenhänge ablesen:

$$\eta_i = \frac{|W_i|}{m_B H_u} = F^* \left[\varepsilon, \lambda_V, \delta_Z, \alpha, \beta, w_A, \frac{\Delta p_{LW}}{p_{00}}, \frac{p_0}{p^\circ}, \frac{T_0}{T^\circ} \right] \quad (3.-14)$$

$$\lambda_l = \frac{m_L}{\rho_0 V_h} = G^* [\varepsilon, \alpha, \beta, w_A, \lambda_V] \quad (3.-15)$$

Nachstehend wird der **Einflussgrößenzusammenhang für den Wirkungsgrad** untersucht und anhand von ausgewählten Diagrammen dargestellt. Als Kraftstoffdaten werden dabei verwendet: $H_u = 42500 \text{ kJ/kg}$, $c = 0,865$, $h = 0,135$.

a) Einfluss von Verdichtungsverhältnis und Luftverhältnis

Gemäß dem Ergebnis der Analyse des *einfachen* Viertaktzyklus ist der innere Wirkungsgrad hauptsächlich vom Verdichtungsverhältnis und von dem durch das Luftverhältnis beeinflussten thermisch-kalorischen Zustandsverhalten des während des Prozesses gebildeten Verbrennungsgases abhängig (vergl. **Bild 3.2**). Das Diagramm in **Bild 3.6** weist nun den Einfluss des Luftverhältnisses explizit aus und bestätigt im Vergleich zu **Bild 3.2** den zuvor nur indirekt gezogenen Schluss, dass sich hohe Werte des Luftverhältnisses über günstige Stoffwerte positiv auf den Wirkungsgrad auswirken.

Der Wirkungsgradabfall bei *unterstöchiometrischer* Verbrennung wird allerdings nicht durch eventuell ungünstige Stoffwerte verursacht, sondern durch die unvollständige Freisetzung der chemischen Energie¹¹ des Kraftstoffes. Die mit fallendem Luftverhältnis zunehmenden CO- und H₂-Anteile innerhalb des Verbrennungsgases führen sogar zu bemerkenswert günstigen Stoffwerten (vergl. **Bild 3.4**), was den Wirkungsgradabfall durch unvollständige Verbrennung mildert.

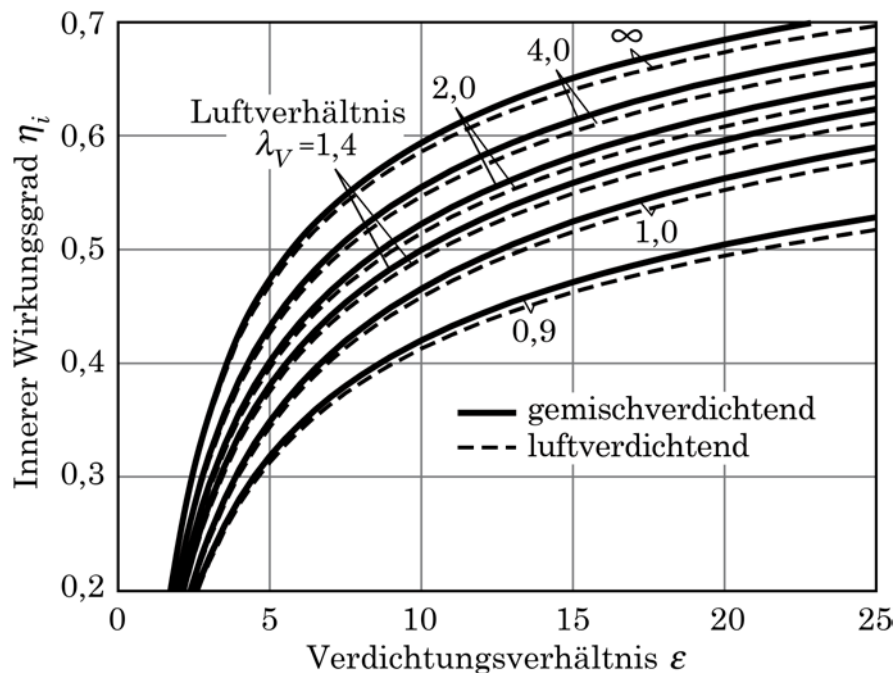


Bild 3.6: Einfluss von Verdichtungs- und Luftverhältnis auf den inneren Wirkungsgrad des erweiterten Viertaktzyklus ($\alpha = \beta = 1,0$; $w_A = 0$; $\Delta p_Z / \Delta p_{Z,V} = 1,0$; $\Delta p_{LW} / p_{00} = 0$; $p_0 / p^\circ = 1,0$; $T_0 / T^\circ = 1,0$)

¹¹ Dieser Effekt setzt wegen der Dissoziation der Verbrennungsgase schon bei einem Luftverhältnis etwas oberhalb von Eins ein.

In **Bild 3.6** wurde noch eine Fallunterscheidung hinsichtlich der Art und Weise der Kraftstoffzumischung zur Ansaugluft vorgenommen: Die Bezeichnung "luftverdichtend" steht für den Fall, dass die Kraftstoffzufuhr erst im oberen Kolbentotpunkt unmittelbar vor der Verbrennung erfolgt. Analog zeigt die Bezeichnung "gemischverdichtend" an, dass der Kraftstoff bereits vor dem Motor der Luft zugemischt wird. Das in beiden Fällen unterschiedliche Arbeitsmedium während der Verdichtung hat einen leichten Einfluss auf den Wirkungsgrad.

b) Einfluss des relativen Zündsprunges

Als *relativer Zündsprung* δ_Z wird hier der Quotient aus dem Zündsprung Δp_Z und dem maximal möglichen Zündsprung $\Delta p_{Z,V}$ bei isochorer Verbrennung bezeichnet. Diese Größe ist demnach bei isochorer Verbrennung gleich Eins und bei isobarer Verbrennung gleich Null.

Aus **Bild 3.7** ist zu ersehen, dass bei *vorgegebenem Verdichtungsverhältnis* eine zunehmend in die Expansion gedehnte Verbrennung, gekennzeichnet durch einen abnehmenden relativen Zündsprung, mit einem Wirkungsgradverlust verbunden ist. Bemerkenswerterweise fällt dieser Verlust bis hinab zu einem relativen Zündsprung von etwa 0,5 recht moderat aus. Noch größere Abweichungen von einer isochoren Verbrennung haben aber dann erhebliche Wirkungsgradeinbußen zur Folge.

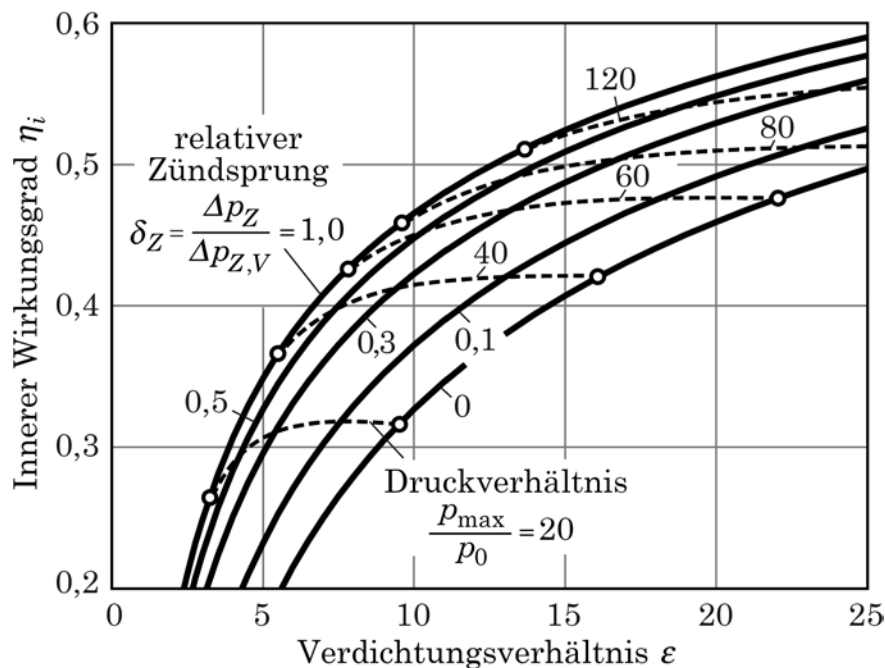


Bild 3.7: Einfluss des relativen Zündsprunges auf den inneren Wirkungsgrad des erweiterten Viertaktzyklus ($\alpha = \beta = 1,0$; $w_A = 0$; $\lambda_V = 1,0$; $\Delta p_{LW}/p_{00} = 0$; $p_0/p^\circ = 1,0$; $T_0/T^\circ = 1,0$; gemischverd.)

Anhand der in **Bild 3.7** gestrichelt eingetragenen Linien $p_{\max}/p_0 = \text{konst}$ kann der zu jeder Kombination ε , δ_Z gehörige maximale Zylinderdruck abgelesen werden. Mithilfe dieser Linien lässt sich auch noch ein wichtiger Schluss ziehen: Wenn der

Maximaldruck $p_{\max}$ limitiert ist, wie z. B. beim Ottomotor durch die Klopfgefahr oder bei aufgeladenen Motoren durch die Strukturfestigkeit des Triebwerks, dann ist es für den Wirkungsgrad vorteilhaft, die Verbrennung unter Anhebung des Verdichtungsverhältnisses und Senkung des relativen Zündsprungs in die Expansion hinein zu dehnen. Zu einem *vorgegebenen Maximaldruck* erhält man den bestmöglichen Wirkungsgrad bei einer nahezu isobaren Verbrennung.

c) Einfluss der Ladungswechselsteuerung bei der Lastregelung

Zum Abschluss von **Kap. 3.1** wurde dargelegt, dass die Lastregelung bei Verbrennungsmotoren aus verbrennungstechnischen Gründen im Allgemeinen nur in Verbindung mit Steuerungseingriffen in den Ladungswechsel bewerkstelligt werden kann. Dabei geht es generell darum, bei beliebiger Variation der Kraftstoffmenge pro Zyklus die durch ein bestimmtes Brennverfahren gesetzten Anforderungen an das Luftverhältnis einzuhalten. Bei heutigen Brennverfahren sind in der Regel zusätzlich Anforderungen hinsichtlich der extern/intern rückgeführten Verbrennungsgasmenge im Zylinder zu erfüllen.

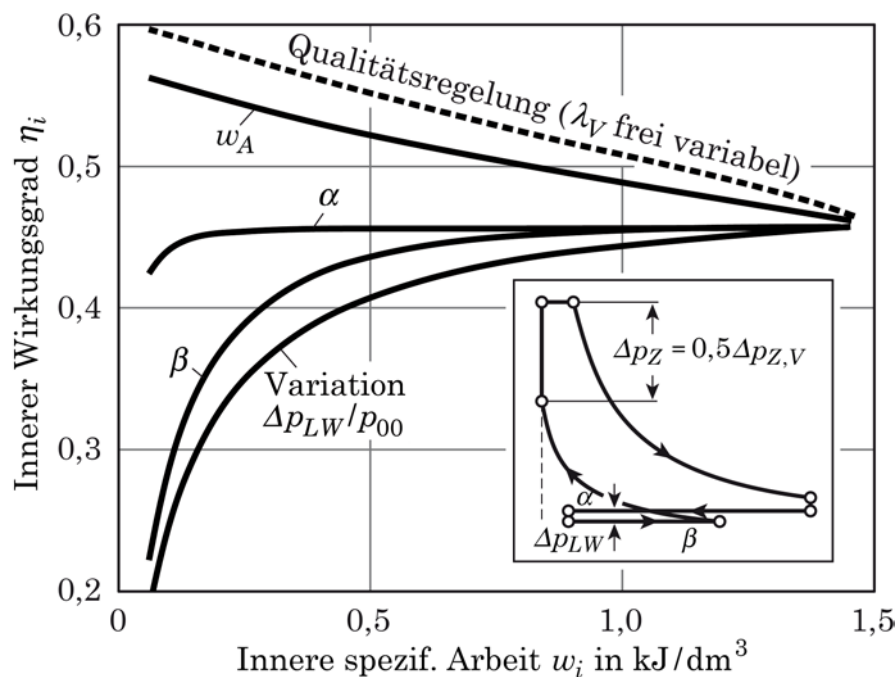


Bild 3.8: Zum Einfluss der Lastregelung auf den inneren Wirkungsgrad des erweiterten Viertaktzyklus ($\varepsilon = 11$; $\lambda_V = 1,0$; $\delta_Z = \Delta p_Z / \Delta p_{Z,V} = 0,5$; $p_0/p^\circ = 1,0$; $T_0/T^\circ = 1,0$; gemischverd.)

In **Bild 3.8** ist für verschiedene Steuerungseingriffe zur Realisierung einer Lastregelung unter der Randbedingung $\lambda_V = 1,0 = \text{konst}$ das Verhalten des Wirkungsgrades über der Last¹² dargestellt. An jedem Linienzug ist diejenige Größe angeschrieben, die zur Änderung der Luftmenge pro Zyklus *variiert* wird. Zum Vergleich ist auch der Wirkungsgrad bei einer Qualitätsregelung eingetragen, der zu tiefen Lasten hin wegen des dann zunehmenden Luftverhältnisses ansteigt.

¹² Hier ausgedrückt über die auf das Zylinderhubvolumen bezogene Zyklusarbeit.

Zu den Steuerungsmöglichkeiten im Einzelnen:

| Über die Steigerung des Abgasanteils w_A im Frischgas (externe Abgasrückführung) lässt sich zwar mit abnehmender Last das Luftverhältnis konstant halten. Dabei wird aber nur Frischluft durch rückgeführtes Abgas ersetzt. Dies ist insbesondere für eine stabile Flammverbrennung noch problematischer als die hohen Frischluftanteile bei Qualitätsregelung und kommt deshalb als Möglichkeit zur Lastregelung nur sehr eingeschränkt in Betracht. Der Wirkungsgrad nimmt bei dieser Art der Regelung mit sinkender Last zu, aber nicht so stark wie bei der Qualitätsregelung. Hier ist zu erinnern, dass die thermodynamischen Eigenschaften des Arbeitsmediums sowohl durch die Zusammensetzung als auch durch die Temperatur bestimmt werden (vergl. **Bild 3.4**). Da eine zunehmende Abgasrückführung ähnlich temperatursenkend wirkt wie eine zunehmende Abmagerung, stellt sich auch der entsprechende wirkungsgradgünstige Effekt ein. Die Zusammensetzung des Arbeitsmediums wird jedoch bei Abgasrückführung zu tiefen Lasten hin immer ungünstiger, da dann die Anteile von CO_2 und H_2O immer größer werden. Deshalb fällt der Wirkungsgradanstieg kleiner aus als bei Qualitätsregelung.

| Die Verringerung des Ausschiebegrades α bewirkt eine *innere* Abgasrückführung durch Abgasrückhaltung oder -rücksaugung und kann deshalb ebenfalls zur Variation der pro Zyklus angesaugten Luftmenge herangezogen werden. Wenn es gelänge, vor der Verbrennung eine Vermischung der angesaugten Frischluft mit dem im Zylinder verbliebenen Verbrennungsgas zu verhindern, würde sich so eine erfolgversprechende Lastregelung bei konstantem Luftverhältnis realisieren lassen. Die praktischen Schwierigkeiten dürften allerdings erheblich sein. Der Wirkungsgradnachteil gegenüber der äußeren (gekühlten) Abgasrückführung ist auf den starken durch die innere Rückführung verursachten Anstieg der Gastemperaturen während des Prozesses zurückzuführen, der ungünstige thermodynamische Stoffeigenschaften nach sich zieht (vergl. **Bild 3.4**).

| Die Variation des Ansauggrades β vermeidet Mischungseffekte mit Verbrennungsgasen und kann ohne gravierende Einschränkungen im Sinne einer Quantitätsregelung nach herkömmlichem Verständnis eingesetzt werden. Zu tiefen Lasten hin sinkt jedoch der Wirkungsgrad deutlich ab.

| Die relative Ladungswechseldruckdifferenz $\Delta p_{LW}/p_{00}$ lässt sich durch eine Ansaugdrosselung beliebig einstellen. Dies ist die einfachste und wohl deshalb lange ausschließlich genutzte Möglichkeit zur Durchführung einer Quantitätsregelung. Gegenüber der Variation des Ansauggrades β weist sie allerdings einen merklichen Wirkungsgradnachteil auf.

Aus Vorstehendem leitet sich die folgende **Regel zur wirkungsgradoptimalen Laststeuerung** von Verbrennungsmotoren ab: Qualitätsregelung über einen möglichst großen Luftverhältnisbereich und bei Bedarf Ergänzung durch Variation des Ansauggrades β . Variation der Ladungswechseldruckdifferenz Δp_{LW} nur, wenn aus anderen Gründen erforderlich. Für den Fall, dass die Bedingung

$\lambda_V=1,0=konst$ einzuhalten ist, tritt an die Stelle der Qualitätsregelung ein möglichst weitgehender Einsatz von externer und/oder innerer Abgasrückführung.

d) Einfluss des thermischen Ansaugzustandes

Hier geht es um den Einfluss der bezogenen Ansaugtemperatur T_0/T° und des bezogenen Ansaugdruckes p_0/p° , der sich praktisch auf den Einfluss von T_0 und p_0 reduziert, weil die Standardwerte feste Größen darstellen.

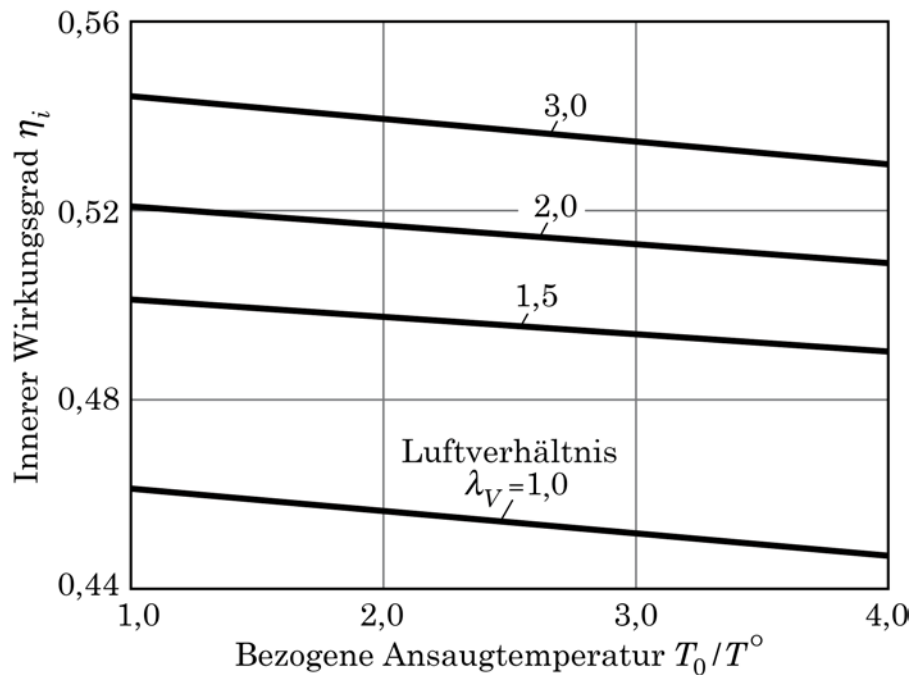


Bild 3.9: Einfluss der bezogenen Ansaugtemperatur auf den inneren Wirkungsgrad des erweiterten Viertaktzyklus ($\alpha=\beta=1,0$; $w_A=0$; $\Delta p_{LW}/p_{00}=0$; $\Delta p_Z/\Delta p_{Z,V}=0,5$; $p_0/p^\circ=1,0$; gemischverd.)

Eine zunehmende Ansaugtemperatur hat einen Wirkungsgradabfall zur Folge (vergl. **Bild 3.9**), da sich die temperaturabhängigen Stoffwerte des Arbeitsmediums zum Ungünstigen hin verändern. In der Nähe von $\lambda_V=1,0$ kommt durch die dann merkliche Dissoziation des Verbrennungsgases der Einfluss einer verringerten chemischen Energiefreisetzung hinzu. Deshalb wird der Wirkungsgradabfall über der Temperatur etwas stärker. Der Einfluss des Ansaugdruckes (d. h. auch einer Aufladung) auf den Wirkungsgrad ist bei Konstanz aller anderen Einflussgrößen nahezu vernachlässigbar. Nur bei einem Luftverhältnis in der Nähe von Eins steigt der Wirkungsgrad mit zunehmendem Druck leicht an, weil der vorstehend bemerkte wirkungsgradschädigende Einfluss der Dissoziation der Verbrennungsgase bei steigendem Druck kleiner wird.

3.3 Gleichungen zum erweiterten Viertaktzyklus und Dimensionsanalyse

Im Folgenden sind die Gleichungen zusammengestellt, die zur Beschreibung des erweiterten Viertaktzyklus benötigt werden. Durch eine Dimensionsanalyse werden aus diesen Gleichungen die im vorstehenden Kapitel behandelten dimensionslosen Einflussgrößen auf den Wirkungsgrad und den Liefergrad des Prozesses abgeleitet.

! **Thermodynamische Zustandsgleichungen** für Mischungen idealer Gase:

- Thermische Zustandsgleichung

$$pV = m \sum_{j=1}^n \sigma_j R_m T \quad (n: \text{Anzahl der Mischungsspezies}). \quad (3.-16)$$

- Kalorische Zustandsgleichung

$$h(T) = \sum_{j=1}^n \sigma_j \left(H_{mj}^\circ(T^\circ) + \int_{T^\circ}^T C_{mpj}^\circ dT \right) \quad \text{bzw.} \quad u(T) = h(T) - \sum_{i=1}^n \sigma_j R_m T. \quad (3.-17)$$

Dabei wird die Temperaturabhängigkeit der molaren Wärmekapazitäten zweckmäßig über Polynomansätze der Form

$$\frac{C_{mpj}^\circ}{C_{mpj}^\circ(T^\circ)} = \sum_{k=1}^8 a_{jk} \left(\frac{T}{T^\circ} \right)^{k-1}. \quad (3.-18)$$

beschrieben. Hierin ist $T^\circ = 298,16 \text{ K}$ die Standardtemperatur der chemischen Thermodynamik.

Die relative Kraftstoffenthalpie bestimmt sich aus der Beziehung

$$h_B^\circ(T^\circ) = \frac{c}{M_C} \left(H_{mCO_2}^\circ - H_{mO_2}^\circ \right) (T^\circ) + \frac{h}{M_H} \left(\frac{1}{2} H_{mH_2O}^\circ - \frac{1}{4} H_{mO_2}^\circ \right) (T^\circ) + \frac{1}{2} \frac{o}{M_O} H_{mO_2}^\circ (T^\circ) + H_u(T^\circ) \quad (3.-19)$$

! **Entropiebilanzen** für die Kompression und den verbrennungsfreien Teil der Expansion unter Verwendung der für Mischungen idealer Gase gültigen Beziehung für die spezifische Entropie

$$s(T, p) = \sum_{j=1}^n \sigma_j \left(S_{mj}^\circ(T^\circ) + \int_{T^\circ}^T \frac{C_{mpj}^\circ}{T} dT - R_m \ln \frac{\sigma_j p}{\sum_l \sigma_l p^\circ} \right), \quad (3.-20)$$

worin $p^\circ = 1 \text{ atm}$ den Standarddruck der chemischen Thermodynamik bezeichnet.

! **Energiebilanzen** der Form

$$W_{a,b} + h \Delta m_{a,b} = \Delta U_{a,b} \quad (3.-21)$$

für unterschiedliche Folgen von Zustandspunkten a, b des Prozesses.

I **Chemische Gleichgewichtsbedingungen** für einen Satz von R linear unabhängigen Reaktionsgleichungen zwischen den Verbrennungsgasspezies, nach denen die Affinitäten A_k dieser Reaktionen im Gleichgewicht verschwinden,

$$A_k = - \sum_{j=1}^n \nu_{kj} \mu_j = 0 \quad k = 1, 2, \dots, R \quad (3.-22)$$

Die ν_{kj} sind die vorzeichenbehafteten stöchiometrischen Koeffizienten der Spezies j in der Reaktion k , die dimensionslose Problemkonstanten darstellen. Das chemische Potential μ_j einer Spezies j in einer Mischung idealer Gase lässt sich über die Beziehung

$$\mu_j = H_{mj}^\circ(T) - S_{mj}^\circ(T) + R_m T \ln \frac{\sigma_j p}{\sum_l \sigma_l p^\circ} \quad (3.-23)$$

ausdrücken.

Da es hier allein um die *Benennung* von Einflussgrößen geht, ist es nicht erforderlich, die vorstehenden Gleichungen weiter auszuformulieren. Mit etwas Überlegung schließt man schon aus diesen Gleichungen unter Zuhilfenahme von **Bild 3.5** auf die folgende **Einflussgrößenliste für die Prozessarbeit**:

$$W_i = f \left[\begin{array}{l} \varepsilon, m_L, m_B, \alpha, \beta, w_A, p_0, T_0, p_{00}, \Delta p_Z, R_m, p^\circ, T^\circ, \\ M_B, C_{mpB}^\circ(T^\circ), a_{Bk}, H_u(T^\circ), o/c, l_{\min}, \Delta h_{VB}, \\ M_j, C_{mpj}^\circ(T^\circ), a_{jk}, H_{mj}^\circ(T^\circ), S_{mj}^\circ(T^\circ) \end{array} \right] \quad (3.-24)$$

Dabei wurden die Stoffmengen- bzw. Massenanteile von O_2 und N_2 in der trockenen Umgebungsluft als dimensionslose Problemkonstanten weggelassen. Die Argumentliste wurde so geordnet, dass die Stoffgrößen des weitgehend variabel belassenen Kraftstoffes (Index B) in der zweiten Zeile und die Stoffgrößen aller anderen Spezies $j \neq B$, die im Unterschied zu den Kraftstoffgrößen (dimensionsbehaftete) Problemkonstanten darstellen, in der dritten Zeile stehen.

Durch eine Dimensionsanalyse in einem *MLTS*-System¹³ und zweckmäßig vorgenommene Potenzproduktumwandlungen unter verschiedenen möglichen dimensionslosen Gruppen lässt sich die Gleichung (3.-24) auf die dimensionslose Beziehung

$$\frac{W_i}{m_B H_u} = F \left[\begin{array}{l} \varepsilon, \lambda_V, \delta_Z, \alpha, \beta, w_A, \frac{\Delta p_{LW}}{p_{00}}, \frac{p_0}{p^\circ}, \frac{T_0}{T^\circ}, \\ \frac{M_B}{M_{O_2}}, \frac{C_{mpB}^\circ(T^\circ)}{R_m}, a_{Bk}, \frac{M_B H_u}{R_m T^\circ}, \frac{o}{c}, l_{\min}, \frac{M_B \Delta h_{VB}}{R_m T^\circ} \end{array} \right] \quad (3.-25)$$

verdichten, in der die links vom Gleichheitszeichen stehende Gruppe gleich dem inneren Wirkungsgrad η_i ist. Bei dem spezifischen Heizwert $H_u(T^\circ)$ wurde die

¹³ Masse-Länge-Zeit-Stoffmenge-System

Argumentklammer aus Platzgründen nicht mitgeschrieben. Die bei der Dimensionsanalyse außerdem angefallenen dimensionslosen Gruppen

$$\frac{M_j}{M_{O_2}}, \frac{C_{mpj}^\circ(T^\circ)}{R_m}, \alpha_{jk}, \frac{H_{mj}^\circ(T^\circ)}{R_m T^\circ}, \frac{S_{mj}^\circ(T^\circ)}{R_m} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.-26)$$

durften als dimensionslose Problemkonstanten in der Argumentklammer fortgelassen werden.

Die in der Argumentklammer in der zweiten Zeile stehenden ausschließlich kraftstoffspezifischen Größen lassen erkennen, dass der Kraftstoffeinfluss auf den Wirkungsgrad ziemlich verwickelt ist. Für einen **vorgegebenen Kraftstoff** werden diese Größen zu dimensionslosen Problemkonstanten, wonach auf

$$\eta_i = \frac{|W_i|}{m_B H_u} = F^* \left[\varepsilon, \lambda_V, \delta_Z, \alpha, \beta, w_A, \frac{\Delta p_{LW}}{p_{00}}, \frac{p_0}{p^\circ}, \frac{T_0}{T^\circ} \right] \quad (3.-27)$$

reduziert werden kann.

Für die Masse der **pro Zyklus angesaugten Luftmenge** gilt mit Blick auf **Bild 3.5** die Einflussgrößenliste

$$m_L = g[\rho_0, V_h, \varepsilon, \alpha, \beta, w_A, \lambda_V] . \quad (3.-28)$$

Hier wurde das Luftverhältnis als Einflussgröße mitaufgenommen, um den thermischen Effekt der Mischung zwischen dem relativ kalten Ansauggas und heißem Abgas zu berücksichtigen.

Durch eine Dimensionsanalyse im *ML*-System¹⁴ erhält man für den Liefergrad

$$\lambda_l = \frac{m_L}{\rho_0 V_h} = G^*[\varepsilon, \alpha, \beta, w_A, \lambda_V] . \quad (3.-29)$$

Aus der Produktverknüpfung der Definitionsbeziehungen für den inneren Wirkungsgrad und den Liefergrad (linke Seiten der Gleichungen (3.-27) und (3.-29))

$$\eta_i \lambda_l = \frac{W_i}{m_B H_u} \frac{m_L}{\rho_0 V_h} = \frac{w_i \lambda_V l_{\min}}{H_u \rho_0} \quad (3.-30)$$

erhält man durch Umstellung für die spezifische Arbeit $w_i = W_i / V_h$ den strukturellen Zusammenhang

$$w_i = \rho_0 \frac{H_u}{l_{\min}} \frac{\eta_i \lambda_l}{\lambda_V} , \quad (3.-31)$$

aus dem abzulesen ist, dass es für eine höchstmögliche spezifische Arbeit w_i bei gegebenem Kraftstoff und gegebener Ansaugdichte darauf ankommt, das Produkt $\eta_i \lambda_l \lambda_V^{-1}$ (also keineswegs nur den Wirkungsgrad oder den Liefergrad allein) zu maximieren. Im Teillastbetrieb gilt es hingegen, die jeweils benötigte spezifische Arbeit mit bestmöglichem Wirkungsgrad zu erzeugen. Die vorstehende Gleichung

¹⁴ Masse-Länge-System

wird mitunter (wohl etwas anspruchsvoll) als "motorische Hauptgleichung" bezeichnet.

Anstelle der spezifischen Arbeit w_i wird häufig der sogenannte innere Mitteldruck p_{mi} verwendet. Das ist derjenige *gedankliche* Druck, der konstant über einen einzigen Kolbenhub (Hubvolumen V_h) wirken müsste, um die Arbeit eines Arbeitsspiels zu erzeugen. Somit gilt

$$w_i = \frac{W_i}{V_h} = \frac{p_{mi} V_h}{V_h} = p_{mi} \quad , \quad (3.-32)$$

d. h. beide Größen sind gleich. Je nach Wahl der Einheiten können sich allerdings unterschiedliche Zahlenwerte ergeben.

Mit Gleichung (3.-27) ist die Frage nach den Einflussgrößen, die bei vorgegebenem Kraftstoff den Wirkungsgrad und die Arbeit des Prozesses nach **Bild 3.5** bestimmen, beantwortet.

Formelzeichen

W_i	Innere Arbeit pro Arbeitsspiel
V_h	Zylinderhubvolumen
m_B	Masse des pro Arbeitsspiel zugeführten Kraftstoffes
m_L	Masse der pro Arbeitsspiel zugeführten Luft
ε	Verdichtungsverhältnis
ε_e	Effektives Verdichtungsverhältnis (Gleichung (3.-12))
α	Ausschiebegrad (Gleichung (3.-10))
β	Ansauggrad (Gleichung (3.-11))
w_A	Massenanteil extern rückgeführten Abgases im Oxidator
p_0, T_0, ρ_0	Druck, Temperatur, Dichte vor Motor
p_{00}	Druck nach Motor
$p_{\max}$	Maximalwert des Druckes während eines Arbeitsspiels
Δp_Z	Zündsprung (Gleichung (3.-13))
$\Delta p_{Z,V}$	Zündsprung bei isochorer Verbrennung
σ_j	Spezifische Stoffmenge der Spezies j ($\sigma_j = w_j / M_j$)
w_j	Massenanteil der Spezies j
M_j	Molmasse der Spezies j
R_m	Allgemeine Gaskonstante
p°, T°	Standarddruck und -temperatur ($p^\circ = 1 \text{ atm}$; $T^\circ = 298,16 \text{ K}$)
$H_u(T^\circ)$	Spezifischer Heizwert des Kraftstoffes bei T°
o, c	Massenanteile Sauerstoff, Kohlenstoff im Kraftstoff
$l_{\min}$	Mindestluftbedarf des Kraftstoffes
Δh_{VB}	Verdampfungsenthalpie des Kraftstoffes
$C_{mpj}^\circ(T^\circ)$	Molare Standardwärmekapazität der Spezies j bei T°

$H_{mj}^\circ(T^\circ)$	Molare Standardenthalpie der Spezies j bei T°
$S_{mj}^\circ(T^\circ)$	Molare Standardentropie der Spezies j bei T°
a_{jk}	Koeffizienten des $C_{mpj}^\circ(T)$ -Polynoms
η_i	Innerer Wirkungsgrad
λ_l	Liefergrad
w_i	Innere spezifische Arbeit
p_{mi}	Innerer Mitteldruck

Dimensionsanalyse (Kurzinformation)

Gemäß dem **pi – Theorem** (fundamentaler Satz der Dimensionstheorie) gilt:

Jede physikalische Beziehung

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

oder gleichbedeutend

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}) = 0 \quad \text{mit} \quad x_{n+1} = y$$

ist äquivalent einer Beziehung

$$g(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_q) = 0 \quad ,$$

wobei die $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_q$ dimensionslose Potenzprodukte der Maßzahlen $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$ der betreffenden physikalischen Größen sind. Für die Anzahl q dieser Potenzprodukte gilt

$$q = n + 1 - r \quad .$$

Hierin ist r der Rang der Dimensionsmatrix der $n+1$ physikalischen Größen mit den Maßzahlen x_i , bezogen auf ein vorzugebendes $M_1 M_2 \dots M_m$ - Grundgrößensystem. Oftmals ist r gleich der Anzahl m der gewählten Grundgrößen.

Mit Hilfe einer **Dimensionsanalyse** kann man von $g(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}) = 0$ auf den verkürzten dimensionslosen Zusammenhang $g(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_q) = 0$ schließen.

Dabei ist zu beachten, dass die erhaltenen dimensionslosen Potenzprodukte nur ihrer Anzahl nach, nicht hingegen ihrer Struktur nach festgelegt sind. Deshalb können sie nachträglich (z. B. nach Gesichtspunkten der Zweckmäßigkeit) durch weitere Potenzproduktbildung untereinander umgewandelt werden. Die Anzahl der Dimensionslosen darf dabei aber nicht mehr verändert werden.

Näheres ist der umfangreichen Fachliteratur zu diesem Thema zu entnehmen.